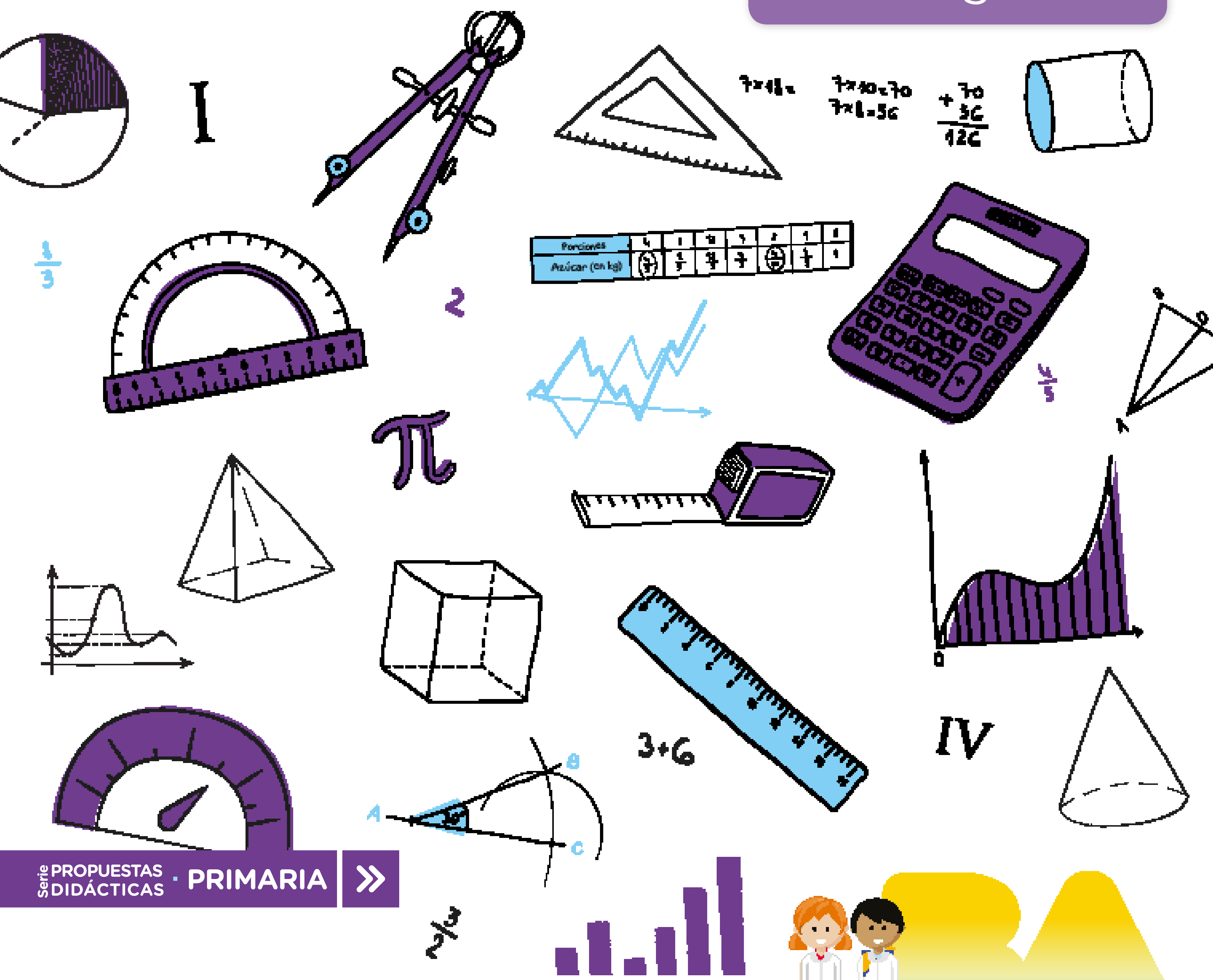
Matemática

Divisibilidad: múltiplos y divisores

Sexto grado



Serie PROPUESTAS DIDÁCTICAS · PRIMARIA

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Subsecretario de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa
Santiago Andrés

Directora General de Educación Digital
Mercedes Werner

Gerente Operativo de Tecnología e Innovación Educativa
Roberto Tassi

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología (SSPECT)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Primario: Marina Elberger (coordinación), Marcela Fridman, Patricia Frontini, Ida Silvia Grabina

Especialistas: Héctor Ponce y María Emilia Quaranta (coordinación), Mercedes Etchemendy, Paola Tarasow, Graciela Zilberman

Subsecretaría de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa (SSCITE)
Dirección General de Educación Digital (DGED)
Gerencia Operativa de Tecnología e Innovación Educativa (INTEC)
Roberto Tassi

Especialistas de Educación Digital: Julia Campos (coordinación), Josefina Gutierrez

---

Idea Original de Equipo Editorial de Materiales Digitales (DGPLEDU)
Silvia Saucedo (coordinación), Octavio Bally, María Laura Cianciolo, Ignacio Cismondi, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Manuela Luzzani Ovide, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Federico Juega Sicardi

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática. Divisibilidad: múltiplos y divisores. Sexto grado. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF - (Propuestas didácticas primaria)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-553-7

1. Educación Primaria. 2. Matemática. I. Título
CDD 372.7

ISBN 978-987-673-553-7

Presentación

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria presentan distintas propuestas de enseñanza para el sexto grado de las escuelas primarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Para su elaboración se seleccionaron contenidos significativos de todas las áreas del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo*, respetando los enfoques de cada una. En las secuencias didácticas se ponen en juego, además, contenidos de áreas transversales incluidos en otros documentos curriculares, tales como los *Lineamientos curriculares para la Educación Sexual Integral en el Nivel primario* y el *Anexo Curricular de Educación Digital Nivel Primario*. A partir de este marco, se proponen temas que permiten abordar en la escuela problemáticas actuales de significatividad social y personal para los alumnos.

Los materiales que componen la serie se ofrecen como aportes al momento de diseñar una propuesta específica para cada grupo de alumnos. Al recorrer cada una de las secuencias, el docente encontrará consignas, intervenciones posibles, oportunidades de profundizar y de evaluar, así como actividades y experiencias formativas para los alumnos. Estos materiales promueven también la articulación con la secundaria, dado que comparten los enfoques para la enseñanza de las distintas áreas y abordan contenidos cuyo aprendizaje se retoma y complejiza en el nivel secundario.

Las secuencias didácticas propuestas no pretenden reemplazar el trabajo de planificación del docente. Por el contrario, se espera que cada uno las adapte a su propia práctica, seleccione las actividades sugeridas e intensifique algunas de ellas, agregue ideas diferentes o diversifique consignas.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica areal y otra presenta distintos niveles de articulación entre áreas a través de propuestas biareales y triareales. Cada material presenta una secuencia de enseñanza para ser desarrollada durante seis a diez clases. Entre sus componentes se encuentran: una introducción, en la que se definen la temática y la perspectiva de cada área; los contenidos y objetivos de aprendizaje; un itinerario de actividades en el que se presenta una síntesis del recorrido a seguir; orientaciones didácticas y actividades en las que se especifican las consignas y los recursos para el trabajo con los alumnos así como sugerencias para su implementación y evaluación.

La inclusión de capacidades, como parte de los contenidos abordados, responde a la necesidad de brindar a los alumnos experiencias y herramientas que les permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. El pensamiento crítico, el análisis y comprensión de la información, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo, el cuidado de sí mismo, entre otros, son un tipo de contenido que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Con ese objetivo, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los alumnos desarrollen estas capacidades y las consoliden.

Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los alumnos. En algunos casos, se incluyen actividades diversificadas con el objetivo de responder a las distintas necesidades de los alumnos, superando la lógica de una única propuesta homogénea para todos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán las propuestas didácticas definitivas, en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que esta serie constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad propuestas que den lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

María Constanza Ortiz
Directora General de Planeamiento Educativo

Javier Simón
Gerente Operativo de Currículum

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

6 — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1
Problemas usando múltiplos
Resolver problemas que ponen en juego los conceptos de múltiplo y múltiplo común.

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

Problemas usando múltiplos — Actividad 1

Problema 1

a. Si en una calculadora se va sumando de a 5 y se llega a un número mayor que 400 y menor

Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior: Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente: Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un vínculo a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo

Introducción

Como se señala en el *Diseño Curricular*, el trabajo en torno a la divisibilidad permite que las alumnas y los alumnos profundicen sus reflexiones con relación a las operaciones y sus propiedades. El abordaje de este contenido supone recuperar conocimientos vinculados a la multiplicación y la división y, al mismo tiempo, constituye una buena ocasión para promover un avance en un trabajo exploratorio que lleve a la elaboración de conjeturas y argumentos que alcancen un grado cada vez mayor de generalidad. En efecto, resolver problemas presentados en contextos intramatemáticos y extramatemáticos que involucren las nociones de múltiplo y divisor es una excelente oportunidad para propiciar un tipo de tarea que invite a argumentar acerca de la verdad o la falsedad de proposiciones. Se introducen así cuestiones relacionadas con los modos de establecer la verdad en matemática (un contraejemplo alcanza para invalidar una proposición, pero varios ejemplos no son suficientes para validarla, por caso). No se pretende que produzcan argumentos formales, pero sí que puedan darse cuenta de que un argumento general habilita acceder a explicaciones que las constataciones puntuales no permiten atrapar.

En las actividades iniciales de este documento, se presentan variados problemas para aproximarse al estudio de múltiplos y divisores que requieren obtenerlos, identificarlos y reconocer la relación entre ambos. Se promueve que utilicen y elaboren diferentes estrategias de resolución —escalas, restas sucesivas, sumas sucesivas, etc.—, recuperando algunas ideas ya trabajadas con anterioridad. La intención es que, a lo largo de esta propuesta, exploren e incorporen otras estrategias que ya se apoyen en cálculos multiplicativos.

Otro aspecto que se aborda, y que implica un avance importante respecto del Primer Ciclo, se refiere a la posibilidad de descomponer multiplicativamente los números en dos o más factores. Se espera que estas descomposiciones constituyan herramientas para resolver otras situaciones y permitan buscar divisores y múltiplos, y, más adelante, anticipar el resultado de cálculos nuevos apoyándose en otros resultados conocidos, decidir la validez de afirmaciones y determinar restos y cocientes sin necesidad de efectuar las divisiones. De esta manera, el objetivo del estudio de múltiplos y divisores amplía el sentido asignado muchas veces en la escuela primaria, que en general se centra casi exclusivamente en las técnicas para resolver operaciones con fracciones.

La propuesta que aquí se desarrolla supone un trabajo anterior de los alumnos y las alumnas sobre las operaciones de multiplicación y división. Se apoya en el manejo de repertorios de multiplicaciones por 10, 100, 1.000, etc., y por otros números redondos. También, en la relación entre cálculos: reconocer que si $7 \times 2 = 14$, entonces $7 \times 200 = 1.400$, etc. Asimismo, implica que noten que para resolver una división se pueden apoyar en multiplicaciones.

Las actividades presentadas en este documento constituyen una primera aproximación al trabajo con el contenido "Divisibilidad". En estas páginas, se desarrollan propuestas que abordan las nociones de múltiplo y divisor y las relaciones entre ellas, y los conceptos de múltiplos y divisores comunes; también se realiza un primer acercamiento a la descomposición multiplicativa de números. En el documento "Divisibilidad. De las operaciones a la construcción de anticipaciones" continúa la propuesta, profundizando sobre la descomposición multiplicativa de números y planteando el análisis de la información que porta una expresión aritmética para decidir si un número es múltiplo o divisor de otro y para saber cuál será el resto de una división sin necesidad de hacer los cálculos.

Divisibilidad. De las operaciones a la construcción de anticipaciones

Es fundamental señalar que, si bien se presentan algunos problemas en cada actividad, es indispensable que el o la docente incluya también otras situaciones similares que permitan a las alumnas y los alumnos avanzar en el dominio de lo estudiado.

En esta serie de actividades, se plantea un recorte dentro de los temas que involucran la divisibilidad, como ya fue señalado. La cantidad de clases que se utilicen para desarrollar la propuesta será una decisión de cada docente; se deben considerar el avance del grupo, sus tiempos de apropiación de las diferentes nociones y la necesidad o no de agregar más actividades que permitan afianzar los aprendizajes.

En el análisis de los problemas, se sugiere la posibilidad de generar instancias colectivas de sistematización de lo trabajado y la escritura de conclusiones en carpetas y carteles para el aula. Es importante aclarar que esos momentos en la organización de las clases cobran sentido luego de que los alumnos y las alumnas hayan tenido la oportunidad de resolver individualmente, en parejas y/o en pequeños grupos los problemas planteados y hayan participado de discusiones colectivas.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

Matemática
Ejes/Contenidos
• Resolución de problemas que impliquen el uso de múltiplos y divisores de números naturales y de múltiplos y divisores comunes. • Definiciones de múltiplo y divisor de un número, de múltiplo común y de divisor común. • Números primos y compuestos. • Descomposición multiplicativa de un número. • Formulación y validación de conjeturas relativas a las nociones de múltiplo y divisor.
Objetivos de aprendizaje
Se espera que, al finalizar la secuencia didáctica, los alumnos y las alumnas puedan: • Identificar múltiplos y divisores de números naturales. • Identificar múltiplos comunes y divisores comunes entre números naturales. • Descomponer multiplicativamente números naturales, incluyendo la descomposición en números primos. • Apelar a la descomposición multiplicativa de un número para encontrar divisores. • Caracterizar los números primos. • Argumentar sobre la validez de afirmaciones relativas a las nociones de múltiplo y divisor.

A partir de la resolución y el análisis de los problemas que aquí se proponen, se abordan las nociones de múltiplo y divisor y las relaciones entre ambos. En ese sentido, se promueve la búsqueda de procedimientos que permitan encontrar múltiplos y divisores, y múltiplos y divisores comunes. También se incentiva la formulación de reglas prácticas que posibiliten reconocer si un número es múltiplo o divisor de otro. Se fomenta, además, la elaboración de conjeturas y de argumentos sobre los múltiplos y los divisores.

Educación Digital

Desde Educación Digital, se propone que los alumnos y las alumnas puedan desarrollar las competencias necesarias para un uso crítico, criterioso y significativo de las tecnologías digitales. Para ello —y según lo planteado en el *Anexo Curricular para la Educación Digital en el Nivel Primario*—, es preciso pensarlas en tanto recursos disponibles para potenciar los procesos de aprendizaje en forma articulada, contextualizada y transversal a los diferentes campos de conocimiento.

Anexo Curricular para la Educación Digital en el Nivel Primario

Educación Digital
Competencias digitales involucradas
• Exploración y representación de lo real.
Objetivos de aprendizaje
• Explorar el ciberespacio y otros entornos digitales, promoviendo la improvisación y el descubrimiento. • Desarrollar la capacidad para interactuar de manera significativa con recursos digitales que expanden las facultades mentales (cognición distribuida).

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas usando múltiplos

Resolver problemas que ponen en juego los conceptos de múltiplo y múltiplo común.

1

Actividad 2

Problemas usando divisores

Resolver problemas en los que intervienen las nociones de divisor y divisor común.

2

Actividad 3

Otra vuelta de problemas con múltiplos y divisores

Establecer relaciones entre las nociones de múltiplo y divisor. Analizar afirmaciones dando argumentos sobre su validez.

3

Actividad 4

Descomposición multiplicativa

Descomponer multiplicativamente números en dos, tres o más factores. Reconocer divisores a partir de esa descomposición.

4

Orientaciones didácticas y actividades

Durante la implementación de estas actividades, se prevé que las alumnas y los alumnos trabajen en un primer momento en pequeños grupos, en parejas o individualmente para resolver los problemas. Luego de esta instancia, y a propósito de los procedimientos empleados, se sugieren posibles modos de intervenir para hacer avanzar sus resoluciones. A su vez, se proponen posibles momentos de sistematización de lo estudiado.

Actividad 1. Problemas usando múltiplos

En esta actividad, se pone en juego la búsqueda de múltiplos y de múltiplos comunes de diversos números. Como se señaló en la introducción, es necesario tomar en consideración los saberes de los alumnos y las alumnas y el estudio previo sobre multiplicación, división y múltiplos. Si fuera necesario, según el recorrido de cada grupo sobre este tema, es posible hacer, en primera instancia, un trabajo similar al que aquí se propone pero con números más pequeños. Se podrían usar primero "números que estén en la tabla de..." y/o próximos. Esto les permitiría iniciar la resolución con el uso de estrategias más sencillas (por ejemplo, ir sumando o haciendo escalas), para luego relacionarlas con procedimientos multiplicativos.

Problemas usando múltiplos

Actividad 1

Problema 1

a. Si en una calculadora se va sumando de a 5 y se llega a un número mayor que 400 y menor que 430, ¿cuál puede ser ese número? Si hay más de uno, escriban todos los posibles.
b. Si se va sumando de a 4 y se llega también a un número mayor que 400 y menor que 430, ¿cuál puede ser ese número? Si hay más de uno, escriban todos los posibles.
c. Si se sumara de 3 en 3, anoten cuatro números a los que se podría llegar que estén entre 620 y 690.

Problema 2

Si en una calculadora se va sumando de a 7, ¿se llega justo a los siguientes números o no? Expliquen en cada caso cómo se dieron cuenta.

770

791

795

1.417

Problema 3

En el siguiente cuadro de números, ¿cómo podrían hacer para marcar rápidamente los múltiplos de 8? Una vez que encuentren alguna estrategia, márquenlos y explíquenla.

140	141	142	143	144	145	146	147	148	149
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
160	161	162	163	164	165	166	167	168	169
170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
180	181	182	183	184	185	186	187	188	189

Problema 4

Algunos de los siguientes números son múltiplos de 6. Decidan cuáles y expliquen cómo se dieron cuenta.

73

106

300

640

642

6.318

Problema 5

a. Dana cuenta de 3 en 3; Martín cuenta de 5 en 5. Escriban tres números en los que coincidan. ¿Hay otros posibles? ¿Cuántos?

b. Luego se agrega Joaco contando de 6 en 6. Escriban tres números en los que coincidan los tres. Expliquen cómo llegaron a las respuestas.

Problema 6

a. Violeta tiene un paquete de merenguitos. Los quiere repartir en bolsitas de manera que todos tengan la misma cantidad. Si pone 5 merenguitos, no le sobra ninguno. Si pone 7, tampoco.

- ¿Cuántos merenguitos puede ser que tenga Violeta en el paquete?
- ¿Hay una sola respuesta posible? Expliquen cómo se dieron cuenta.

b. Pablo también tiene merenguitos para armar bolsitas que tengan la misma cantidad. Si pone 4, no sobra ninguno. Si pone 6, tampoco.

- ¿Cuántos merenguitos puede ser que tenga Pablo?
- ¿Cuál es la mínima cantidad de merenguitos que puede tener?

Actividad siguiente

En el problema 1, seguramente se propongan diferentes procedimientos de resolución. Habrá quienes intenten contar de 5 en 5 desde 0, aunque es esperable que muchos puedan apoyarse en el cálculo de multiplicaciones. Sabiendo, por ejemplo, que $8 \times 5 = 40$, podrán determinar que $80 \times 5 = 400$. Otros empezarán a contar de 5 en 5 directamente desde el 400, sin asegurarse de que sea un número que esté en la tabla del 5, o sea, que se trate de un múltiplo de 5. Si eso ocurriera, el o la docente podrá preguntar en la puesta en común cómo estar seguros de que se llega al 400, porque solo así es válido el procedimiento de comenzar la escala partiendo de ese número. Si no fuera así, como sucede en el punto **c**, esa estrategia no sería válida. Para argumentar por qué resulta seguro empezar desde el 400, se pueden recuperar las relaciones multiplicativas antes mencionadas.

El punto **c** implica un avance respecto del **a** y el **b**, pues el número que se propone como el límite inferior del intervalo, 620, no es múltiplo de 3. Es posible que haya quienes partan del

620, dando por seguro que es múltiplo de 3, y cuenten desde allí de 3 en 3. Si eso sucediera, sería interesante problematizar nuevamente en la puesta en común cómo asegurarse de que se llega a 620 sumando de a 3 (o sea, la idea equivocada de que el 620 está en la tabla del 3). Es esperable que los alumnos y las alumnas se apoyen en que es posible alcanzar el 600 sumando 200 veces el 3 o haciendo directamente la multiplicación 200 x 3. Luego, si se agrega 6 veces el 3, se llega a 618, y si se lo hace una vez más, al 621. Por lo tanto, es probable que arriben a la conclusión de que no es posible comenzar desde el 620, pero sí desde el 621.

En el problema 2, se puede retomar esta discusión y pensar cuáles son números fáciles de determinar si se va sumando de 7 en 7. Por ejemplo, el 700 es fácil de determinar, pues se sabe que se obtiene sumando 100 veces el 7 (o con 100 x 7); 70 también, dado que es 10 veces el 7. Esto permite comprender que se llega "seguro" a 770, ya que puede considerarse como 700 + 70. El 791 y el 795 podrían inferirse a partir del 770. Es decir, si se busca la diferencia entre el 791 y el 770, resulta el número 21, que también es múltiplo de 7 o se obtiene sumándolo 3 veces. Pero esto no ocurre con 25, que es la diferencia entre 795 y 770. Para el 1.417 es esperable que se apoyen, por ejemplo, en que 1.400 es 200 veces el 7 y que con 2 veces más se alcanza el 1.414. Por lo tanto, no se llegará al 1.417.

Los alumnos y las alumnas pueden llegar a cada número sumando desde 1 o sumando desde algún número cercano. Resulta importante aquí que el o la docente promueva la escritura del número como un producto, por ejemplo, 7 x 100, 7 x 200, etcétera.

Después de resolver los problemas 1 y 2, se sugiere organizar una instancia de discusión colectiva en la que, a partir de comparar los procedimientos y las respuestas elaboradas, se sistematice y defina a qué se llama múltiplo, así como recuperar la idea de que las tablas de multiplicar "no terminan en el 10". Es decir, podría escribirse: *si se llega a un número haciendo la escala del 7, o sumando de 7 en 7, o se puede escribir como una multiplicación de un número por 7, se lo llama múltiplo de 7. Por ejemplo, 770 es múltiplo de 7 porque se obtiene sumando de a 7 o haciendo 110 x 7.*

Por otra parte, al recuperar la idea de que las tablas "no terminan en el 10", se podrá plantear si será cierto que *al continuar la tabla del 7 indefinidamente se encuentran los múltiplos de 7.* Este planteo apunta a que los alumnos y las alumnas no supongan, a partir de los ejemplos que suelen manejarse en las clases o del trabajo con las tablas de multiplicar, que no es posible encontrar múltiplos de un número más allá de multiplicarlo por 10.

Posiblemente, durante las discusiones recurran a ejemplos y a casos específicos utilizando números. El o la docente podrá permitir que se apoyen en estos casos particulares, pero será interesante orientar la discusión hacia formulaciones que se aproximen progresivamente al terreno de lo general y que puedan responder apelando a las definiciones presentadas. Se espera que los alumnos y las alumnas propongan argumentos del tipo: *si multiplico 6 por cualquier número, me va a dar un múltiplo de 6; siempre que multiplico un número por otro, el resultado es múltiplo de cada uno de esos dos números*, etc. En algún momento de este trabajo, entonces, es importante establecer una conclusión más general sobre la noción de múltiplo, buscando qué tienen en común, en qué se parecen los diferentes problemas que se han ido resolviendo. Por ejemplo, se podría afirmar: *cuando un número está en la tabla de otro —porque es resultado de una multiplicación de ese número por otro número natural—, podemos decir que "es múltiplo de". O sea, como 7 x 110 = 770, 770 está en la tabla del 7 y del 110, y entonces es múltiplo de 7 y de 110. O como 50 x 6 = 300, 300 está en la tabla del 5 y del 50, entonces es múltiplo de 50 y de 6*, etc. A partir de analizar estas ideas generales, será interesante establecer que siempre es posible encontrar un nuevo múltiplo de cualquier número y discutir entonces que todos los números (excepto el 0) tienen infinitos múltiplos, o que no es posible encontrar todos los múltiplos de un número porque son infinitos.

Los problemas 3 y 4 requieren que ya se haya sistematizado la noción de múltiplo de un número. El primero tiene la intención de que las alumnas y los alumnos puedan encontrar un recurso rápido para identificar un "número seguro" a partir del cual poder sumar de a 8, e incluso restar de a 8, aunque este último procedimiento suele ser algo menos habitual. Un error posible es que comiencen sumando desde el 140, ya que es el primer número que se presenta en el cuadro. En ese caso, puede ser una intervención útil del o la docente hacer referencia a lo discutido antes en los problemas 1 y 2 sobre la necesidad de asegurar primero el número a partir del cual se empieza a contar. Se puede preguntar, por ejemplo: *¿estás seguro o segura de que el 140 está en la tabla del 8? ¿Cómo podrías averiguarlo? ¿Qué números están "seguro" en la tabla del 8 para poder empezar a contar desde ahí?*, etc. Al comprobar que 140 no es múltiplo de 8, podrían intentar ir probando con los números siguientes hasta llegar al 144, que es el primer múltiplo de esta tabla, para luego, desde ahí, ir sumando de 8 en 8. Hay diversos procedimientos que podrían utilizar para determinar si los números de la tabla son múltiplos o no: partir del 80 —que no está en el cuadro— e ir sumando hasta llegar al 140, o descomponer los números en múltiplos "seguros" de 8 —como 160, pues es igual a 8 x 20— y de ahí sumar y/o restar, etcétera.

En el problema 4, los alumnos y las alumnas se enfrentan nuevamente a otro tipo de tarea. Se trata ahora de encontrar modos de explicar *cómo estar seguros* de si un número es o no múltiplo de 6. Es posible que surjan diversas ideas, como sumar de 6 en 6 desde 1 o desde otro número, usar multiplicaciones ya conocidas y disponibles, o apoyarse en diversas descomposiciones (por ejemplo: 642 = 600 + 42, y luego 6 x 100 = 600 y 6 x 7 = 42).

Resulta fundamental anticipar la posible presencia de ciertas ideas erróneas en el momento de resolver este problema. Un error frecuente en estos casos es considerar el 106 un múltiplo de 6 porque termina en 6. Si eso ocurriera, se podrá proponer analizar algunos contraejemplos que invaliden esa conjetura, tal vez presentando números más pequeños. O sea: el 16 termina en 6, pero no es múltiplo de 6.

Puede resultar valioso, luego de este trabajo, sistematizar con la clase que hay diversas maneras para saber si un número es múltiplo de 6:

- Tratar de escribirlo como producto de 6 por algún otro número.
- Identificar un múltiplo de 6 cercano al número y verificar si sumando (o restando) varias veces 6 se llega a él.
- Analizar si es posible descomponer el número en múltiplos de 6.

Si no hubiera surgido entre los procedimientos de los alumnos y las alumnas la posibilidad de dividir por 6, podría incluirse también y averiguar si el resto es 0, como una opción más.

Los problemas 5 y 6 se proponen para discutir la idea de múltiplo común. En la puesta en común en la que se analicen las resoluciones del punto **a** del problema 5, será interesante advertir que el primer número en el que coinciden es el 15, pues está tanto en la tabla del 3 como en la del 5. Para encontrar los otros números posibles, se puede pensar que cada tres veces 5 se tiene una cantidad exacta de veces 3. Entonces, cada 15 números coincidirán. Lo mismo a propósito del ítem **b**: el primer número común es 30. Cada 5 veces 6, se tiene una cantidad exacta de veces 5 y una cantidad exacta de veces 3. Por lo tanto, se podrá afirmar que coincidirán cada 30 números. Se busca también que las alumnas y los alumnos adviertan que se puede seguir contando de este modo de manera indefinida y, por lo tanto, que las posibilidades son infinitas en ambos casos.

La recta numérica también puede constituir un recurso valioso para explicar las coincidencias de los números en los que se "cae" al dar diferentes "saltos", es decir, al avanzar tomando distintos intervalos.

El problema 6 retoma lo planteado en el problema 5 en un nuevo contexto. El punto **b** permite analizar que es posible encontrar un múltiplo común menor. La o el docente podrá proponer otros casos para que los alumnos y las alumnas reutilicen lo trabajado e intenten encontrar múltiplos comunes y el menor de los múltiplos comunes, como por ejemplo: 4 y 7; 14 y 8, etc. No es propósito de la enseñanza en la escuela primaria que utilicen el procedimiento conocido como "factoreo". La intención es que se pongan en juego las estrategias que se han ido desarrollando en los análisis de los problemas.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Luego de una instancia de discusión colectiva acerca de las resoluciones de los problemas 5 y 6, sería conveniente que en las carpetas quede registrada la idea de múltiplo común. Podría escribirse: *si un número es múltiplo de 4 y de 5 al mismo tiempo, es un múltiplo común de 4 y de 5. Por ejemplo: 40 es múltiplo de 4 y de 5 porque* $4 \times 10 = 40$ y $5 \times 8 = 40$; también a través de una enunciación más general: *cualquier número que esté en la tabla de dos o más números es un múltiplo común de esos números.* Asimismo, otra idea para sistematizar podría ser: *el múltiplo común menor entre dos o más números es el menor de todos los múltiplos comunes a esos números sin tener en cuenta el 0.*

Actividad 2. Problemas usando divisores

Los problemas de esta actividad apuntan a trabajar las nociones de divisor y de divisor común. Hay diversas maneras de abordar la idea de divisor. Es posible hacerlo desde la división (considerando si el resto es 0) o desde la multiplicación (analizando si se trata de factores en los que es posible descomponer un número). En estas propuestas, se busca poner en relación ambas ideas.

Problemas usando divisores

Actividad 2

Problema 1

Resuelvan los siguientes problemas. En cada uno, expliquen cómo pueden hacer para estar seguros de su respuesta.

a. Si se resta muchas veces 5 al número 345, ¿se llega a 0?
b. Si se resta muchas veces 4 al número 754, ¿se llega a 0?
c. Si se resta muchas veces 7 al número 1.750, ¿se llega a 0?

Problema 2

a. Para pensar si se llega a 0 cuando se resta 6 al número 138 todas las veces que sea posible, Matías, Nicol y Abril hicieron cosas distintas:

Matías
Agrupé muchas veces el 6 para restar menos veces. Hice 20 veces 6 y me dio 120.
¿Cómo habrá continuado el procedimiento Matías?

Nicol

Busqué si había una multiplicación por 6 que diera 138.

¿Qué multiplicación habrá encontrado Nicol? Búsquenla y escríbanla a continuación.

Abril

Yo usé una división.

¿Qué división habrá usado Abril? Escríbanla y, luego, resuélvanla.

b. Si se resta muchas veces 9 al número 3.749, ¿se llegará a 0? ¿Es posible usar los procedimientos de Nicol o de Abril para resolver esto? Si es posible, elijan uno y encuentren la respuesta.

Problema 3

a. ¿Es cierto que 3 es divisor de 3.820? ¿Cómo se dieron cuenta?

b. Busquen y escriban *todos* los divisores de:

12 ____________________

17 ____________________

30 ____________________

23 ____________________

c. Busquen y escriban un número que tenga solo dos divisores y otro que tenga por lo menos cuatro.

Problema 4

Para decorar el pizarrón de la cartelera de la entrada de la escuela, se necesitan tiras de cintas *de la misma medida*. En la cooperadora, hay dos tiras largas de cinta que quedaron de la cartelera anterior: una de 18 cm y otra de 45 cm. ¿De qué longitudes iguales pueden cortarse las tiras de manera que no sobre nada de cinta?

Problema 5

a. Revisen las definiciones de divisor de un número que anotaron en sus carpetas.
b. Teniéndolas en cuenta, resuelvan estas situaciones:

- Busquen dos números que sean *al mismo tiempo* divisores de 24 y de 36.
- Busquen dos números que sean *al mismo tiempo* divisores de 18 y de 42.
- Busquen el *mayor divisor común* entre 20 y 36.
- Busquen los *divisores comunes* entre 13 y 23.

Actividad anterior
Actividad siguiente

Si bien es probable que para resolver las tres situaciones planteadas en el problema 1 haya quienes utilicen restas sucesivas —ya que en los enunciados se hace una referencia explícita a esta operación—, es esperable que abandonen rápidamente este procedimiento por resultar "largo" y poco económico. En caso de que esto no suceda, será importante que el o la docente realice intervenciones que alienten a probar con otros cálculos menos trabajosos. Además, los números en juego, grandes y poco "amigables" —puestos allí intencionalmente—, fuerzan a buscar estrategias multiplicativas, ya sea divisiones o multiplicaciones. Intervenciones con preguntas como las siguientes podrían ayudar a que aparezcan estrategias multiplicativas: *¿se pueden sacar muchos 7 juntos para ir más rápido?* O también: *¿no conviene sacar de a más cantidad junta?; ¿puede ayudar multiplicar por 7 para poder sacar de a más cantidad a la vez?; si se trata de buscar todos los 7 que hay en ese número, ¿qué cálculos podríamos usar para poder hacerlo más rápido?*, etcétera.

En el caso particular de que se utilice la división, será interesante focalizar el análisis en el resto: el hecho de que sea 0 o no ayudará a definir las respuestas para las preguntas planteadas. Los problemas que siguen a continuación permiten avanzar en ese sentido.

Es probable que sea necesario presentar otros problemas similares a estos para que los alumnos y las alumnas tengan la oportunidad de volver a utilizar otros procedimientos más económicos que hayan circulado durante la discusión grupal.

La intención del problema 2 —y otros similares que se propongan— es concluir que, si al dividir el número del cual se parte por el número que el problema pide restar sucesivamente se obtiene resto 0, entonces se puede afirmar que, de realizarse efectivamente esas restas, se llegará a 0. La división aparece entonces como un procedimiento posible para resolver estas situaciones. Será un momento propicio para sistematizar que 6 es divisor de 138 porque al dividir 138 por 6 se obtiene como resto 0. Este problema también permite poner en juego la relación con la multiplicación, ya que favorece el avance sobre la idea de que 6 es divisor de 138 porque se puede encontrar un número, en este caso el 23, que multiplicado por 6 da como resultado 138. En una instancia de discusión colectiva posterior a la resolución de estos problemas, el o la docente podrá proponer encontrar relaciones con lo ya trabajado en la actividad 1 acerca de la idea de múltiplo: en este caso, el 138 es múltiplo de 6. Esta relación entre múltiplo y divisor será retomada en la actividad 3.

Ver actividad 1
Ver actividad 3

A partir de este trabajo, puede resultar valioso dejar registro en las carpetas tanto de los procedimientos utilizados como de las definiciones de divisor a las que se ha llegado durante la discusión grupal, con la finalidad de poder retomarlos cuando sea necesario. La consigna del problema 5 justamente explicita revisar la carpeta para recuperar esas definiciones.

El problema 3 tiene como objetivos reutilizar la noción de divisor en nuevas situaciones, poner en juego diversos procedimientos que permitan encontrar divisores de un número, determinar cuándo un número es divisor de otro y abordar la idea de que no todos los números tienen la misma cantidad de divisores.

En el ítem **a**, se espera que los alumnos y las alumnas utilicen la división como herramienta de resolución (y, en ese caso, que verifiquen si el resto es o no 0) o que realicen diferentes descomposiciones del número. Esas descomposiciones podrán dar lugar a procedimientos que involucren la multiplicación o la división.

Por ejemplo, como $3.820 = 3.600 + 210 + 10$, es factible analizar si esos números pueden escribirse como múltiplos de 3, con lo cual esto podría quedar expresado del siguiente modo: $3 \times 1.200 + 3 \times 70 + 3 \times 3 + 1$. Este último 1 serviría para explicar por qué el 3 no es divisor de 3.820, ya que no hay ningún número (dentro del conjunto de los naturales) que multiplicado por 3 dé como resultado 1.

Otra alternativa es que la descomposición del número permita determinar si el resto de cada una de las divisiones parciales dará o no 0. En este caso, si se considera $3.820 = 3.000 + 600 + 210 + 10$, las divisiones que tienen resto 0 son: $3000 : 3$; $600 : 3$ y $210 : 3$, pero $10 : 3$ tiene como resto 1.

Para que estos razonamientos sean posibles, es necesario que los alumnos y las alumnas tengan disponible cierto repertorio de cálculos, entre ellos, multiplicaciones y divisiones por números redondos.

Los ítems **b** y **c** apuntan a dar continuidad a lo trabajado en el problema anterior, promoviendo la búsqueda de procedimientos para hallar divisores: encontrar multiplicaciones que den 12, 17, etc., o ir probando con divisiones. A partir de la resolución de estos problemas, será posible establecer que, si un número es resultado de la multiplicación de dos factores, cada uno de esos factores es un divisor. Es probable que en esta búsqueda de divisores los alumnos y las alumnas no consideren el 1 o el número mismo como divisores (por ejemplo, 1 y 12 como divisores de 12). En ese caso, será conveniente que el o la docente presente esas opciones como alternativas.

Luego de analizar colectivamente estos problemas —y otros similares—, se podrá concluir que hay números que solo tienen dos divisores (como ocurre con el 23 y el 17): el 1 y el número mismo. En efecto, esta es la idea que se espera desarrollar en el punto **c**.

También es intención —a partir de este trabajo— que pueda sistematizarse la noción de número primo y número compuesto:

- Un número natural es primo si tiene únicamente dos divisores, que son el 1 y el número mismo, ya que solo se puede escribir como producto de esos dos números.
- Un número natural distinto de 0 es compuesto si tiene más de dos divisores.
- El 0 y el 1 no son ni primos ni compuestos, pues el 1 solo es divisible por 1 y el 0 es divisible por todos los números, pero no por sí mismo. (Será necesario que la o el docente explique o recuerde que, si se intentara definir la división *cero dividido cero*, el resultado podría ser cualquier número, con lo cual la operación perdería sentido.)

En los problemas 4 y 5, se pone en juego la noción de divisor común. Teniendo en cuenta la complejidad de la consigna del problema 4, se sugiere la posibilidad de recurrir a un dibujo en el pizarrón que facilite la representación de la situación. Será necesario que el o la docente sostenga la idea de que ambas cintas deben cortarse de la misma medida, idea que los alumnos y las alumnas suelen omitir al intentar resolver cuestiones de este tipo.

En el problema 4, se admiten tres respuestas posibles: 1 cm, 3 cm y 9 cm. En la discusión colectiva luego de la resolución, puede conversarse sobre cuál sería la longitud mayor posible que podría tener cada tira.

Se tratará de establecer que, si un número es al mismo tiempo divisor de dos o más números, es un *divisor común a esos números*. Por ejemplo, 1, 3 y 9 son divisores comunes a 18 y 45, porque si a 18 y a 45 se los divide por 1, por 3 o por 9, el resto es 0. También puede establecerse que 18 y 45 están en la tabla del 1, del 3 y del 9. Otra idea que podría derivar de la discusión del problema es que el máximo común divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes, en este caso, el 9.

En el problema 5, se propone retomar y reutilizar los procedimientos de búsqueda de divisores comunes entre dos números dados. El ítem **a**, como ya fue señalado, plantea revisar las definiciones de divisor de un número que se han ido elaborando y registrando en las carpetas a modo de conclusiones, como producto de las diferentes discusiones colectivas. Para llevar a cabo esta actividad, hay diversos modos de organizar el trabajo. Podría haber un primer momento de revisión de lo registrado en las carpetas en forma individual o en parejas, para luego realizar una puesta en común colectiva que permita recuperar las diferentes maneras de definir un divisor. Otra posibilidad es hacer directamente un trabajo conjunto de toda la clase, generando un espacio de intercambio y de sistematización colectiva. La decisión acerca del criterio para implementar esta actividad dependerá, entre otros factores, de la experiencia que tenga cada grado en evocar ideas ya trabajadas a partir de mirar retrospectivamente las carpetas. Si es la primera vez que se va a realizar, se sugiere hacerlo desde el inicio de modo colectivo. Es esperable que retomar las conceptualizaciones ya estudiadas favorezca la resolución del ítem **b**. El o la docente podrá sugerir, en caso de considerarlo necesario, que para resolver problemas de este tipo puede resultar útil buscar primero los divisores de cada uno de los números y luego identificar las coincidencias.

Actividad 3. Otra vuelta de problemas con múltiplos y divisores

Con este grupo de problemas, se propone que los alumnos y las alumnas se enfrenten con otro tipo de tarea: se trata ahora de discutir afirmaciones y producir explicaciones que pongan en juego lo trabajado hasta el momento sobre múltiplos y divisores. Ya no solo se pretende que resuelvan problemas, sino que la tarea ahora es además formular argumentos. Este tipo de situaciones resultan propicias para generar en la clase momentos de intercambio interesantes desde el punto de vista de lo que implica *hacer matemática*. Argumentar acerca de la verdad o la falsedad de proposiciones permite avanzar hacia cuáles son los modos de establecer la verdad en matemática.

Otra vuelta de problemas con múltiplos y divisores — **Actividad 3**

Problema 1

Si $48 \times 12 = 576$, decidan si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. 48 es divisor de 576 ______

b. 48 es múltiplo de 576 ______

c. 576 es múltiplo de 12 ______

d. 12 es divisor de 576 ______

e. 576 es divisor de 12 ______

Problema 2

Expliquen por qué las siguientes afirmaciones son correctas.

a. Todos los números son múltiplos de 1.
b. El 1 es divisor de todos los números.
c. El 0 es múltiplo de todos los números.
d. Cualquier número es divisor de sí mismo.

Problema 3

Determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen cómo se dieron cuenta.

a. Si un número es más grande que otro, tendrá más divisores.
b. Si dos números son múltiplos de 4, entonces su suma también es múltiplo de 4.
c. Si un número es múltiplo de otro, entonces la división del primero por el segundo da como resto 0.
d. La cantidad de múltiplos de un número es infinita.
e. La cantidad de divisores de un número es infinita.

Actividad anterior
Actividad siguiente

La intención del problema 1 es avanzar explicitando las relaciones que existen entre los conceptos de múltiplo y divisor. Por ejemplo, si $25 \times 6 = 150$, entonces 150 *es múltiplo* de 25 y de 6. También, entonces, 6 y 25 *son divisores* de 150. O sea, se trata de determinar que si un número es divisor de otro, este último es múltiplo del primero. Esa suele ser una relación que muchas veces a las alumnas y los alumnos les resulta difícil de explicar. Por eso, es importante acompañarla con registros en las carpetas y en carteles a los que se pueda volver cuando sea necesario. Por ejemplo:

$5 \times 6 = 30$

Divisor de 30 — Divisor de 30 — Múltiplo de 5 y 6

En los problemas 2 y 3, se trata de argumentar sobre la validez de algunas afirmaciones. En el primero, se propone analizar afirmaciones sobre el rol de los números 0 y 1 respecto de estas relaciones que se están estudiando. Para afirmar que 1 es múltiplo de todos los números, se puede recorrer la serie de productos que se obtienen con el factor 1: 1×1; 2×1; 3×1, etc., o también reconocer que todo número se puede componer con una multiplicación de 1 por ese número y entonces es su múltiplo. A partir de ella, y apoyándose en las relaciones entre múltiplo y divisor, se podría argumentar que el 1 es divisor de todos los números.

Un aspecto importante que se debe tener en cuenta es que para alcanzar afirmaciones universales es usual que los alumnos y las alumnas recurran a muchos ejemplos. Será oportuno que la o el docente intervenga para hacer avanzar los argumentos asociados a la enumeración de casos particulares, a fin de producir aseveraciones cada vez más generales. Por ejemplo: *el 1 es divisor de todos los números porque, si se divide cualquier número por 1, el cociente es el mismo número y el resto es 0.*

Nuevamente, en el problema 3 se espera que algunas de las explicaciones posibles que se utilicen para determinar si las afirmaciones presentadas son verdaderas o falsas se apoyen en ejemplos numéricos concretos. Será interesante plantear que basta con un contraejemplo para refutar una sentencia. Sin embargo, para afirmar su validez, no será suficiente con encontrar casos que la corroboren, por muchos que ellos sean. Es importante ir avanzando progresivamente hacia validaciones argumentativas, aunque no es esperable que puedan ser abordadas completamente en la escuela primaria por la complejidad que revisten. Sin embargo, este tipo de tarea da la posibilidad de introducir ese modo de trabajo que será profundizado más adelante.

Por ejemplo, para argumentar que *los múltiplos de un número son infinitos*, se podrá considerar que estos se obtienen multiplicando ese número por cualquier número natural; luego, como hay infinitos números naturales, habrá infinitas multiplicaciones posibles de plantear. Esta idea solo será posible elaborarla en una discusión colectiva, en la que el o la docente la explicite a partir de los muchos ejemplos que presenten los alumnos y las alumnas.

En el caso de la afirmación *si dos números son múltiplos de 4, entonces su suma también es múltiplo de 4*, es probable que también comiencen dando ejemplos donde se verifica esa sentencia: "El 12 y el 16 son múltiplos de 4. Y el resultado de la suma, que es 28, también es múltiplo de 4".

Seguramente, seguirán aportando a la discusión colectiva otros casos. El o la docente podrá intervenir con preguntas del estilo: *¿se cumplirá también con otros ejemplos?; con el 516 y el 820, ¿ocurrirá lo mismo? Probemos.* Luego de analizar varios ejemplos, se podrá plantear: "Probamos con varios casos y en todos funciona esa idea. *¿Cómo podríamos hacer para estar seguros de que funciona siempre?*". A partir de lo que digan los alumnos y las alumnas, se puede sugerir recuperar la idea de que los múltiplos de 4, al dividirlos por 4, tienen resto 0, y que entonces la suma de dos múltiplos de 4, al dividirlos por 4, también tendrá resto 0. Esta es una manera posible de generar un avance hacia explicaciones más generales respecto de los múltiplos de 4. Un salto significativo en relación con la posibilidad de formular generalizaciones sería analizar si la afirmación se cumple para cualquier número.

Para argumentar acerca de si los divisores de un número son infinitos o no, podrán apoyarse en los problemas ya resueltos y determinar que la cantidad de divisores de un número es finita. En este caso, basta con encontrar un ejemplo donde no se cumpla lo que se afirma, para poder constatar que, entonces, esa aseveración es falsa.

Algunas conclusiones a las que es posible arribar luego de este trabajo son:

- El 1 es divisor de todos los números y todos los números son múltiplos de 1.
- Todo número es múltiplo y divisor de sí mismo.
- Los múltiplos de un número son infinitos, pero eso no sucede con los divisores.

Es recomendable que conclusiones como las anteriores queden registradas en las carpetas, ya que, como se señaló oportunamente, la confusión que generan estas denominaciones y la dificultad para recordar sus significados son recurrentes. De este modo, frente a cualquier duda que se les presente, podrán acudir a sus propias anotaciones o a carteles del aula de un modo autónomo.

Para reutilizar las nociones de múltiplo y divisor, y luego del trabajo realizado a lo largo de la actividad 3, se puede proponer a los alumnos y las alumnas el juego Retirando múltiplos y divisores, disponible en el sitio Red Educativa Digital Descartes.

Luego de jugarlo, será factible plantear preguntas a la clase que inviten a volver sobre lo aprendido. Por ejemplo, pedir que identifiquen los números del juego que tienen solo dos divisores, cuáles son divisores de más de un número, qué estrategia es conveniente utilizar para eliminar la mayor cantidad de números posible, etcétera.

Actividad 4. Descomposición multiplicativa

Esta actividad tiene la intención de retomar la idea de divisor que fue abordada en las actividades 2 y 3. Cuando un número se puede escribir como un producto de dos factores, ambos son divisores de este. Por ejemplo: $6 \times 8 = 48$; por lo tanto, 6 y 8 son divisores de 48. Aquí se avanza además sobre la idea de que un número se puede descomponer en más de dos factores y que todos ellos resultan divisores, así como también los productos entre ellos. Esas descomposiciones también permiten facilitar ciertos cálculos y obtener los resultados mentalmente. Esta cuestión se vincula con el trabajo sobre propiedades de la multiplicación, en particular sobre la propiedad asociativa y conmutativa. Si ese tema ha sido trabajado anteriormente, puede ser una muy buena oportunidad para retomarlo durante la discusión de los problemas que siguen.

Ver actividad 2

Ver actividad 3

Descomposición multiplicativa

Actividad 4

Problema 1

a. Para un recital, los organizadores tienen que acomodar 120 sillas en el sector preferencial. La manera que pensaron para ordenarlas es colocando 2 filas de 60 sillas cada una. Si tienen que armar filas de la misma cantidad de sillas cada una y que no sobre ninguna, ¿cuáles son todas las otras posibilidades que tienen para acomodarlas?

b. Encuentren todas las maneras de acomodar 23 sillas. ¿Cuántas maneras hay? ¿Cómo hicieron para saberlo?

c. ¿Es posible acomodar 36 sillas en filas de a 5 y que no sobre ninguna? ¿Cómo hicieron para saberlo?

d. Escriban todas las multiplicaciones que conozcan que den 40.

Problema 2

a. Estos cálculos pueden escribirse usando multiplicaciones de números de una sola cifra. Escriban tres formas posibles para cada uno.

28×12 ______________________________

30×15 ______________________________

b. Escriban estos cálculos como multiplicaciones de solo dos factores.

3 x 4 x 2 x 6 ______________________________

7 x 3 x 5 x 2 ______________________________

Problema 3

a. Si 210 es el resultado de 7 x 3 x 5 x 2, ¿son ciertas las siguientes afirmaciones? Expliquen cómo se dan cuenta.

- 210 es múltiplo de 7.
- 210 es múltiplo de 15.
- 3 es divisor de 210.
- 8 es divisor de 210.
- 6 es divisor de 210.

b. Sabiendo que 420 es igual a 3 x 7 x 2 x 2 x 5, escriban tres números de dos cifras que sean divisores de 420.

Actividad anterior

Los problemas 1 y 2 ponen en juego la necesidad de descomponer y componer multiplicativamente los números. En el problema 1, el ítem **a** admite muchas respuestas posibles y será necesario, luego de resolverlo individualmente o en parejas, discutir con el colectivo de la clase cómo hacer para encontrarlas todas: 1 fila de 120 sillas o 120 filas de 1 silla, 2 filas de 60 o 60 filas de 2, 3 filas de 40 o 40 filas de 3, 4 filas de 30 o 30 filas de 4, 6 filas de 20 o 20 filas de 6, 15 filas de 8 u 8 filas de 15, 5 filas de 24 o 24 filas de 5, 12 filas de 10 o 10 filas de 12.

Por su parte, el ítem **b** admite solo dos: 1 fila de 23 sillas o 23 filas de 1 silla cada una. El ítem **c** propone interpretar un modo de organizar las sillas que resulta imposible dados los números involucrados. Es decir, el ítem **a** da lugar a analizar que 120 tiene muchos divisores; el ítem **b**, que 23 solo tiene 2 por tratarse de un número primo, y el ítem **c**, que 5 no es divisor de 36.

El ítem **d**, por su parte, está presentado en un contexto intramatemático. La elección del 40 se basa en que se trata de un número que permite pensar diferentes multiplicaciones, pues tiene varios divisores: 40, 20, 10, 8, 5, 4, 2, 1.

En la puesta en común del problema 1, en los ítems **a**, **b** y **c** es importante que el o la docente intervenga para promover que se escriban con un cálculo de multiplicación las distintas combinaciones que los alumnos y las alumnas logran encontrar para responder cada uno de los puntos. Así, luego de analizar el ítem **a**, podrá anotarse en el pizarrón que 2 filas de 60 sillas se escribe como 2 x 60, o que 40 filas de 3 sillas se escribe como 40 x 3. En el ítem **c**, podrá analizarse que no es posible acomodar 36 sillas en filas de a 5, pues no hay ninguna multiplicación por 5 que dé 36, o, retomando lo que ya se ha trabajado hasta el momento, que 36 no es múltiplo de 5 o que 5 no es divisor de 36. Es fundamental que desde las intervenciones docentes se evoquen esas relaciones ya conocidas para poder reutilizarlas en estas nuevas situaciones. Más adelante, en el problema 3, se podrá avanzar sobre la idea de que todos los factores y también sus combinaciones son divisores.

El problema 2 presenta situaciones en contexto intramatemático. Luego de resolverlo de manera individual o en parejas, podrá analizarse que los números se pueden descomponer multiplicativamente de diversas maneras, y que asociando factores se obtienen los mismos productos. Específicamente en el ítem **a**, se pide que la descomposición sea solamente con números de una cifra. En el caso de 28 x 12 hay más de una posibilidad para ambos números. Para el 28 : 7 x 4 o 7 x 2 x 2. Para el 12 : 4 x 3, 6 x 2, 2 x 2 x 3. En cambio, en 30 x 15, el 30 admite más de una posibilidad y el 15, solo 3 x 5.

Hay dos cuestiones relevantes en las que se podría centrar la discusión colectiva. Por un lado, en que algunos números se pueden descomponer en más de dos factores. Esto muchas veces no es advertido por alumnos y alumnas, quienes solamente proponen descomposiciones de dos factores. Frente a eso, el o la docente puede sugerir nuevas descomposiciones que impliquen tres factores. Por otra parte, otro asunto relevante es reconocer que la posibilidad de descomponer multiplicativamente "se agota" al llegar a los factores primos.

En el ítem **b**, se pide el proceso inverso: asociar distintos números para encontrar una multiplicación de solo dos factores.

Ambos ítems de este problema permiten recuperar el trabajo realizado sobre las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación.

El ítem **a** del problema 3 habilita el análisis de la relación entre descomposición multiplicativa de un número y la búsqueda de divisores. En el primer caso, es posible afirmar que 7 es divisor de 210 porque es uno de los factores de la descomposición planteada y puede pensarse que 7 x (3 x 5 x 2) = 210, o sea 7 x 30 = 210. A partir de esto, puede analizarse que 210 es múltiplo de cada uno de los cuatro factores iniciales y que 3, 7, 5 y 2 son divisores de 210.

El segundo caso, en cambio, requiere explorar si el 15 puede componerse con algunos de los factores presentes. Esto permite poner en evidencia que 210 es múltiplo de otros números, además de los ya considerados, que resultan de la combinación de los dados: $210 = 3 \times 7 \times 10 = 21 \times 5 \times 2 = 15 \times 14$. Estas nuevas descomposiciones posibilitan establecer que 210 es múltiplo de 15, de 14, de 10, de 21. Podrían buscarse otros modos de asociar los factores para seguir averiguando más divisores. Como ya se señaló, esta también puede ser una oportunidad para retomar lo trabajado sobre la propiedad asociativa, en caso de que ya haya sido estudiada.

Será interesante recalcar con los alumnos y las alumnas que se puede concluir que todas las descomposiciones y las asociaciones desplegadas "conservan" el 210, sin necesidad de efectuar la cuenta cada vez. Es posible, al pensar el 210 como la descomposición de $7 \times 3 \times 2 \times 5$, identificar sus divisores sin que sea imprescindible recurrir a la división. Esta es una manera de ir comunicando a la clase el poder anticipatorio de las relaciones frente a la realización efectiva de los cálculos.

El ítem **b** del problema 3 retoma esta idea, en este caso respecto a divisores de 420. Se apunta a que los alumnos y las alumnas asocien los factores primos en los que puede descomponerse el 420, para encontrar nuevos divisores. Este problema permite nuevamente plantear el poder anticipatorio de la actividad matemática. Por ejemplo, se puede asegurar que 14 es divisor de 420 sin necesidad de realizar efectivamente la división $420 : 14$, al saber que tanto el 2 como el 7 son dos de sus divisores.

Los alumnos y las alumnas podrían resolver el ítem **a** y a partir de ello realizar una puesta en común, para finalmente abocarse al ítem **b** como una oportunidad en la que reinvertir lo estudiado en el punto anterior.

Orientaciones para la evaluación

A partir del trabajo con los alumnos —con ayuda del o la docente—, se pueden comprender las nociones de múltiplo y divisor, estrechamente vinculadas a las ideas de multiplicación y división. Se espera, además, que puedan buscar múltiplos y divisores comunes por medio de diferentes estrategias de cálculo, sin exigir el uso de representaciones o mecanismos únicos.

Por otra parte, se pretende que puedan comprender y utilizar la idea de que es posible concebir un número formado por multiplicaciones entre otros números.

Asimismo, estas propuestas tienen la intención de que avancen en sus posibilidades de argumentar acerca de la falsedad o la veracidad de afirmaciones sobre múltiplos y divisores. Ciertamente, será importante la intervención docente para completar, reponer, corregir las argumentaciones que se vayan formulando, en un proceso de construcción colectiva sobre este aspecto.

Algunos indicadores de avance en los conocimientos que pueden adquirir los alumnos y las alumnas a lo largo del trabajo con estas actividades —y las que cada docente considere necesario agregar para profundizar y completar la propuesta— son:

- Identificar múltiplos y divisores de números naturales.
- Identificar múltiplos comunes y divisores comunes entre números naturales.
- Descomponer multiplicativamente números naturales, incluida la descomposición en números primos.
- Apelar a la descomposición multiplicativa de un número para encontrar divisores.
- Argumentar sobre la validez de afirmaciones relativas a las nociones de múltiplo y divisor.

Bibliografía

G.C.A.B.A. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2004). *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*. Buenos Aires.

G.C.A.B.A. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento (2004). *Grado de Aceleración 6º/7º. Matemática. Tercer Bimestre. Anexo. Material para el docente*. Buenos Aires.

G.C.A.B.A. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento (2004). *Grado de Aceleración 6º/7º. Matemática. Tercer Bimestre. Divisibilidad y fracciones. Material para el alumno.* Buenos Aires.

G.C.A.B.A. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum (2014). *Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Propósitos y objetivos por sección y por área de Nivel Inicial. Objetivos por grado y por área de Nivel Primario.* Buenos Aires.

G.C.A.B.A. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa. Programas de Aceleración (2019). *Trayectorias 3*. Serie Trayectorias Escolares. Buenos Aires.

G.C.A.B.A. Ministerio de Educación e Innovación. SSPLINED. DGPLEDU. Gerencia Operativa de Currículum (2019). “Divisibilidad. De las operaciones a la construcción de anticipaciones. Una ocasión para abordar la transición entre prácticas aritméticas y algebraicas. Séptimo grado”. Serie Propuestas Didácticas Primaria. Buenos Aires.

Ponce, Héctor (2015). “La enseñanza de la Matemática en la escuela primaria”. En Pitluk, L. (coord.), *Las propuestas de enseñanza y la planificación en la Educación Primaria*. Buenos Aires, Homo Sapiens.


Vamos Buenos Aires