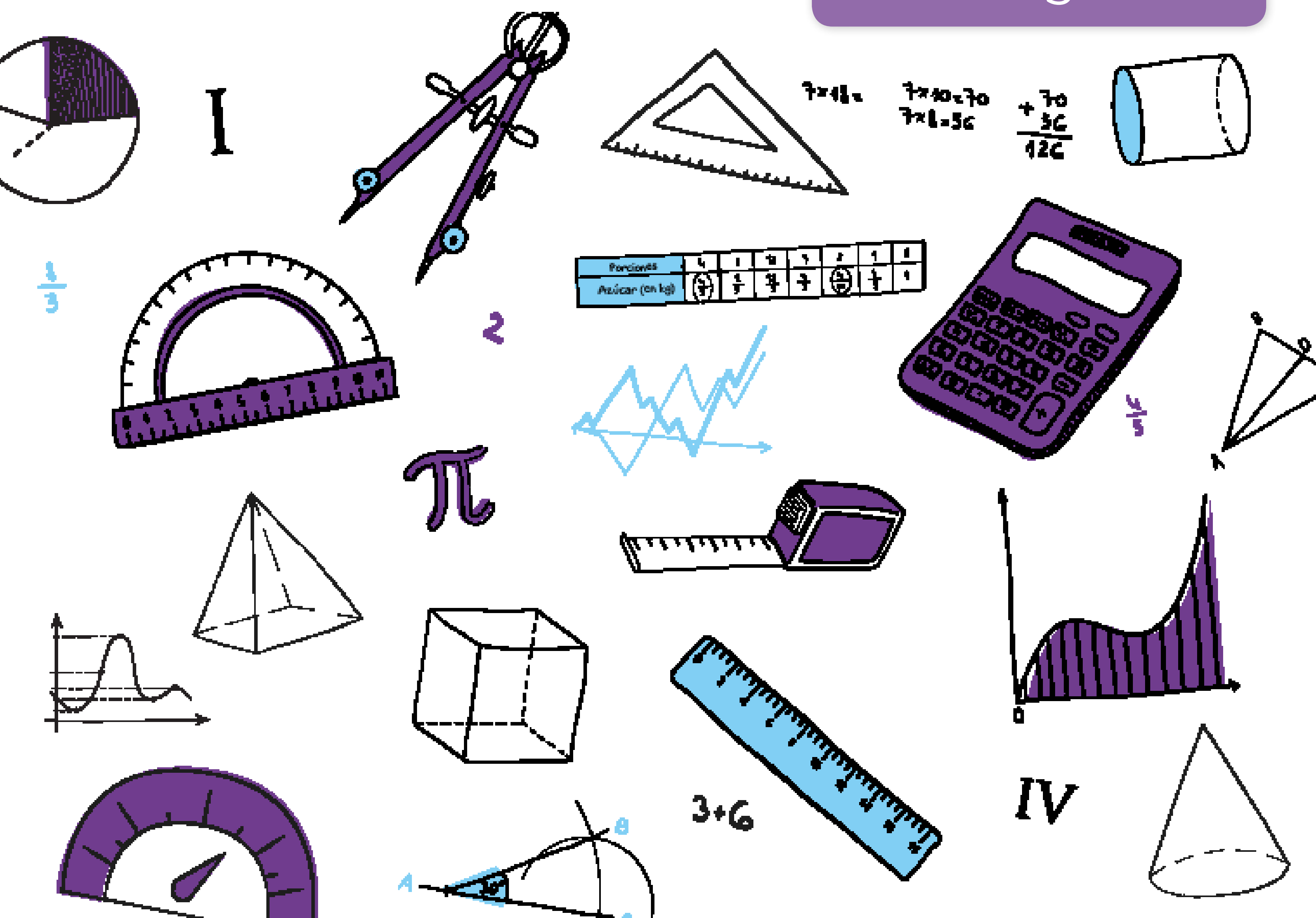
Matemática

Problemas de proporcionalidad directa II: razones, proporciones y gráficos cartesianos

Sexto grado



Serie PROPUESTAS DIDÁCTICAS · PRIMARIA

Buenos Aires Ciudad
Vamos Buenos Aires

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Subsecretario de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa
Santiago Andrés

Directora General de Educación Digital
Mercedes Werner

Gerente Operativo de Tecnología e Innovación Educativa
Roberto Tassi

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología (SSPECT)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Primario: Marina Elberger (coordinación), Marcela Fridman, Patricia Frontini, Ida Silvia Grabina

Especialistas: Héctor Ponce y María Emilia Quaranta (coordinación), Mercedes Etchemendy, Paola Tarasow, Graciela Zilberman

Subsecretaría de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa (SSCITE)
Dirección General de Educación Digital (DGED)
Gerencia Operativa de Tecnología e Innovación Educativa (INTEC)
Roberto Tassi

Especialistas de Educación Digital: Julia Campos (coordinación), Josefina Gutierrez

Idea Original de Equipo Editorial de Materiales Digitales (DGPLEDU)
Silvia Saucedo (coordinación), Octavio Bally, María Laura Cianciolo, Ignacio Cismondi, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Manuela Luzzani Ovide, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Federico Juega Sicardi

ISBN en trámite

Se autoriza la reproducción y difusión de este material para fines educativos u otros fines no comerciales, siempre que se especifique claramente la fuente. Se prohíbe la reproducción de este material para reventa u otros fines comerciales.

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de octubre de 2019.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires / Ministerio de Educación e Innovación / Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.
Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum, 2019.
Holmberg 2548/96, 2.° piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

© Copyright © 2019 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados.
Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Presentación

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria presentan distintas propuestas de enseñanza para el sexto grado de las escuelas primarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Para su elaboración se seleccionaron contenidos significativos de todas las áreas del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo*, respetando los enfoques de cada una. En las secuencias didácticas se ponen en juego, además, contenidos de áreas transversales incluidos en otros documentos curriculares, tales como los *Lineamientos curriculares para la Educación Sexual Integral en el Nivel primario* y el *Anexo Curricular de Educación Digital Nivel Primario*. A partir de este marco, se proponen temas que permiten abordar en la escuela problemáticas actuales de significatividad social y personal para los alumnos.

Los materiales que componen la serie se ofrecen como aportes al momento de diseñar una propuesta específica para cada grupo de alumnos. Al recorrer cada una de las secuencias, el docente encontrará consignas, intervenciones posibles, oportunidades de profundizar y de evaluar, así como actividades y experiencias formativas para los alumnos. Estos materiales promueven también la articulación con la secundaria, dado que comparten los enfoques para la enseñanza de las distintas áreas y abordan contenidos cuyo aprendizaje se retoma y complejiza en el nivel secundario.

Las secuencias didácticas propuestas no pretenden reemplazar el trabajo de planificación del docente. Por el contrario, se espera que cada uno las adapte a su propia práctica, seleccione las actividades sugeridas e intensifique algunas de ellas, agregue ideas diferentes o diversifique consignas.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica areal y otra presenta distintos niveles de articulación entre áreas a través de propuestas biareales y triareales. Cada material presenta una secuencia de enseñanza para ser desarrollada durante seis a diez clases. Entre sus componentes se encuentran: una introducción, en la que se definen la temática y la perspectiva de cada área; los contenidos y objetivos de aprendizaje; un itinerario de actividades en el que se presenta una síntesis del recorrido a seguir; orientaciones didácticas y actividades en las que se especifican las consignas y los recursos para el trabajo con los alumnos así como sugerencias para su implementación y evaluación.

La inclusión de capacidades, como parte de los contenidos abordados, responde a la necesidad de brindar a los alumnos experiencias y herramientas que les permitan comprender,

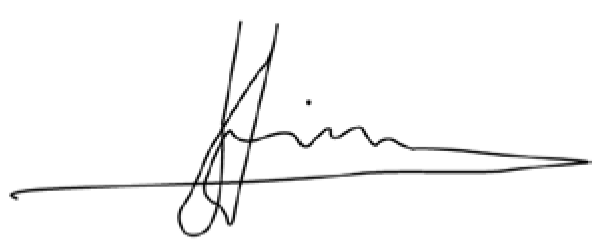
G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. El pensamiento crítico, el análisis y comprensión de la información, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo, el cuidado de sí mismo, entre otros, son un tipo de contenido que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Con ese objetivo, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los alumnos desarrollen estas capacidades y las consoliden.

Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los alumnos. En algunos casos, se incluyen actividades diversificadas con el objetivo de responder a las distintas necesidades de los alumnos, superando la lógica de una única propuesta homogénea para todos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán las propuestas didácticas definitivas, en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que esta serie constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad propuestas que den lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

María Constanza Ortiz
Directora General de Planeamiento Educativo



Javier Simón
Gerente Operativo de Currículum

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Adobe Reader Copyright © 2018. Todos los derechos reservados.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

6 — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas de proporcionalidad para recordar las propiedades

Completar tablas de proporcionalidad directa que incluyan números racionales. Identificar las propiedades de la proporcionalidad puestas en juego en esas

1

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

Problemas de proporcionalidad para recordar las propiedades — Actividad 1

Problema 1

Completen la siguiente tabla que relaciona los kilómetros recorridos por un auto con los

Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior — Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente — Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un vínculo a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Índice interactivo

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Introducción

En este documento, se presenta una serie de actividades con el objetivo de que los alumnos y las alumnas profundicen el estudio sobre las relaciones de proporcionalidad directa ya iniciado en la propuesta para sexto grado "Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones". Allí se plantea que resuelvan situaciones en las que las magnitudes se relacionan proporcionalmente, utilizando diversos procedimientos que involucren las propiedades o la noción de constante de proporcionalidad. Se pretende también que puedan participar de discusiones en las que se analice la conveniencia o no de utilizar una u otra estrategia en función de los datos que se brindan.

Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones

Se retoman aquí aquellas cuestiones trabajadas, se vuelve a poner en juego el uso de las propiedades y de la constante para resolver problemas que incluyen números racionales (tanto fracciones como expresiones decimales) y se avanza hacia el estudio de otros aspectos involucrados en este contenido y nuevos tipos de tareas asociadas. Se inicia con situaciones que exigen la comparación de dos relaciones de proporcionalidad apelando a diversas estrategias según los números intervinientes; se continúa con un primer acercamiento a la noción de *razón* y, finalmente, se presenta una serie de actividades que introducen el uso de la representación gráfica de relaciones proporcionales a través de un sistema de coordenadas cartesianas.

Como se señaló, estas actividades incluyen fracciones y/o expresiones decimales. La intención es que las alumnas y los alumnos se encuentren frente a la necesidad de operar con ese tipo de números, lo que implica necesariamente una nueva complejidad. A través de la resolución de los problemas planteados, podrán enriquecer el significado de este campo numérico, y en particular de las operaciones de multiplicación y división; es muy probable que esto sea relativamente nuevo en su trayectoria escolar. Para abordar las situaciones presentadas, deben tener disponibles algunas relaciones entre fracciones en las que apoyarse: doble/mitad, tercera parte/triple; equivalencias entre medios/cuartos/octavos, entre tercios/sextos, entre quintos/décimos, etc. También es preciso que tengan presentes ciertas relaciones entre fracciones y números decimales: reconocer que $\frac{1}{2}$ es equivalente a $\frac{5}{10}$ y, por lo tanto, a 0,5; que $\frac{1}{10}$ se escribe como 0,1, y que es equivalente a $\frac{10}{100}$, etc. Las operaciones implicadas en la resolución de los problemas podrán entonces encontrar apoyo en esas relaciones conocidas. Es decir, no es necesario que dominen o conozcan los mecanismos para resolver cálculos de multiplicación o división con fracciones o decimales, sino que podrán resolver los problemas a partir de otros conocimientos que ya poseen sobre ellos y el uso de las propiedades de la proporcionalidad que vienen estudiando. Esas formas de resolución podrán ser el primer escalón para avanzar en el trabajo más específico sobre la multiplicación y la

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

división de fracciones por un número natural, y sobre la multiplicación de fracciones entre sí. Estas operaciones encuentran en las situaciones de proporcionalidad un contexto que les da sentido. La construcción del concepto de proporcionalidad aparece fuertemente imbricada con la ampliación del campo numérico, o sea, con el avance desde el conocimiento de los números naturales hacia el de los racionales. En esa misma dirección, la idea de razón que aparece más adelante, en la actividad 3, permitirá también retomar el trabajo realizado sobre fracciones equivalentes dándole un nuevo sentido.

Ver actividad 3

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

Matemática
Ejes/Contenidos
• Resolución de problemas de proporcionalidad directa conociendo un par de números que se relacionan. • Utilización de diferentes estrategias para resolver problemas: uso de la constante de proporcionalidad y de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa. • Análisis de la economía de la estrategia elegida en función de los datos disponibles. • Resolución de problemas que involucren magnitudes de la misma naturaleza: mezclas para formar un compuesto. • Comparación entre diferentes situaciones de proporcionalidad a través de la comparación de las constantes y de gráficos cartesianos. • Representación cartesiana de una situación de proporcionalidad directa. • Multiplicación de fracciones y de expresiones decimales en el contexto de la proporcionalidad directa.
Objetivos de aprendizaje
Se espera que, al finalizar la secuencia didáctica, los alumnos y las alumnas avancen en: • Reconocer y utilizar la constante de proporcionalidad en una relación de proporcionalidad directa entre dos variables. • Utilizar las propiedades de la proporcionalidad directa para resolver problemas. • Comparar relaciones de proporcionalidad directa utilizando estrategias diversas según los datos en juego. • Reconocer la información que brinda la representación cartesiana de una relación de proporcionalidad directa.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

A partir de la resolución y el análisis de los problemas que aquí se proponen, se abordan las relaciones de proporcionalidad directa. En ese sentido, se promueve la profundización en el estudio de las relaciones y los procedimientos utilizados para resolver problemas que involucran tanto números naturales como racionales.

Se incentiva asimismo la lectura y la interpretación de la información contenida en tablas y en sistemas de gráficos cartesianos.

Finalmente, se focaliza sobre la tarea de comparar relaciones de la proporcionalidad directa bajo diversas formas de presentación: tablas, enunciados o gráficos cartesianos.

Educación Digital

Desde Educación Digital, se propone que los alumnos y las alumnas puedan desarrollar las competencias necesarias para un uso crítico, criterioso y significativo de las tecnologías digitales. Para ello —y según lo planteado en el *Anexo Curricular para la Educación Digital en el Nivel Primario*—, es preciso pensarlas en tanto recursos disponibles para potenciar los procesos de aprendizaje en forma articulada, contextualizada y transversal a los diferentes campos de conocimiento.

Anexo Curricular para la Educación Digital en el Nivel Primario

Educación Digital
Competencias digitales involucradas
• Exploración y representación de lo real.
Objetivos de aprendizaje
• Ubicar, organizar, analizar, evaluar, sintetizar, usar y reelaborar de modo crítico información de diversas fuentes y medios, entendiendo las características y la retórica de lo digital.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas de proporcionalidad para recordar las propiedades

1

Completar tablas de proporcionalidad directa que incluyan números racionales. Identificar las propiedades de la proporcionalidad puestas en juego en esas resoluciones.

Actividad 2

Comparar relaciones de proporcionalidad directa

2

Elaborar estrategias que permitan comparar dos relaciones de proporcionalidad directa.

Actividad 3

Otra vuelta: nuevos problemas para comparar relaciones de proporcionalidad

3

Avanzar en el estudio de un nuevo sentido de las relaciones de proporcionalidad directa: la noción de proporción como relación entre partes. Comparar razones.

Actividad 4

Representaciones gráficas. Ejes cartesianos

4

Interpretar la información que brindan los gráficos cartesianos y utilizarla para encontrar nuevos valores o para comparar el comportamiento de dos o más relaciones de proporcionalidad.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Orientaciones didácticas y actividades

En el desarrollo de estas actividades, se prevé que las alumnas y los alumnos trabajen, en un principio, en pequeños grupos, en parejas o individualmente para resolver los problemas. Luego de esta instancia, y a propósito de los procedimientos empleados, se sugieren posibles modos de intervenir para hacer avanzar sus resoluciones. A su vez, se proponen momentos de sistematización de lo estudiado hasta el momento.

Actividad 1. Problemas de proporcionalidad para recordar las propiedades

En esta actividad se presentan problemas de proporcionalidad que incluyen la información brindada en diferentes tablas. Se espera que, a partir de la resolución de estas situaciones, las alumnas y los alumnos puedan recuperar las propiedades de la proporcionalidad y también avanzar en el conocimiento de las operaciones con números racionales.

Los dos primeros problemas ponen en juego valores expresados en números fraccionarios. Para su resolución, resulta indispensable que tengan disponibles algunas relaciones entre fracciones en las cuales apoyarse: *mitades/dobles/triples*. De no ser así, será conveniente que, antes de avanzar con este trabajo, la o el docente proponga actividades para revisitar esos temas.

El último problema involucra expresiones decimales en el contexto de la medida. En ese caso, es importante que hayan trabajado previamente la relación entre fracciones, fracciones decimales y números decimales, así como también las equivalencias entre unidades de longitud.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Problemas de proporcionalidad para recordar las propiedades

Actividad 1

Problema 1

Completen la siguiente tabla que relaciona los kilómetros recorridos por un auto con los litros de combustible que consume, sabiendo que el auto tiene el mismo consumo por cada kilómetro que recorre.

Kilómetros que se recorren	1	2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
Litros de nafta que se utilizan	$\frac{1}{10}$				

Problema 2

Para realizar una receta, por cada $\frac{1}{2}$ kg de fruta, hace falta $\frac{1}{8}$ kg de azúcar. Completen la siguiente tabla para poder saber qué cantidad de cada ingrediente es necesaria según el caso.

Cantidad de fruta (en kg)		$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{9}{4}$
Cantidad de azúcar (en kg)	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{8}$				

Problema 3

La medida de una longitud se puede expresar utilizando distintas unidades: metros, kilómetros, centímetros, etc. Completen la siguiente tabla que relaciona diferentes medidas expresadas en centímetros y en metros.

Metros	5	12	0,5	0,1				
Centímetros					1	0,5	1,5	3

Actividad siguiente

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

El trabajo con los problemas planteados en esta actividad supone que las alumnas y los alumnos ya han tenido la oportunidad de resolver problemas de proporcionalidad directa y han sistematizado sus propiedades. La presencia de conclusiones en las carpetas y en las paredes del aula permitirá recuperar esas ideas trabajadas previamente. De ser necesario, sería valioso dedicar una instancia antes de la realización de esta actividad para hacer una lectura conjunta de estos conceptos. Podrán trabajar individualmente, en parejas o en grupos. En los momentos en que lo crea pertinente, el o la docente podrá intervenir para desarrollar una discusión colectiva de las ideas revisadas a lo largo de los problemas.

En todos los problemas que se plantean se incluyen números racionales, tanto en el conjunto de partida como en el de llegada, y también como valor de la constante de proporcionalidad. Por lo tanto, la resolución implica poner en juego cálculos con números racionales. Los alumnos y las alumnas podrán resolverlos según sus conocimientos, apelando a mecanismos o apoyándose en relaciones conocidas. Como ya se señaló, el contexto de la proporcionalidad resulta propicio para dar sentido a los cálculos con fracciones o números decimales. El o la docente podrá plantear otras actividades similares si encontrara que es necesario estabilizar estas relaciones antes de pasar a realizar los problemas de la actividad 2, Comparar relaciones de proporcionalidad directa.

Ver actividad 2

En el problema 1, a partir de las relaciones de proporcionalidad conocidas por las alumnas y los alumnos, es posible completar los diferentes casilleros de la tabla. Por un lado, queda identificado que la constante de proporcionalidad es $\frac{1}{10}$ litro por kilómetro. Esto significa que, para obtener el correspondiente de una cierta cantidad de kilómetros, es posible multiplicar esa cantidad por la constante de proporcionalidad. Ahora bien, para hallar el correspondiente a $\frac{1}{2}$ km, podrán multiplicar $\frac{1}{2}$ por la constante $\frac{1}{10}$ o apoyarse en que en $\frac{1}{2}$ km el auto consumirá la mitad de nafta que si recorre 1 km. Esta podría ser una oportunidad para relacionar ambas ideas: *buscar la mitad de un número es lo mismo que multiplicarlo por un medio.* Es importante que, luego de la resolución de la tabla, el o la docente intervenga en los grupos o en la discusión general para ayudar a vincular que la mitad de $\frac{1}{10}$ se puede escribir como $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{10}$, también $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10}$, o finalmente $\frac{1}{10} : 2$.

Por su parte, para hallar el valor correspondiente a $\frac{3}{2}$, que podría resultar la incógnita más compleja, los alumnos y las alumnas podrán multiplicar $\frac{3}{2} \times \frac{1}{10}$ si ya han trabajado la multiplicación de fracciones entre sí, o podrán apoyarse en el valor correspondiente a $\frac{1}{2}$ y sumarlo tres veces o multiplicarlo por tres. O sea que, como el valor determinado para $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{20}$, a $\frac{3}{2}$ le corresponde $\frac{3}{20}$. También podrían sumar los litros de nafta que se utilizan al recorrer 1 km y $\frac{1}{2}$ km (o sea: $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$). Si hay quienes se encuentran en dificultades para completar el valor correspondiente a $\frac{3}{2}$, el o la docente podría intervenir para recuperar que $\frac{3}{2}$ es tres veces $\frac{1}{2}$.

Si los alumnos y las alumnas aún no tienen disponible la multiplicación de fracciones entre sí, se trata de una oportunidad para trabajarla. Se podría establecer que es factible deducir que $\frac{3}{2} \times \frac{1}{10}$ *tiene que dar* $\frac{3}{20}$ a partir de haber hallado ese resultado haciendo el triple de $\frac{1}{20}$ [1] o sumando los valores correspondientes para 1 y para $\frac{1}{2}$. El análisis apunta a subrayar cómo tendría que funcionar el algoritmo de la multiplicación para que $\frac{3}{2} \times \frac{1}{10}$ dé $\frac{3}{20}$. Sería este un buen momento para proponer otros valores, de modo que los alumnos y las alumnas enfrenten distintas multiplicaciones de fracciones. Podrían, por ejemplo, hallar la cantidad de nafta necesaria para recorrer $\frac{3}{5}$ km, $\frac{4}{3}$ km, etcétera.[2]

En el problema 2, no se da el valor de la constante y, dados los números en juego, las alumnas y los alumnos podrán apoyarse en las relaciones conocidas entre *medios/cuartos/octavos/*

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

dieciseisavos. Considerar que $\frac{1}{2}$ es la mitad de 1, que $\frac{3}{4}$ puede pensarse como $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$, que $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$, etc., son relaciones en las que apoyarse para poder completar la tabla propuesta. Recordar estas relaciones puede ser una intervención valiosa frente a quienes no encuentren formas de resolución. Entonces, se puede calcular la cantidad de azúcar necesaria para 1 kg de fruta duplicando la necesaria para $\frac{1}{2}$ kg: $\frac{2}{8}$ o $\frac{1}{4}$, que es el doble de $\frac{1}{8}$. Para calcular la cantidad de fruta que corresponde a $\frac{1}{16}$ kg de azúcar, se puede buscar la mitad de la cantidad de fruta que se usa para $\frac{1}{2}$ kg (buscar la mitad de $\frac{1}{2}$, o sea $\frac{1}{4}$). Para conocer la cantidad de azúcar que se precisa para $\frac{3}{4}$ kg de fruta, se podrá multiplicar por 3 la cantidad necesaria para $\frac{1}{4}$ kg, o sea, $3 \times \frac{3}{16} = \frac{1}{4}$. Para $\frac{3}{2}$, se podrá hallar el triple de $\frac{1}{2}$ kg, o sea $\frac{1}{8} \times 3$, o sumar los valores correspondientes a 1 kg y a $\frac{1}{2}$ kg. En el caso de $\frac{9}{4}$, también se habilitan diferentes procedimientos: multiplicar por 9 el valor correspondiente a $\frac{1}{4}$, multiplicar por 3 el valor correspondiente a $\frac{3}{4}$, sumar los valores correspondientes a 2 kg y a $\frac{1}{4}$ kg.

Una vez completada la tabla, se pueden analizar con la clase las diferentes operaciones que surgen de multiplicar cada elemento por la constante de proporcionalidad, retomando lo trabajado en el problema 1:

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$	$\frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$	$\frac{9}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{16}$
$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$	$1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	

En el problema 3, se ponen en juego expresiones decimales. De nuevo, las relaciones y los cálculos que los alumnos y las alumnas establezcan dependerán de sus conocimientos. Será preciso que tengan disponibles las relaciones de dobles y mitades de números decimales. Se hace necesario también que conozcan la relación de equivalencia entre las unidades de medida metro y centímetro. Es una información que no se da en el enunciado ni en la tabla, pero que deben conocer para resolver la situación. Por lo tanto, el o la docente podrá recordarlo si lo considera conveniente. La relación *1 m = 100 cm* resulta la constante de proporcionalidad de esta tabla. Es probable que también se requiera, como apoyo para la resolución, hacer referencia a la equivalencia entre escrituras decimales y fraccionarias ya trabajadas: *la décima parte se escribe 0,1 o* $\frac{1}{10}$; *la centésima parte se escribe* $\frac{1}{100}$ *o 0,01*; etcétera.

La tabla puede ser completada apelando a las propiedades o utilizando el valor de la constante, es decir, multiplicando o dividiendo por 100 (o multiplicando por 0,01) los valores correspondientes en cada caso. Si los alumnos y las alumnas aún no tuvieran disponible esa estrategia, es factible que, basados en las propiedades de la proporcionalidad directa, puedan de todos modos completar la tabla. De esta forma, podrían reconocer multiplicaciones de expresiones decimales aun antes de conocer los procedimientos para obtenerlas. Es viable entonces que, en el marco de una explicación de la o el docente, se reconstruya el

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

mecanismo de la multiplicación de números decimales una vez que se obtuvo su resultado a partir de un contexto particular como el de la proporcionalidad.

Para pasar de metros a centímetros, se debe multiplicar por 100. Para pasar de centímetros a metros, hay que dividir por 100 o multiplicar por 0,01 (o por $\frac{1}{100}$). Como ya se señaló, el conocimiento del contexto y las relaciones entre fracciones y entre números decimales ayuda a completar la tabla. Por ejemplo, podría completarse el valor correspondiente a 0,5 m a partir de establecer que 0,5 es la mitad de 1 m. Lo mismo para completar el valor correspondiente a 0,5 cm: se puede pensar que le corresponde la mitad que a 1 cm. En relación con el valor en metros para 1,5 cm, podrían sumarse los valores de 1 cm y 0,5 cm o multiplicar por tres el valor correspondiente a 0,5 cm.

Luego, a partir de estas relaciones, es posible identificar algunas de las multiplicaciones con números decimales:

0,5 x 100 = 50
0,1 x 100 = 10
0,5 x 0,01 = 0,005
1,5 x 0,01 = 0,015
3 x 0,01 = 0,03

Podría ser este un buen momento para proponer otros valores, de modo que los alumnos y las alumnas enfrenten distintas multiplicaciones de números decimales.

Para la puesta en común, la o el docente podrá decidir, en esta actividad 1, qué tabla o tablas analizar para hacer circular los diferentes procedimientos, trabajar sobre la multiplicación de fracciones y números decimales y establecer criterios que permitan determinar qué estrategias resultan más convenientes en relación con la situación, el problema para resolver y los números involucrados.

Actividad 2. Comparar relaciones de proporcionalidad directa

Los problemas que se presentan a continuación suponen comparar relaciones de proporcionalidad directa. Resulta una tarea de mayor complejidad que los problemas resueltos hasta el momento, que exigían completar tablas de proporcionalidad. Las alumnas y los alumnos deberán elegir aquí aquellas estrategias que les permitan manejar simultáneamente dos relaciones proporcionales para que puedan ser comparadas entre sí. Como en la actividad anterior, es posible que se utilicen diferentes procedimientos. El momento de la puesta en común será esencial para dar a conocer los distintos modos de resolución que

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

aparecieron, compararlos entre sí y observar cómo el tipo de valores en juego permite decidir la estrategia que pueda resultar más propicia para ser utilizada en cada caso.

En algunos de los problemas, se podrá proponer que los alumnos y las alumnas resuelvan en pequeños grupos o parejas, escribiendo una resolución que acuerden conjuntamente en un papel afiche. Esto permitirá luego, en una puesta en común, que cada grupo exponga sus modos de resolver, a fin de analizarlos y compararlos entre sí. El o la docente decidirá si es conveniente que, antes de acordar una estrategia en cada grupo, haya una instancia de trabajo individual.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Comparar relaciones de proporcionalidad directa

Actividad 2

Problema 1

Don Francisco y don Tomás venden la misma clase de figuritas. En el quiosco de don Francisco, el precio de 4 paquetes es de $140. En lo de don Tomás, el importe de 6 paquetes asciende a $240. ¿En cuál de los dos quioscos conviene comprar?

Problema 2

Un auto A consume 18 litros de combustible cada 162 km, y otro B consume 12 litros cada 144 km. Si ambos recorren la misma cantidad de kilómetros a igual velocidad, ¿cuál de los dos autos consume más combustible?

Problema 3

En el supermercado Todo Más, 5 paquetes de azúcar cuestan $172,50. En el supermercado Pola, 9 paquetes de azúcar de la misma marca cuestan $301,50. ¿Dónde conviene comprar? ¿Por qué?

Problema 4

Los jabones Dux y Palmar son de igual calidad. Dux se vende a $30 y tiene 150 g. Palmar tiene 180 g y cuesta $40. ¿Cuál conviene comprar?

Problema 5

En dos supermercados se venden fideos tal como lo muestran las tablas a continuación. En ambos, los fideos son de la misma marca y no hay ningún tipo de descuento.

a. ¿En cuál de los dos conviene comprar?

Supermercado A	
Paquetes de fideos	**Precio en $**
15	802,5
16	856

Supermercado B	
Paquetes de fideos	**Precio en $**
20	1.040
21	1.092

b. Decidan y completen el precio que podría ofrecer el supermercado A para que la venta de 5 paquetes de esos mismos fideos constituya una oferta.

Actividad anterior

Actividad siguiente

En el problema 1, es factible poner en juego diferentes estrategias. Las alumnas y los alumnos podrían calcular el precio de un paquete en cada quiosco (lo cual supone comparar las constantes de proporcionalidad) o calcular el precio de una misma cantidad conveniente, por ejemplo 12 paquetes, en cada negocio. Una vez más, compartir la diversidad de estrategias que surjan ampliará la perspectiva de todos y todas con respecto a la comprensión tanto de las relaciones de proporcionalidad directa como de las operaciones con números decimales.

En el caso del problema 2, también se habilitan diferentes estrategias. Nuevamente, es posible comparar las constantes de proporcionalidad o buscar cuántos kilómetros pueden hacer ambos autos con una misma cantidad de litros, por ejemplo 6, 36, etcétera.

En el problema 3, si bien también se habilitan los procedimientos que se describen para los problemas 1 y 2, buscar una cantidad común de paquetes supone pensar como mínimo en 45, lo que probablemente lleve a usar el valor de la constante como forma privilegiada de comparación, o sea, el precio correspondiente a 1 kg de azúcar. Buscar ese valor exige encontrar una forma para dividir números decimales por un número natural. Si eso no estuviera disponible entre los alumnos y las alumnas, se puede propiciar el uso de la calculadora.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

En el caso de que se discuta la posibilidad de encontrar valores comunes, el o la docente podría sugerir el armado de tablas de proporcionalidad en las que se vayan buscando valores hasta encontrar algunos donde coincidan ambas relaciones y que permitan entonces efectuar la comparación. Por ejemplo:

Supermercado Todo Más	
Paquetes de azúcar	**Precio en $**
5	172,50
10	345
40	1.380
45	1.552,50

x 2 x 2 x4 x4 x 9 x 9

Supermercado Pola	
Paquetes de azúcar	**Precio en $**
9	301,50
18	603
36	1.206
45	1.507,50

x 2 x 2 x 2 x 2 x 5 x 5

O también:

Supermercado Todo Más	
Paquetes de azúcar	**Precio en $**
5	172,50
45	1.552,50
90	3.105

Supermercado Pola	
Paquetes de azúcar	**Precio en $**
9	301,50
90	3.015

En el problema 5, la información se presenta con el formato de dos tablas. En este caso, puede resultar más sencillo encontrar el valor unitario (o sea, la constante de proporcionalidad) buscando la diferencia entre los dos valores consecutivos de paquetes de fideos dados en cada tabla. En relación con la pregunta **b**, la intención es destacar que una oferta se caracteriza justamente por "romper" la relación de proporcionalidad.

Luego de la discusión de los problemas de esta actividad, se podrá sistematizar cuáles son aquellos procedimientos posibles a la hora de comparar dos o más relaciones de proporcionalidad directa. Es el momento de destacar también que la comparación de constantes resulta una estrategia siempre válida, independientemente de los números en juego. En relación con esto, puede resultar importante discutir con los alumnos y las alumnas la razón por la cual, según una ley vigente, en los supermercados los precios deben exhibirse mostrando

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

el valor de venta por unidad de medida, es decir, el precio final que efectivamente debería pagar el consumidor por 1 kg, 1 litro, 1 m, etc., del producto.

Actividad 3. Otra vuelta: nuevos problemas para comparar relaciones de proporcionalidad

Esta serie de problemas se enmarca en un contexto de preparación de jugos y propone analizar y comparar con las alumnas y los alumnos, entre las distintas preparaciones presentadas, cuál resulta más concentrada y cuál menos. La resolución de estas situaciones requiere un trabajo de comparación de razones que puede vincularse con lo estudiado a propósito de las fracciones equivalentes. La intención es poder analizar que todos los pares de componentes enteros que se vinculan en esta relación proporcional (partes de agua con partes de jugo) forman fracciones equivalentes entre sí, y todas representan la constante de proporcionalidad. Esta constante cuantifica una relación entre partes y, en el caso de la mezcla de jugo, caracteriza un determinado sabor. Los conocimientos que los alumnos y las alumnas posean sobre las fracciones equivalentes serán entonces un apoyo importante para desplegar los análisis propuestos y, al mismo tiempo, el contexto de la proporcionalidad permite dar un nuevo sentido a la idea de fracciones equivalentes. En las situaciones dadas, la equivalencia entre las fracciones no implica una equivalencia en la cantidad de jugo, sino que se vincula con el sabor o la concentración que se logra con cada mezcla. Dicha equivalencia en la relación entre las partes es lo que permite mantener constante el sabor logrado.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Otra vuelta: nuevos problemas para comparar relaciones de proporcionalidad **Actividad 3**

Problema 1

Para hacer una bebida con sabor a naranja, Anahí mezcla 3 vasos de jugo de naranja con 5 vasos de agua. Sandra mezcla 3 vasos de jugo de naranja con 7 vasos de agua.

a. ¿Obtendrán el mismo sabor?

b. Si piensan que no, indiquen cuál preparará el jugo más concentrado (con más sabor a naranja).

Problema 2

a. Para hacer limonada, cada 3 litros de agua Darío agrega 4 vasos de jugo de limón. Por su parte, Eliana, por cada 6 litros de agua, agrega 8 vasos de jugo de limón. ¿Obtendrán el mismo sabor en la limonada?

b. Stefi prepara limonada mezclando $1\frac{1}{2}$ litros de agua con 3 vasos de jugo. ¿Obtendrá el mismo sabor de jugo que el que obtiene Darío?

Problema 3

Completen la tabla con las cantidades que permitan obtener el mismo sabor de jugo que si se mezclan 6 vasos de agua con 4 vasos de jugo de ananá.

Vasos de agua	6		3		$\frac{3}{4}$		1
Vasos de jugo de ananá	4	8		1		6	

Problema 4

Consideren todas las preparaciones de limonada que aparecen en esta tabla. Ordénenlas desde la preparación más concentrada hasta la más suave.

	Vasos de jugo de limón	**Vasos de agua**
Preparación 1	3	15
Preparación 2	9	18
Preparación 3	3	9

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Actividad anterior
Actividad siguiente

En las distintas situaciones de esta actividad, se proponen varios pares de valores, que difieren en la cantidad de agua y la cantidad de jugo de la fruta utilizada. En algunos casos, esos valores facilitan la comparación del sabor obtenido en la mezcla; en otros, esa comparación resulta más compleja.

En el problema 1, los alumnos y las alumnas pueden analizar que, en un caso, se mezclan 5 litros de agua con 3 vasos de jugo de naranja, en tanto que, en el otro, también se mezclan 3 vasos de jugo, pero con 7 vasos de agua. Sucede que la misma cantidad de jugo se disuelve en distintas cantidades de agua. En consecuencia, el sabor no será el mismo: a mayor cantidad de agua, el sabor del jugo quedará más diluido y la preparación resultará así menos concentrada.

En el momento de la discusión grupal, el o la docente podrá retomar la cuestión de aquello que resulta *relativo* en esta relación: *el sabor del jugo no depende solo de la cantidad de jugo de fruta utilizada, sino también de la cantidad de agua en la cual se disuelve.* Esta *relatividad* puede ser analizada, entonces, en todos los problemas que siguen.

En el problema 2, punto **a**, se pone en juego una relación diferente a la anterior: si se usa el doble de litros de agua y el doble de jugo de fruta, el sabor se mantendrá igual, porque se mantiene la misma proporción. En el momento de la discusión grupal, será interesante volver a analizar que son las propiedades de la proporcionalidad las que *permiten mantener* la relación entre la cantidad de jugo y la cantidad de agua y, por lo tanto, el sabor de la mezcla. Por otro lado, vincular esta equivalencia en el sabor con la que se da entre las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ resulta valioso y permite avanzar hacia otro sentido de la equivalencia entre fracciones. La producción de fracciones equivalentes, en este caso, permite mantener el sabor de la preparación constante. Aparece aquí una idea de equivalencia diferente a la que seguramente se trabajó antes en el contexto de la medida o del reparto. Como ya se ha señalado, en este caso, la equivalencia no implica que se trata de la misma cantidad (de hecho, 3 vasos de agua y 4 de jugo de limón producen menos cantidad de preparación que 6 vasos de agua y 8 vasos de jugo). Se trata de mantener la equivalencia de la relación entre las partes.

Si, a diferencia de lo que ocurre en el punto **a**, sucede lo que se indica en el punto **b** (se usa la mitad de una de las cantidades, pero no la mitad de la otra), la proporción no se mantiene, pues no se verifica que *al doble de una cantidad le corresponde el doble de la otra.* De nuevo, la relación con las propiedades estudiadas permite considerar que se "rompió" la proporción entre las cantidades en juego.

En el problema 3, cambia el tipo de tarea que se requiere para resolver la situación: se pide completar una tabla con jugos que mantienen siempre el mismo sabor, es decir, es necesario indicar pares de valores diferentes, pero para producir la misma concentración de jugo. Aquí, además, se incluyen valores fraccionarios. Los alumnos y las alumnas pueden completar la tabla teniendo en cuenta las estrategias que vienen utilizando en los casos de relaciones de proporcionalidad directa. Los números involucrados permiten considerar las relaciones *doble/mitad/cuarta parte*, etc. En el caso del valor correspondiente a 1 vaso de jugo de ananá, una opción es calcular la cuarta parte de 6, o sea $\frac{6}{4}$, considerando que se trata de la cuarta parte de lo necesario para 6 vasos de jugo de ananá. Por lo tanto, serán necesarios

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

$\frac{6}{4}$ de vasos de agua. Ese valor hallado puede ser vinculado con los $\frac{3}{4}$ de vasos de agua, el valor que aparece a continuación en la tabla. Deberán apelar aquí a las relaciones conocidas entre fracciones: $\frac{3}{4}$ es la mitad de $\frac{6}{4}$; por lo tanto, a $\frac{3}{4}$ le corresponde la mitad de vasos de jugo de ananá que a $\frac{6}{4}$, o sea la mitad de 1, es decir, $\frac{1}{2}$. Si esta relación no es fácilmente recuperable por los alumnos y las alumnas, será el o la docente quien podrá hacerla visible.

Otra posibilidad es apoyarse en el valor hallado para 3 vasos de agua (la mitad que para 6 vasos de agua), que es 2 vasos de jugo de ananá. Así, para 1 vaso de jugo, corresponderá entonces la mitad de 3, que muy probablemente consideren como $1\frac{1}{2}$ o $\frac{3}{2}$. En la puesta en común, es importante resaltar también la equivalencia entre $1\frac{1}{2}$ y $\frac{6}{4}$. Asimismo, como un trabajo relacionado con este análisis, puede ser valioso incluir la escritura de esas relaciones usadas en forma de cálculo: *la mitad de 3, que es lo mismo que buscar el resultado de 3 : 2, puede escribirse como* $\frac{3}{2}$, $1\frac{1}{2}$ *o* $\frac{6}{4}$; *la mitad de* $\frac{6}{4}$, *que es lo mismo que averiguar el resultado de* $\frac{6}{4} : 2$, *da* $\frac{3}{4}$ *o* $\frac{6}{8}$; *etc.* Como ya se señaló, el trabajo sobre las relaciones de proporcionalidad directa puede ser un contexto propicio para dar sentido a las operaciones de multiplicación y división de fracciones.

En el caso del problema 4, se pretende plantear una situación que obligue a comparar las relaciones entre los pares de valores. Se presenta algo similar a lo que ya fue trabajado en la actividad 2 , Comparar relaciones de proporcionalidad directa. Las estrategias utilizadas pueden ser variadas; nuevamente, evaluar si se trata de fracciones equivalentes y de qué manera “se rompe” esa relación de equivalencia puede resultar una primera aproximación y puede, por lo tanto, ser una intervención docente valiosa. Así, las alumnas y los alumnos podrán considerar que, en la preparación 1, la relación entre el agua y el jugo de limón no es la misma que en la preparación 2: para que se mantenga esa proporción, sería necesario que los 9 vasos de jugo de limón (que son el triple de vasos) se mezclaran con 45 de agua (que sería el triple de vasos de agua) para conservar la relación $\frac{3}{15}$, que resulta equivalente a $\frac{9}{45}$. Al ser 18, y no 45, la cantidad de vasos de agua, puede considerarse que la mezcla resulta más concentrada. En el caso de la preparación 3, se mantiene la cantidad de jugo de limón, pero disminuye la cantidad de agua: se trata entonces de una preparación más concentrada que la primera, pero más liviana que la 2. Para mantener la proporción con la segunda preparación, 3 vasos de jugo deberían mezclarse con 6 vasos de agua y, por lo tanto, esa preparación resultaría más liviana que la 2.

Ver actividad 2

El uso de las propiedades de la proporcionalidad puede permitir considerar entonces cuáles deberían ser las relaciones para que el sabor se mantuviera y, a partir de allí, poder evaluar si se trata de jugo más o menos concentrado, es decir, con más o menos sabor a limón.

Dados los números en juego, los alumnos y las alumnas podrían resolver también la situación comparando la constante que resulta de considerar la cantidad de vasos de agua correspondiente a 1 vaso de jugo de limón: en el primer caso, es 5; en el segundo, es 2, y en el tercero,

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

es 3. En esta oportunidad, una constante mayor indica más presencia de agua; por lo tanto, el jugo quedará más diluido.

Actividad 4. Representaciones gráficas. Ejes cartesianos

En el estudio de las relaciones de proporcionalidad, las diferentes formas de representación constituyen un aspecto relevante. Hasta ahora, los alumnos y las alumnas han trabajado con tablas. En esta actividad, se propone incluir gráficos en sistemas de ejes cartesianos. En este caso, el contexto será el de la distancia recorrida por autos y trenes, en distintos tiempos, yendo siempre a velocidad constante. Se trata de lograr que reconozcan que un gráfico brinda información acerca de la relación que se quiere estudiar, ya que muestra cómo varía una cantidad en relación con la otra. Los problemas presentados aquí proponen situaciones para la lectura y la interpretación de información en gráficos cartesianos.

Para iniciar este trabajo y propiciar que se familiaricen con este tipo de representación, se propone un primer problema para relacionar la información organizada en una tabla de doble entrada con la representación en un gráfico de ejes cartesianos. El segundo problema les exige comprender la información que se establece en el gráfico para poder completar los valores faltantes en la tabla. Por último, el problema 3 retoma la comparación de relaciones de proporcionalidad ya estudiada, aunque, en este caso, a partir de la comparación de gráficos. Finalmente, se incluye también un gráfico que no corresponde a una relación de proporcionalidad directa.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Representaciones gráficas. Ejes cartesianos

Actividad 4

Problema 1

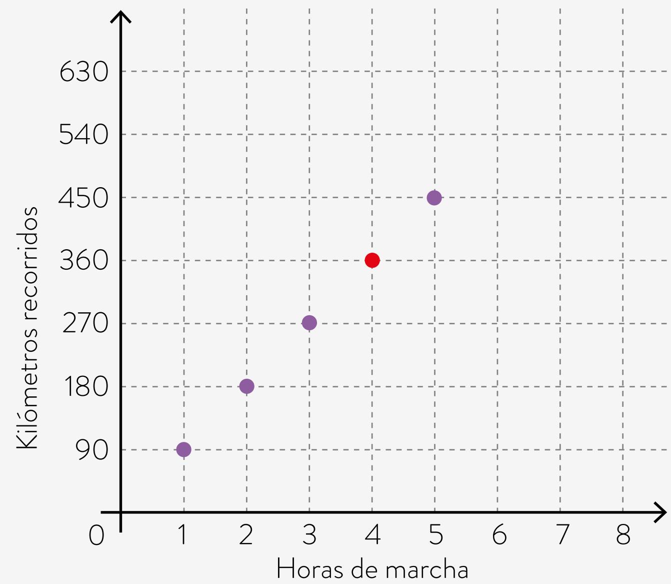
La siguiente tabla relaciona la distancia que recorre un auto yendo siempre a la misma velocidad en un determinado tiempo.

Horas de marcha	1	2	3	4	5
Kilómetros recorridos	90	180	270	360	450

En el gráfico que se ofrece a continuación, se representa esa misma relación. Analicen el gráfico y respondan:

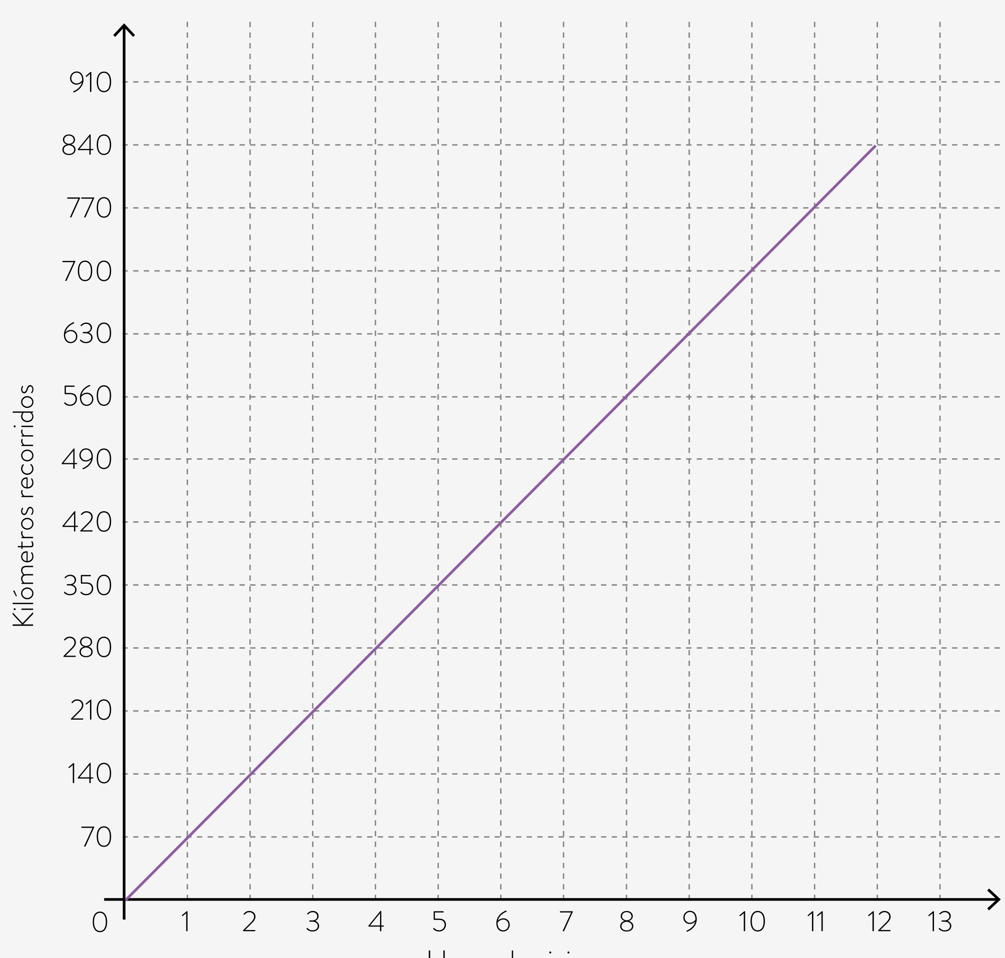
a. ¿Qué información brinda el eje horizontal?
b. ¿Qué información brinda el eje vertical?

c. ¿Qué indica el número 180 que está en el eje vertical? ¿Y el 5 que está en el eje horizontal?
d. ¿Qué información brinda el punto de color rojo en el gráfico?
e. Usen el gráfico para determinar qué distancia recorre el auto en 6 horas. Marquen el punto que corresponde a esa relación.



Problema 2

Analicen el siguiente gráfico que relaciona la cantidad de kilómetros recorridos y el tiempo de marcha de un tren de carga que va siempre a la misma velocidad.



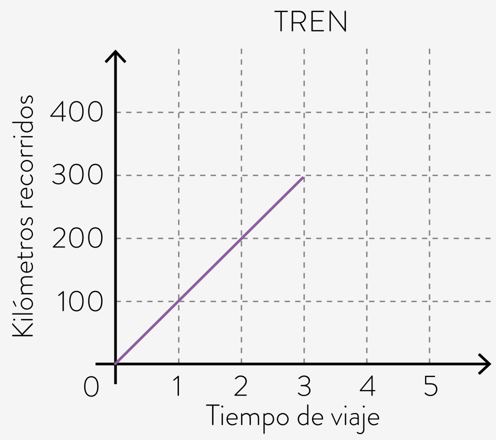
G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

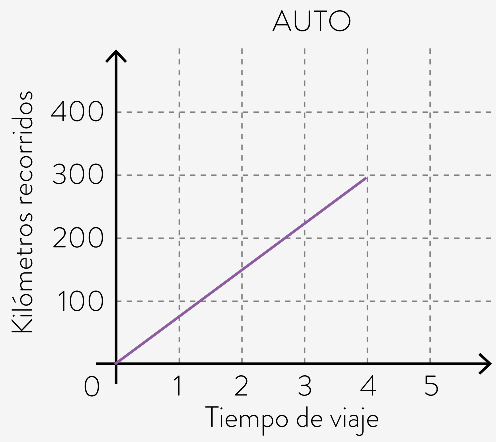
Completen la siguiente tabla, usando la información que da el gráfico.

Horas de viaje	4	6	10	
Kilómetros recorridos				770

Problema 3

Los siguientes gráficos representan la relación entre el tiempo que transcurre en horas y los kilómetros recorridos por un tren y un auto, respectivamente.





Ahora, construyan ustedes un gráfico para representar la relación entre el tiempo de viaje y los kilómetros recorridos por un micro, a partir de la información de la siguiente tabla:

Horas de marcha	1	2	3	4	5
Kilómetros recorridos	¿?	100	200	300	¿?

Para construirlo, pueden usar una planilla de cálculo, como OpenOffice Calc u Hojas de Cálculo de Google (pueden consultar el tutorial de OpenOffice Calc y el tutorial de Hoja de Cálculo de Google en el Campus Virtual de Educación Digital).

A partir de la información de los tres gráficos, respondan:

a. El tren y el auto ¿van a la misma velocidad? ¿Cómo pueden darse cuenta?
b. A las 2 horas, el tren y el auto ¿recorren la misma distancia?
c. ¿Cuántos kilómetros recorre el micro en 2 horas? ¿Y en 4?
d. Cada uno de estos tres medios de transporte ¿marcha a una velocidad siempre constante? ¿En qué se fijaron para darse cuenta?
e. ¿Cuál o cuáles de estos gráficos representan una relación de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

En el problema 1, se propone analizar los componentes de un gráfico de ejes cartesianos y cómo se puede obtener información a partir de él. En relación con lo que implica la lectura y la interpretación de un gráfico, que es la tarea central que se trabaja en esta actividad, es importante tener en cuenta que hay distintas cuestiones involucradas: la magnitud que representa cada eje, la escala seleccionada, cómo se localiza la información dada y cómo se deducen otros valores no explicitados. Las primeras cuatro preguntas están dirigidas a que los alumnos y las alumnas comprendan que los gráficos cartesianos están formados por dos rectas que se denominan ejes, que se cortan en un punto que se llama origen. A ese origen se le asigna el número 0 en las escalas de ambos ejes y por eso el punto (0;0) es el que lo señala. Desde el origen, en ambos ejes, se hacen marcas, siempre a la misma distancia una de la otra, y se asignan números ordenados. Será muy importante que esta información se sistematice a partir de la discusión sobre el primer problema, anotándola en carteles y en las carpetas. Por otro lado, también será necesario que se ponga en evidencia que, al representar pares de números que conforman una relación de proporcionalidad directa en un sistema de ejes cartesianos, se obtienen puntos alineados.[3]

El problema 2 exige reinvertir lo analizado en el 1 y obtener información del gráfico para poder completar la tabla. Para quienes estén en mayores dificultades con la tarea, será necesario que el o la docente intervenga, proponiendo que señalen con color los puntos de intersección entre las marcas de los dos ejes o ayudándolos a identificar qué indican esas intersecciones. En la discusión colectiva sobre este problema, es importante que se retome que, en un gráfico que representa una relación de proporcionalidad directa, los puntos que representan los pares están alineados y, por lo tanto, es posible trazar una línea que los una. Se tratará de una línea recta que pasa por el origen. Es aconsejable que estas ideas queden registradas y sistematizadas (en las carpetas y/o en carteles del aula) para que puedan ser retomadas en situaciones que así lo requieran.

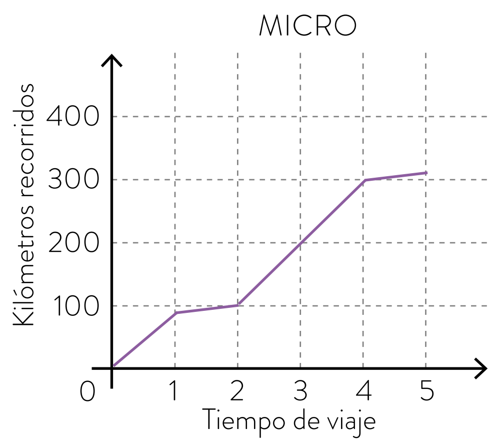
Por último, el problema 3 aborda la comparación de relaciones entre magnitudes, en este caso, tiempo y distancia, representadas en tres gráficos. Los dos primeros se ofrecen ya elaborados. En el caso del tercero, se brinda una tabla con información para que los alumnos y las alumnas creen el gráfico correspondiente en una planilla de cálculo, como OpenOffice Calc u Hojas de Cálculo de Google (pueden consultar el tutorial de OpenOffice Calc y el tutorial de Hoja de Cálculo de Google en el Campus Virtual de Educación Digital).

Para realizar el gráfico, es necesario primero crear la tabla en la planilla de cálculo y luego generarlo a partir de ella. En función del programa elegido, los alumnos y las alumnas deberán utilizar la herramienta "insertar gráfico" o "insertar diagrama". El tipo de gráfico que habrá que seleccionar es el de dispersión (X,Y) o gráfico de líneas. La o el docente podrá orientarlos en esta elección y en que los datos se representen correctamente. Por ejemplo,

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

cada eje debe representar una fila (tiempo, distancia). Si utilizan OpenOffice Calc, tendrán que prestar atención a la configuración del diagrama. Para eso, pueden utilizar la herramienta "asistente de diagramas", que permite elegir, por ejemplo, el tipo de diagrama que se desea crear y el intervalo de datos para representar. En Hojas de Cálculo de Google, hay una herramienta similar que se llama "editor de gráficos".

Es importante tener en cuenta que si la construcción del gráfico con alguna de estas herramientas digitales presenta dificultades, se puede ofrecer el gráfico ya realizado y continuar con el análisis que se propone. El objetivo central de este problema es analizar cuándo un gráfico representa o no una relación de proporcionalidad. El que corresponde a la relación entre el tiempo de viaje y los kilómetros recorridos por el micro es el siguiente:



Los gráficos correspondientes al auto y al tren representan relaciones de proporcionalidad directa (aunque con distinto valor de la constante). En cambio, el correspondiente al micro, no. Para responder a las dos primeras preguntas, pueden considerar que en los gráficos se observa que el tren recorre 300 km en 3 horas, y el auto recorre esa misma distancia en 4 horas. Puede analizarse también que la constante, en el primer caso, es de 100 km por hora (que es la velocidad del tren) y, en el caso del auto, es menor que ese valor. Por otro lado, se puede identificar que el auto recorre en 2 horas una distancia mayor a 100 km, pero menor a 200 km; en cambio, el tren recorre en ese tiempo justo 200 kilómetros.

La pregunta **c** tiene el propósito de orientar la lectura de un gráfico que no corresponde a una relación de proporcionalidad directa, pues a las 4 horas de marcha no se recorre el doble de distancia que la correspondiente a 2 horas.

Las preguntas **d** y **e** apuntan a que se analice que, a diferencia de los otros casos, el micro no marcha a velocidad constante. Esto se puede evidenciar estudiando la información que dan los gráficos: en el caso del micro, la relación no permite el trazado de una recta, en tanto que en los otros casos, sí. Los pares de valores presentes muestran que, en un mismo intervalo de tiempo, el micro no avanza siempre la misma distancia.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

En una instancia de sistematización, se podría retomar lo abordado en el problema 2 y registrar que los gráficos del tren y del auto representan relaciones de proporcionalidad directa, ya que son rectas que se inician en el origen, es decir, donde se cruzan los ejes (porque obviamente a 0 horas de viaje, corresponden 0 km recorridos); en cambio, en el caso del micro, no se trata de una relación de proporcionalidad directa, porque no es posible trazar una recta.[4]

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Orientaciones para la evaluación

A partir del trabajo con las actividades que aquí se proponen, se espera que las alumnas y los alumnos —con ayuda de la o el docente— puedan resolver variados problemas de proporcionalidad utilizando procedimientos diversos y, en particular, eligiendo estrategias que resulten más convenientes para comparar dos relaciones de proporcionalidad directa. Por eso, se espera que participen de instancias en las que una parte central de la tarea sea discutir acerca de la conveniencia de uno u otro procedimiento en función de la información que se brinda en los problemas. Seguramente, será necesaria la intervención docente para completar, reponer, corregir las argumentaciones que se vayan formulando, en un proceso de construcción colectiva sobre este aspecto.

Algunos indicadores de avance de los conocimientos que los alumnos y las alumnas han adquirido a lo largo del trabajo con estas actividades —a los que cada docente puede agregar aquellos que considere necesarios para profundizar y completar la propuesta— podrían ser:

- Resolver situaciones de proporcionalidad en las que intervienen números racionales tanto en el conjunto de partida como en el de llegada o como constante de proporcionalidad.
- Resolver situaciones que implican comparar dos o más relaciones de proporcionalidad directa utilizando diversos procedimientos: comparar las constantes, buscar el valor correspondiente a una misma cantidad en ambos casos, etcétera.
- Interpretar la información que brinda una representación en ejes cartesianos de una relación de proporcionalidad directa.
- Reconocer cuáles son las características específicas de la representación en ejes cartesianos de una relación de proporcionalidad directa.

Bibliografía

Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México: SM Ediciones.

Broitman, C., Escobar, M., Grimaldi, V., Itzcovich, H., Novembre, A., Ponce, H. y Sancha, I. (2018). *La divina proporción. La enseñanza de la proporcionalidad en la escuela primaria y en los inicios de la escuela secundaria*. Buenos Aires, Argentina: Santillana.

G.C.A.B.A. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2004). *Diseño Curricular para la Escuela Primaria.*

G.C.A.B.A. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currículum (1997). *Matemática. Documento de trabajo Nº 4. Actualización curricular.*

Panizza, M. y Sadovsky, P. (1994). *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos.* FLACSO y Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.

Notas

1. La fracción $\frac{3}{2}$ puede pensarse como $3 \times \frac{1}{2}$. Entonces:
   $\frac{3}{2} \times \frac{1}{10} = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{10}$
   $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$ (la mitad de $\frac{1}{10}$)
   $3 \times \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$
2. En este análisis, se busca que el o la docente intente que los alumnos y las alumnas reconozcan (o les explique) que las relaciones de proporcionalidad que se establecen aquí entre kilómetros recorridos y combustible consumido sirven para pensar cualquier caso en que se pueda suponer esta relación de proporcionalidad, y nos sirven también para estudiar la multiplicación de fracciones en general.
3. Como muy probablemente se trate de una nueva forma de representación que encuentran las alumnas y los alumnos, se dedica un tiempo al análisis acerca de cómo están construidos los ejes cartesianos. La o el docente podrá explicar y ayudar a identificar aquellos aspectos de su funcionamiento que ellos no lleguen a reconocer por sí solos. Un ejemplo relacionado que se ha trabajado es el de la representación de números en la recta numérica. Será interesante vincular con ella esta nueva representación.
4. Es importante tener en cuenta que hay otras relaciones que se representan con gráficos que generan una recta pero que no se inicia en el origen 0,0; por lo tanto, no constituyen relaciones de proporcionalidad directa.

Vamos Buenos Aires

/educacionba buenosaires.gob.ar/educacion