JORNADA UEICEE: EVALUACIÓN Y ENSEÑANZA: CONTRIBUCIONES PARA LA PRÁCTICA EDUCATIVA

INGENIERÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES EN LA ESCUELA SECUNDARIA.

MAURO NICODEMO, ANDREA NOVEMBRE, PAULA TRILLINI, DÉBORA SANGUINETTI

CABA, 10 de AGOSTO DE 2018.

PROBLEMÁTICA

- Dominio de técnicas de resolución y de transformaciones algebraicas.
- Conocimiento del objeto ecuación.
- Dice Carmen Sessa (2005), "para muchos alumnos, las ecuaciones son 'cosas que se despejan', y dominar las reglas de esta técnica suele ser una fuente inagotable de dificultades para ellos".

ORIGEN Y ANTECEDENTES

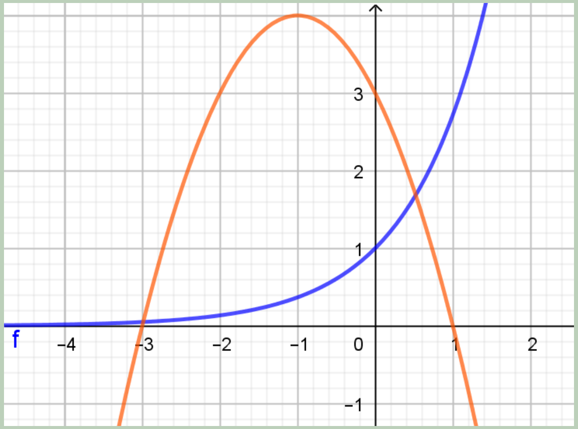
- Decidimos armar un proyecto de enseñanza de ecuaciones para toda la escuela secundaria.
- Partimos de investigaciones existentes acerca de la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones, sobre la transición entre la aritmética y el álgebra.

IDEAS CENTRALES DEL PROYECTO DE ENSEÑANZA

- ✓ Trabajar sobre el sentido y la técnica simultáneamente;
- ✓ Definición de ecuación en tanto función proposicional.
- ✓ Definición de conjunto solución, trabajando con ecuaciones con solución única, con un conjunto finito de soluciones, con infinitas soluciones y sin solución;
- ✓ Dotar de sentido a las técnicas de resolución;

IDEAS CENTRALES DEL PROYECTO DE ENSEÑANZA

- Trabajo en distintos marcos: algebraico, funcional, gráfico.
- Uso de tecnología:
  - para verificar,
  - como fuente de nuevos problemas,
  - Para resolver ecuaciones que no pueden resolverse algebraicamente:



$$e^{x} = -x^{2} - 2x + 3$$

DECISIONES TOMADAS

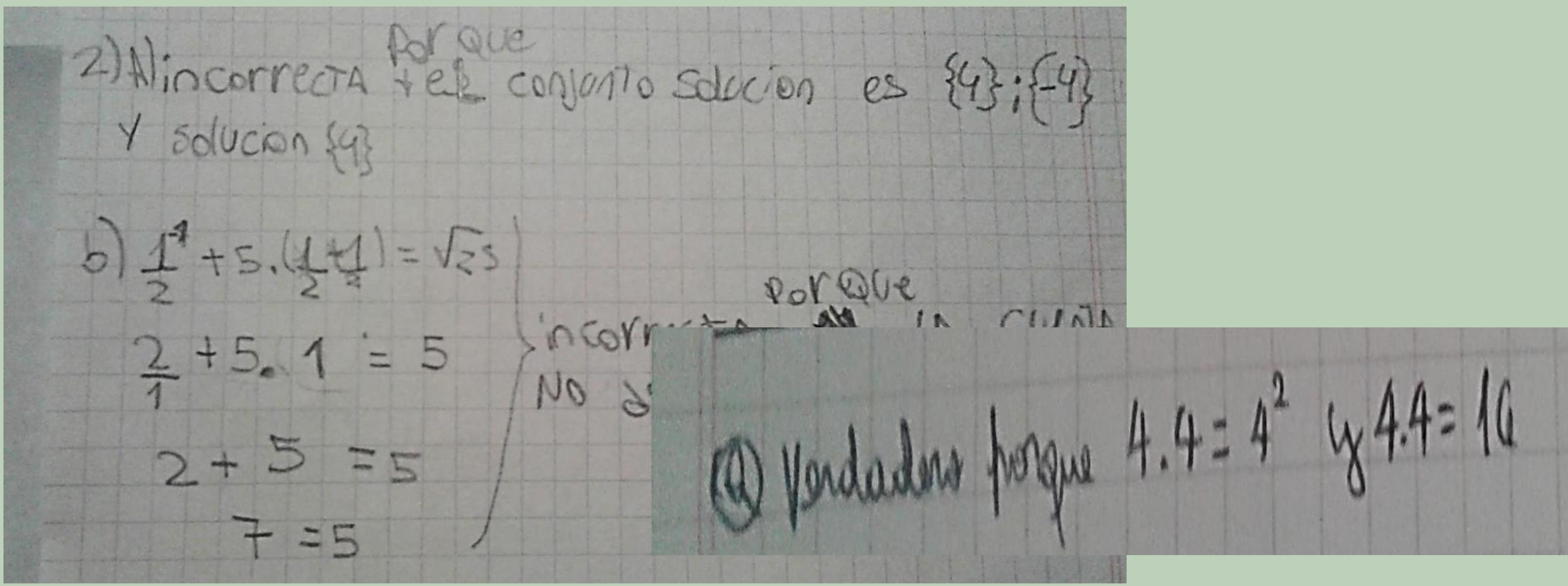
- Problemas intramatemáticos.
- Clasificación (didáctica):
- Ecuaciones que se pueden resolver aritméticamente.
  - A partir de una suma: $a + x = b$
  - A partir de una resta: $a – x = b$
  - A partir de un producto: $ax = b$
  - A partir de un cociente, con la variable como dividendo o como divisor: $x/a = b$, $a/x = b$

DECISIONES TOMADAS

- Las que se pueden resolver a partir del análisis de la estructura del cálculo.
  - El producto de dos o más factores igualado a cero.
  - El producto de dos o más factores igualado a un número distinto de cero, con dominio en el conjunto de los números enteros. Por ejemplo: $(x-1)(x+3)=-3$.
  - Ecuaciones del tipo $x^n = k$.

PRODUCCIONES DE ALUMNOS

- **Problema: Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
- **a) El conjunto solución de $x^2 = 16$ es $S = \{4\}$.**
- **B) El valor ½ es solución de la ecuación $x^{-1}(x+1/2)= \sqrt{25}$**



PRODUCCIONES DE ALUMNOS

c) $4x - 3 = 4x + 1$

Conj. Sol $= \{\phi\}$

Es vacio porque es 4x son iguales en los 2 miembros p
no son iguales por eso es vacio.

d) $3.(1 - x) = -x$ distributiva

$3.1 - 3.x = -x$ calculo

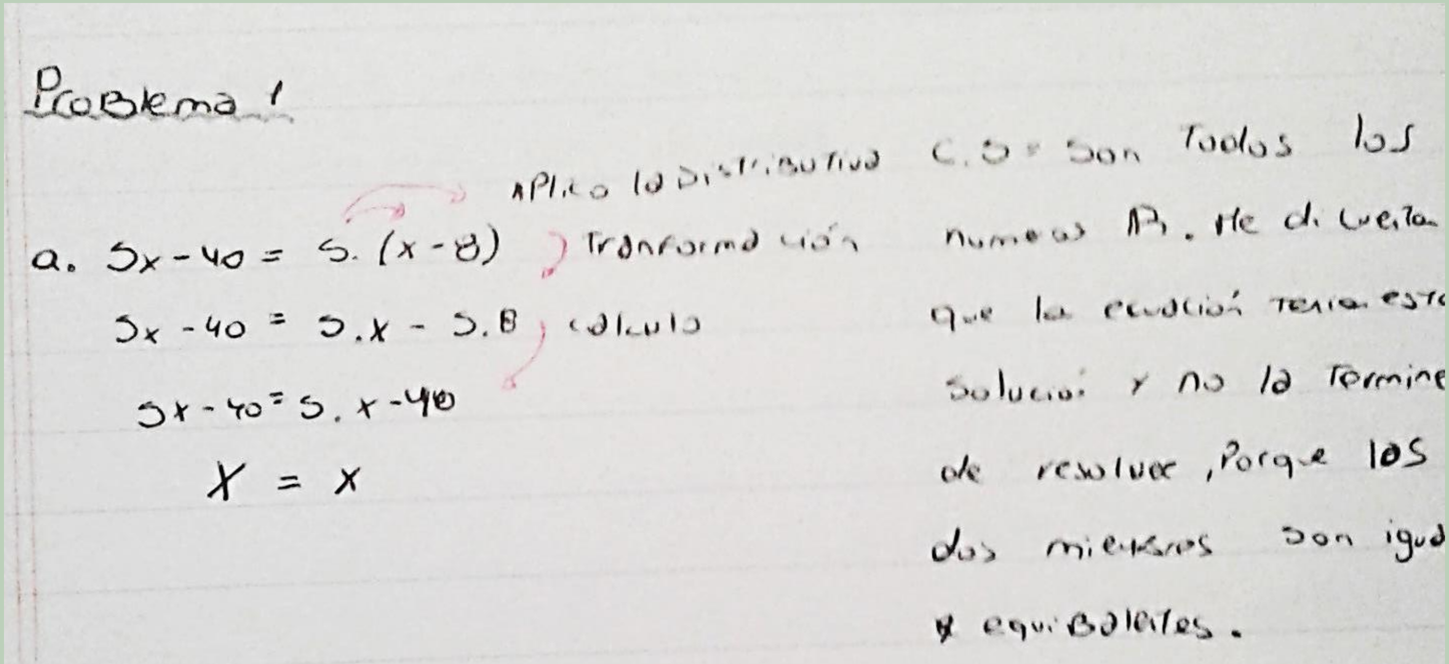
$3 - 3.x = -x$

$x = -x$

Conj. Sol $= \{\phi\}$

Es vacio porque es -x que no es igual a x

PRODUCCIONES DE ALUMNOS



- *"CS: Son todos los números R. me di cuenta que la ecuación tenía esta solución y no la terminé de resolver, porque los dos miembros son iguales y equivalentes"*

PRODUCCIONES DE ALUMNOS

c) $4x - 3 = 4x + 1$

Conj. Sol $= \{\phi\}$

Es vacío porque es 4X son iguales en los 2 miembros p
no son iguales por eso es vacío.

d) $3.(1 - X) = -X$ } distributiva

$3.1 - 3.X = -X$ } cálculo

$3 - 3.X = -X$

$X = -X$

Conj. Sol $= \{\phi\}$

Es vacío porque es $-X$ que no es igual a X

PRODUCCIONES DE ALUMNOS

a) $5x - 40 = 5.(x-8)$ Distributiva

$5x - 40 = 5.x - 5.8$

$5x - 40 = 5x - 40$ Calculo

$5x - 40 + 40 = 5x - 40 + 40$ transformacion

$5x = 5x$ Calculo

$\boxed{x = 5}$

Conj. Sol $= \{5\}$

Verificacion: $5.5 - 40 = 5.(5-8)$

$-15 = -15$

PRODUCCIONES DE ALUMNOS

PRESTAR ATENCIÓN

$+ \cdot + = +$
$- \cdot - = +$
$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$

$(-1)^3 =$
$(-1) \cdot (-1) \cdot ($
$\boxed{-1}$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA:

EJ:

$2 \cdot (1 - x) = -x$

$2 - 2x = -x$

$2 = 2x - x(1x)$

$2 = x$

$\frac{2x - 1}{3} = x - 2$

$2x - 1 = (x - 2) \cdot 3$

$2x - 1 = 3x - 6$

$3x - 2x = x$

$-1 = x - 6$

$-1 + 6 = x$

$5 = x$

CONJUNTO ∅

- ES CUANDO NINGÚN VALOR DE X HACE QUE LA ECUACIÓN SEA VER[DADERA]
- ME DOY CUENTA PORQUE NO TIENE SENTIDO

EJ: $2x - 3 = 2x + 1$

$2x - 2x = 3 + 1$

$0 = 4 \rightarrow$ FALSO

SOL= ℝ

- ES CUANDO ~~TODO~~ CUALQUIER VALOR DE X HACE QUE LA ECUACIÓN SE[A] VERDADERA
- ME DOY CUENTA PORQUE DE AMBOS LADOS DEL IGUAL ME DA [EL] MISMO EJ: $\underline{2x - 3} = \underline{2x - 3}$

$0 = 0 \longrightarrow$ VERDADERO

ECUACIONES EQUIVALENTES:

- TIENEN EL MISMO CONJUNTO SOLUCIÓN
- EJ: $x - 3 = 25$ Y $x = 28$

ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

- Adrián consulta porque, según él, tiene alguna dificultad con el uso de GeoGebra para resolver ecuaciones. Le muestra la ecuación $x^3=x$ a su profesora, le muestra cómo graficarlo.
- P: ¿Qué pasa con la ecuación ?
- A: Tipo, que la cuenta cambia si el resultado es x. Ponele que el resultado es 12…
- P: Si… ¿el resultado de…?
- A: ¡Ah, no! ¿Ves? Eso me marea.
- P: ¿A ver, cómo sería?
- A: Ponele, 4 por 4 es 16, 16 por 4, 64…
- P: Estás haciendo 4 al cubo.
- A: Si. 4 al cubo. Ese es el resultado.
- x puede ser 64…
- P: ¡Pero ojo! Porque la x de x cubo tiene que ser la misma que la otra x.
- A: Ah…

ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

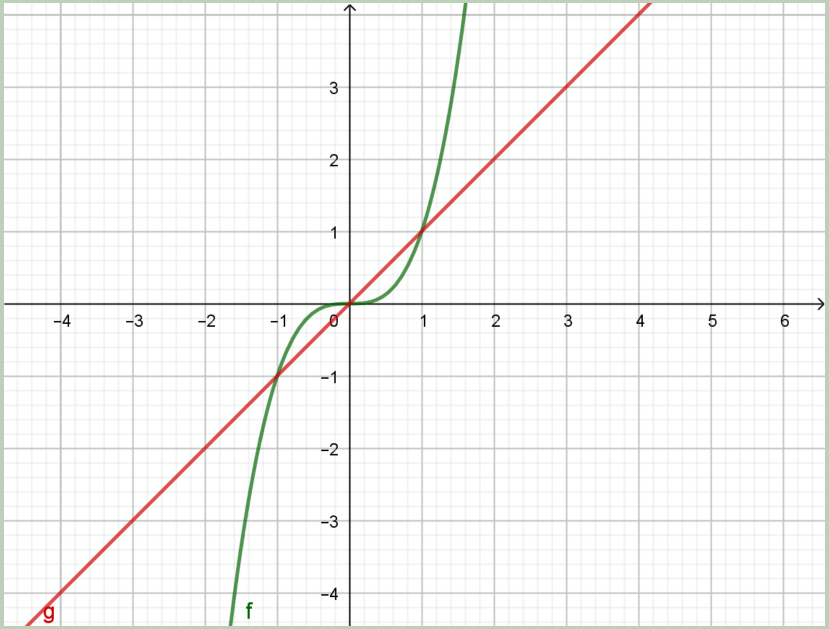
- P: ¿No? ¿Qué es lo que te marea de esta ecuación?
- A: ¡No me das números!
- P: No te doy números. x cubo igual a x no tiene ningún número. ¿Entonces?
- A: ¿Cómo entonces? ¡No la puedo hacer yo!
- P: ¿Por qué?
- A: Porque no tengo un número de donde sacarlo. Tipo, puede ser cualquier número.
- ...
- P: A ver, comparemos esta con las que sí pudiste resolver. Escribí acá abajo x más 2 igual a 5. Esa sí la resolviste.
- A escribe la ecuación.

ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

- P: Bien, comparemos esas dos ecuaciones. ¿Qué tienen de distinto, o qué tienen de igual?
- A: El resultado no es x, con lo cual puedo saber algo más de la cuenta.
- P: Aha. ¿Cuándo vos mirás x + 2 = 5, qué ves ahí?
- A: Números.
- P: Ves números. ¿Y por qué esa te resulta fácil?
- A: Porque sé el resultado y puedo saber una parte de la cuenta y la resto.
- P: ¿Cómo la resolverías?
- A: 5 menos 2.
- P: Bien, hacés 5 menos 2 y eso te da el resultado. Porque es una cuenta.

ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

- A: Pero en x al cubo igual x no tengo números.
- P: No lo podés pensar como en la anterior, como una cuenta que estabas haciendo.
- A: No puedo hacer x menos x.
- P: ¿Y qué pasa con esto que vimos recién en GeoGebra, $x^3=x$?



ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

- P: Vimos que x^3 es esta curva y que x es la recta que dibujamos acá. Y vimos los tres puntos de intersección.
- A: ¿O sea que podríamos decir que esta cuenta se hace más con la imaginación?
- P: ¿A qué te referís con "la imaginación"?
- A: En que te ponés a pensar en qué número sí iría y qué número no iría.
- P: ¿En $x^3 = x$?
- A: Si, porque las dos x tienen que ser iguales.
- P: Si, estoy de acuerdo.
- A: Entonces te ponés a pensar qué números irían en ambos lados y darían igual. Ponele, 1 al cubo da uno, uno, uno, que sería igual a 1.
- P: Si. Que es una de las que me dio acá. Uno.
- A: Cero, que es cero por cero por cero, entonces es igual a cero. Y ambos miembros son iguales. Y el otro…
- P: -1. ¿Por qué? Porque tenés -1 por -1 por -1, que ¿cuánto da?
- A: Menos uno.

ADRIÁN Y LAS ECUACIONES

- P: Y te da -1. Entonces tenés 3 números para los que te dan iguales.
- Ahora no entiendo por qué acá decís "con la imaginación" y en el anterior no, porque también usaste un poco la imaginación ahí.
- A: Porque ponele que es una cuenta mucho más larga, mucho más compleja que no puedo sacar a vista, pero ya sé el resultado…
- P: Vos decís el resultado y te referís a un número… Como acá que hay un 5.
- A: Si. Como que hay un procedimiento que te enseñan para saber cómo hacer esa ecuación.
- P: Y ese procedimiento tiene que ver con cómo se hace la suma…
- A: Es un poco de lógica igual. Tipo x + 2 da 5. Qué número le falta al 2 para llegar al 5: 3.
- P: Claro. Y esto en la de x^3 no lo podés hacer.
- A: No. No es una ecuación nada fácil.
- P: No, no es fácil. ¿Ves en GeoGebra las 3 soluciones?
- A: Si.

¡MUCHAS GRACIAS!