



Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Secretaría de Educación
Dirección General de Planeamiento
Dirección de Currícula

Apuntes para la enseñanza

Matemática

Fracciones y números decimales

4

PLAN PLURIANUAL



PARA EL MEJORAMIENTO
DE LA ENSEÑANZA

Matemática

Fracciones y números decimales. 4º grado

Apuntes para la enseñanza

G.C.B.A.



Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires . Ministerio de Educación .
Dirección General de Planeamiento . Dirección de Currícula

Matemática, fracciones y números decimales 4to grado : apuntes para la enseñanza / dirigido por Cecilia Parra - 1a ed. - Buenos Aires : Secretaría de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2005.
40 p. ; 28x22 cm. (Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007)

ISBN 987-549-280-9

1. Educación-Planes de Estudio I. Parra, Cecilia, dir.
CDD 372.011

Tapa: *Laberinto de luz en la recova*, de Miguel Ángel Vidal, pintura acrílica, 1979 (fragmento).

ISBN 987-549-280-9

© Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires

Ministerio de Educación

Dirección General de Planeamiento

Dirección de Currícula. 2005

Hecho el depósito que marca la Ley n° 11.723

Paseo Colón 255. 9° piso.

CPAc1063aco. Buenos Aires

Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en esta obra, hasta 1.000 palabras, según Ley 11.723, art. 10°, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si éste excediera la extensión mencionada deberá solicitarse autorización a la Dirección de Currícula. **Distribución gratuita. Prohibida su venta.**

GOBIERNO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Jefe de Gobierno

ANÍBAL IBARRA

Vicejefe de Gobierno

JORGE TELERMAN

Secretaria de Educación

ROXANA PERAZZA

Subsecretaria de Educación

FLAVIA TERIGI

Directora General
de Educación Superior

GRACIELA MORGADE

Directora General
de Planeamiento

FLORENCIA FINNEGAN

Directora General
de Educación

HAYDÉE CHIOCCHIO DE CAFFARENA

Directora
de Currícula

CECILIA PARRA

Director de Área
de Educación Primaria

CARLOS PRADO

"Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007"

Dirección de Currícula

Dirección: Cecilia Parra.

Coordinación de área de Educación Primaria: Susana Wolman.

Colaboración en área de Educación Primaria: Adriana Casamajor.

Coordinación del área de Matemática: Patricia Sadovsky.

MATEMÁTICA. FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES. 4º GRADO. APUNTES PARA LA ENSEÑANZA

COORDINACIÓN AUTORAL: PATRICIA SADOVSKY.

ELABORACIÓN DEL MATERIAL: CECILIA LAMELA Y DORA CARRASCO.

sobre la base de: Héctor Ponce y María Emilia Quaranta. *Matemática. Grado de Aceleración 4° - 7°.*

Material para el alumno. Material para el docente. 2003/2004. (Programa de reorganización de las trayectorias escolares de los alumnos con sobreedad en el nivel primario de la Ciudad de Buenos Aires, Proyecto conformación de grados de aceleración.)

G.
C.
B.
A.

EDICIÓN A CARGO DE LA DIRECCIÓN DE CURRÍCULA.

Coordinación editorial: Virginia Piera.

Coordinación gráfica: Patricia Leguizamón.

Diseño gráfico y supervisión de edición: María Laura Cianciolo, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta.

Ilustraciones: Andy Crawley. Gustavo Damiani.

Edición digital: María Laura Cianciolo.

Apoyo administrativo y logístico: Gustavo Barja, Olga Lose, Jorge Louit, Miguel Ángel Ruiz.

Índice ■

■ Presentación	9
■ Introducción	11
■ ACTIVIDAD 1. Diversas situaciones de reparto	17
■ ACTIVIDAD 2. Componer una cantidad a partir de otras expresadas en fracciones	23
■ ACTIVIDAD 3. Utilizar fracciones para medir longitudes	27
■ ACTIVIDAD 4. Recapitulación	29
■ ACTIVIDAD 5. Cálculos mentales con fracciones	29
■ ACTIVIDAD 6. Comparación de fracciones	31
■ ACTIVIDAD 7. Fracción de una cantidad	32
■ ACTIVIDAD 8. Suma y resta de fracciones	34
■ ACTIVIDAD 9. Números con coma. Equivalencias con dinero	35
■ ACTIVIDAD 10. Recapitulación	38

Presentación ■

La Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires se propone en el marco de su política educativa desplegar una serie de acciones para impulsar el mejoramiento de la enseñanza en el nivel primario. En pos de ese propósito pone en marcha, para el período 2004-2007, el "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza en el Segundo Ciclo del Nivel Primario" en las escuelas de la Ciudad con los siguientes objetivos generales:

- Producir mejoras en la enseñanza en el segundo ciclo de la escuela primaria colocando, sucesivamente, áreas y ejes dentro de éstas como motivo central de los intercambios y de los esfuerzos compartidos.
- Promover debates sobre cuáles son las condiciones pedagógicas adecuadas para asegurar los aprendizajes buscados en las áreas y los ejes seleccionados.
- Construir una visión compartida sobre los aprendizajes centrales que la escuela primaria debe garantizar para todos los alumnos y alumnas, y sobre las condiciones de enseñanza que permiten su logro –programación, modalidades, recursos, entre otros.
- Instar a un trabajo institucional que permita articular un proyecto común en el que se inserten las responsabilidades de cada docente –supervisores, directivos y maestros– y cobren sentido las experiencias formativas de los alumnos.
- Contribuir en la construcción y la difusión de herramientas conceptuales y metodológicas que permitan realizar, para cada área, el seguimiento y los reajustes necesarios en función de la continuidad y la progresión de la enseñanza a lo largo del segundo ciclo.

Asimismo, la Secretaría de Educación asume el compromiso de proveer recursos de enseñanza y materiales destinados a maestros y alumnos. Por tanto, se presentan a la comunidad educativa las siguientes publicaciones para el trabajo en el aula en las áreas de Matemática y Prácticas del Lenguaje.

Matemática. Fracciones y números decimales integra un conjunto de documentos destinados a cada grado del segundo ciclo, en los que se aborda el tratamiento didáctico de los números racionales contemplando el complejo problema de su continuidad y profundización a lo largo del ciclo. La serie se compone

de *Apuntes para la enseñanza*,* destinados a docentes de 4º, 5º, 6º y 7º grados, y de *Páginas para el alumno*. Cada documento de *Apuntes para la enseñanza* está organizado en actividades que implican una secuencia de trabajo en relación con un contenido. En cada actividad, los docentes encontrarán una introducción al tema, problemas para los alumnos, su análisis y otros aportes que contribuyen a la gestión de la clase. En *Páginas para el alumno* se presentan esos problemas.

La elección de números racionales obedece –como puede leerse en la "Introducción" de *Matemática. Fracciones y números decimales. Apuntes para la enseñanza*– a varias razones: es un campo de contenidos complejos, ocupa un lugar central en la enseñanza en segundo ciclo, y la propuesta formulada en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria 2004*** plantea modificaciones al modo en el que se concibió su tratamiento didáctico en la escuela durante mucho tiempo. Por ello, se requieren para su enseñanza materiales más cercanos al trabajo del aula y que puedan constituir un aporte para abordar su articulación y evolución a lo largo del ciclo.

La presentación de los documentos correspondientes al área Prácticas del Lenguaje tiene por objetivo alentar la lectura de novelas en el segundo ciclo. La serie se inicia con *Robin Hood* y *El diablo en la botella*. Acompañando las novelas que llegarán a las escuelas, los maestros dispondrán de *Orientaciones para el docente* y los niños, de *Páginas para el alumno*, en los cuales se ofrece información sobre el tiempo histórico en el que ocurren los hechos narrados en cada novela, las realidades de las regiones a las que alude el relato, su autor en el caso de *El diablo en la botella*. La propuesta ofrece a los alumnos la oportunidad de enfrentarse simultáneamente a un texto narrativo extenso y a diversos textos informativos –artículos de enciclopedia, esquemas con referencias, notas al pie y varios epígrafes.

Los documentos son concebidos como recursos disponibles para el equipo docente, que es quien decide su utilización. Los materiales de Prácticas del Lenguaje se incorporan a la biblioteca de la escuela para facilitar que los docentes dispongan de ellos cuando lo prefieran. En el caso de Matemática, todos los docentes de segundo ciclo que trabajan esta área recibirán *Apuntes para la enseñanza* y podrán solicitar los materiales para entregar a los alumnos.

Las decisiones que los docentes tomen sobre el uso de estos materiales y el análisis de sus efectos serán insumos para reflexionar acerca de la enseñanza. Deseamos reiterar la importancia de que hagan llegar, por los diversos medios habilitados (reuniones, correo electrónico), todos sus comentarios y sugerencias sobre los materiales. Esto permitirá su mejoramiento, a favor de su efectiva utilidad en las escuelas y las aulas, y puede representar también oportunidades de diálogo en torno a las preocupaciones y los proyectos compartidos.

* En la introducción de estos documentos se explicitan posibilidades de opción en cuanto a la solicitud y la secuenciación de los materiales para los alumnos, ordenados por complejidad más que por su determinación estricta para un grado. Por ejemplo, lo propuesto para 4º puede ser utilizado a inicios de 5º o lo propuesto para 6º extendido a 7º grado.

** G.C.B.A., Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo de la Escuela Primaria / Educación General Básica*, 2004 y *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo de la Escuela Primaria / Educación General Básica*, 2004, tomos 1 y 2.

Introducción ■

Desde que el *Pre Diseño Curricular*¹ para el segundo ciclo comenzó a difundirse, muchos docentes han planteado la necesidad de contar con materiales más directamente vinculados al trabajo del aula que los ayuden a interpretar los lineamientos curriculares. Dichos lineamientos tienen actualmente plena vigencia a raíz de la aprobación del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*,² primero y segundo ciclo.

Muchos docentes reconocen que las propuestas de cambio curricular en la Ciudad de Buenos Aires apuntan a enriquecer la experiencia educativa de los alumnos, al tiempo que solicitan "mediaciones" entre esas formulaciones y las prácticas del aula.

Por otro lado, en el marco del "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la enseñanza en el Segundo Ciclo del Nivel Primario", se ha identificado la dificultad de elaborar proyectos de enseñanza que articulen el trabajo matemático de un año a otro y hagan "crecer" la complejidad de contenidos que atraviesan el ciclo.

La serie de documentos "Matemática. Fracciones y números decimales en el segundo ciclo" responde tanto a la voluntad de desplegar la propuesta del *Diseño Curricular* como a la de ofrecer herramientas para abordar la planificación y el desarrollo de la enseñanza en el segundo ciclo en orden a una complejización creciente.

Entre las diversas maneras en que se busca fortalecer a los equipos docentes, se optó, en este caso, por la elaboración de *Apuntes para la enseñanza* con propuestas analizadas y acompañarlas con *Páginas para el alumno* en las que se incluyen los problemas seleccionados.

Al presentar estas secuencias, la intención es contribuir a mostrar cómo pueden los maestros hacer evolucionar la complejidad de los contenidos que se proponen, ayudando a los alumnos a tejer una historia en la que puedan transformar su "pasado escolar" –lo ya realizado– en una referencia para abordar nuevas cuestiones, al tiempo que cobran conciencia de que progresan y de que son capaces de enfrentar cada vez asuntos más difíciles ("esto antes no lo sabía y ahora lo sé").

Disponer de secuencias de enseñanza en las que se encara tanto el tratamiento didáctico de uno de los sentidos de un concepto para los distintos grados del ciclo como de distintos sentidos de un concepto para un mismo grado, puede constituir un aporte para enfrentar el complejo problema de la articulación y la evolución de los contenidos a lo largo del ciclo.

1 G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, *Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica (Educación Primaria y Media, según denominación vigente)*, 1999.

2 G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*, primero y segundo ciclo, 2004.

Por otro lado, los docentes encontrarán en estos materiales situaciones “de repaso” en las que se invita a los alumnos a revisar un tramo del recorrido escolar, proponiéndoles una reflexión sobre el mismo que “ponga a punto” su entrada en un nuevo tema. También son numerosas las apelaciones a hacer síntesis y a plantear conclusiones a propósito de un conjunto de problemas. Tal vez al principio estas conclusiones estén muy contextualizadas en los problemas que les dieron origen, será tarea del maestro hacer que se les atribuya un carácter cada vez más general. El alumno debe intervenir en el trabajo de articulación de las diferentes zonas del estudio de los números racionales; para que pueda hacerlo, el maestro debe convocarlo explícitamente a esa tarea y contribuir con él en su realización.

El material está organizado en actividades, cada una es una secuencia de trabajo que apunta a un contenido y que incluye varios problemas. En general se presenta una introducción sobre los asuntos en juego en la actividad, se proponen problemas para los alumnos y se efectúa un análisis de los mismos donde se ofrecen elementos para la gestión del docente. Muchas veces se sugieren, como parte del análisis de las secuencias, cuestiones nuevas para plantear a los alumnos. Es decir, el trabajo realizado por los alumnos en un cierto tramo ofrece un contexto para abordar cuestiones más generales que no tendrían sentido si dichas actividades no se llevaran a cabo. Tomar como “objeto de trabajo” una serie de problemas ya realizados, analizarlos y hacerse preguntas al respecto da lugar a aprendizajes diferentes de los que están en juego cuando el alumno resuelve un problema puntual.

A continuación se informa sobre la disponibilidad de los materiales para luego fundamentar por qué se ha elegido el campo de los números racionales para iniciar esta modalidad de producción.

“Matemática. Fracciones y números decimales” se compone de *Apuntes para la enseñanza* (4°, 5°, 6° y 7° grado) destinado a los docentes y *Páginas para el alumno* (4°, 5° y 6° grado). *Apuntes para la enseñanza* se entrega a los maestros de acuerdo con el grado en que se desempeñan; una vez que el equipo docente decide desarrollar las propuestas, solicita la cantidad de ejemplares necesarios de *Páginas para el alumno*. Este material, que se presenta con el formato de hoja de carpeta, será entregado a cada alumno para que trabaje en él.

El docente habrá advertido que los materiales están organizados por grado, sin embargo no necesariamente deben ser empleados según dicha correspondencia. Se sugiere que el equipo docente analice todo el material y decida su utilización ya sea tal como se presenta o bien según sus criterios y la historia de enseñanza que se viene desplegando. En este sentido, pueden elegir materiales correspondientes a dos años para ser empleados por el mismo grupo de alumnos. Por ejemplo, para los alumnos de 6° grado se podrán solicitar tanto *Páginas para el alumno* correspondientes a 5° como a 6° grado; o bien, las actividades que se presentan en *Páginas para el alumno* correspondiente a 6° pueden ser incluidas o retomadas en 7°. Es decir, no habrá inconveniente en que los maestros soliciten materiales correspondientes a dos grados para sus alumnos.

En *Apuntes para la enseñanza*, 7° grado, se incluyen actividades a realizar por los alumnos. Sin embargo, éstas no han sido impresas en forma independiente sino que constituyen opciones posibles cuya inclusión depende de la planificación y del balance que los docentes de 7° hagan entre los muchos temas importantes del año.

¿POR QUÉ UNA PROPUESTA SOBRE NÚMEROS RACIONALES?

En primer lugar, se trata de un campo de contenidos complejo, cuya elaboración comienza en cuarto grado y continúa más allá de la escuela primaria, que supone rupturas importantes con las prácticas más familiares que los alumnos desplegaron a propósito de los números naturales.

Como se explicita en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*, segundo ciclo:

"El estudio de los números racionales –escritos en forma decimal o fraccionaria– ocupa un lugar central en los aprendizajes del segundo ciclo. Se trata –tanto para los niños como para los maestros– de un trabajo exigente que deberá desembocar en un cambio fundamental con respecto a la representación de número que tienen los niños hasta el momento. Efectivamente, el funcionamiento de los números racionales supone una ruptura esencial con relación a los conocimientos acerca de los números naturales: para representar un número (la fracción) se utilizan dos números naturales, la multiplicación no puede –salvo cuando se multiplica un natural por una fracción– ser interpretada como una adición reiterada, en muchos casos el producto de dos números es menor que cada uno de los factores, el resultado de una división puede ser mayor que el dividendo, los números ya no tienen siguiente..."

"Por otra parte, como ocurre con cualquier concepto matemático, usos diferentes muestran aspectos diferentes.³ Un número racional puede:

- *ser el resultado de un reparto y quedar, en consecuencia, ligado al cociente entre naturales;*
- *ser el resultado de una medición y, por tanto, remitirnos a establecer una relación con la unidad;*
- *expresar una constante de proporcionalidad; en particular esa constante puede tener un significado preciso en función del contexto (escala, porcentaje, velocidad, densidad...);*
- *ser la manera de indicar la relación entre las partes que forman un todo;*
- *etcétera."*

Se considera entonces necesario contribuir con los docentes en la organización de esta complejidad, proponiendo un desarrollo posible.

En segundo lugar, el *Diseño Curricular* plantea modificaciones al modo en que por años se concibió el tratamiento de los números racionales en la escuela. ¿A qué tipo de cambios respecto de lo tradicionalmente instituido nos estamos refiriendo?

Al organizar los contenidos por "tipos de problemas que abarcan distintos sentidos del concepto" (reparto, medición, proporcionalidad, etc.), el *Diseño Curricular* propone que se aborden en simultáneo asuntos que usualmente aparecían segmentados en el tiempo o, incluso, distribuidos en años diferentes de la escolaridad.

Por ejemplo, se inicia el estudio de los números racionales (las fracciones) a partir del concepto de división entera, proponiendo que los alumnos "sigan

³ Para ampliar los diferentes sentidos de las fracciones, véase *Matemática, Documento de trabajo n° 4*, Actualización curricular, G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, 1997.

repartiendo" los restos de una división y cuantifiquen dicho reparto. Al dejar abierta la posibilidad de que el reparto se realice de distintas maneras, muchos alumnos fraccionan lo ya fraccionado y luego enfrentan el problema de cuantificar esa acción. Además, los diversos modos de hacer los repartos que surgen en la clase, dan sentido a plantear la necesidad de establecer la equivalencia entre los números que representan esos repartos. Fracción de fracción y equivalencia aparecen entonces de entrada, aunque esos asuntos no se traten de manera formal sino en el contexto en el que emergen. De modo que podríamos decir: que el problema de hacer repartos y establecer su equivalencia –problema que, como antes se señaló, se propone para abordar el estudio de las fracciones– "pone juntos" los contenidos de división entera, fracción, fracción de fracción, equivalencia y orden, al tiempo que el mismo problema ofrece un contexto que da pistas para que los alumnos puedan tratarlos. En este último sentido, no diríamos, por ejemplo, que la noción "fracción de fracción" que surge de esta manera es exactamente la misma que la que se trata cuando el tema se propone aisladamente. Aclaremos el alcance de lo que señalamos: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ es, en cualquier contexto, $\frac{1}{12}$; lo que estamos subrayando es que el modo en que se plantea la necesidad de realizar dicha operación –a partir de qué problemas, conociendo qué cuestiones– otorgará diferentes sentidos a la misma, incluyendo en la idea de sentido los elementos que tienen los alumnos para resolverla. Por otro lado, aunque del problema del reparto equitativo surja la noción de fracción de fracción, ésta deberá ser retomada en otros contextos, re trabajada, descontextualizada y formalizada. Esto demandará, sin duda, mucho tiempo: como todos sabemos, las nociones no se aprenden de una vez y para siempre sino que necesitan ser tratadas una y otra vez en distintos ámbitos y estableciendo relaciones entre ellas.

Sería legítimo preguntarse –muchos maestros lo preguntan–: "¿por qué complicar las cosas, si el trabajo 'paso a paso' da resultado?" La pregunta remite nuevamente a la cuestión del sentido que estamos atribuyendo a la matemática en la escuela: desde nuestro punto de vista, las nociones que estuvimos mencionando (fracción de fracción, equivalencia, reparto equitativo) están imbricadas unas con otras; por eso, tratarlas juntas en un contexto particular permite arrancar el estudio de las fracciones con un conjunto más amplio y más sólido de relaciones que se irán retomando con el tiempo. Tratar cada una de estas nociones de manera aislada puede ser en el momento más fácil para los alumnos, pero, al ser también más superficial, se torna "menos duradera". Menos duradera porque olvidan fácilmente aquello que no aparece entramado en una organización donde las distintas nociones que componen un campo de conceptos se relacionan unas con otras. Detrás de la idea de "lo fácil" y "lo difícil" hay cuestiones importantes para discutir respecto de la experiencia formativa que se pretende impulsar.

Sintetizando: al organizar el trabajo sobre los números racionales tomando como criterio *los ámbitos de funcionamiento del concepto* (reparto, medición, etc.), se modifica el orden de presentación que siempre tuvieron las nociones que conforman el concepto. Aprovechemos para señalar que el paso del tiempo torna "naturales" ciertos ordenamientos de los contenidos escolares que en realidad fueron producto de decisiones que respondían a cierto proyecto educativo. Cuando se revisa el proyecto, lo natural es revisar también los órdenes y relaciones entre los contenidos.

Otro asunto que plantea el *Diseño Curricular* respecto del tratamiento de los números racionales –y que se intenta plasmar en esta serie– se refiere al papel que se le otorga a las relaciones de proporcionalidad como contexto en la elaboración de criterios para operar con fracciones y decimales. Efectivamente, en las *Páginas para el alumno* de sexto grado que integran esta serie se presentan situaciones de proporcionalidad directa donde hay que operar con fracciones y decimales antes de haber formalizado y sistematizado los algoritmos correspondientes a dichas operaciones. La idea es que los alumnos resuelvan esas situaciones usando –a veces de manera implícita– las propiedades de la proporcionalidad y que, una vez resueltas, puedan analizar lo hecho y tomar conciencia de que en dicha resolución están involucrados cálculos con fracciones y decimales. Disponer del resultado de un cálculo sin conocer el algoritmo obliga a pensar cómo debe funcionar el algoritmo para obtener un resultado que ya se conoce. En algún sentido, se está invitando al siguiente mecanismo productor de conocimiento: “si este problema involucra el cálculo $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ y yo ya resolví el problema y sé que el resultado es $\frac{1}{10}$, ahora me las tengo que arreglar para entender cómo funciona la multiplicación de fracciones para que $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ sea $\frac{1}{10}$ ”. Obviamente no estamos esperando que los niños repitan frases de este tipo, si queremos comunicar que ese mecanismo está presente en el tratamiento de las operaciones multiplicativas con fracciones y decimales; tenerlo en cuenta conlleva el doble propósito: ofrecer a los alumnos un camino para que elaboren estrategias y operen; y, de manera más transversal, mostrar un mecanismo a través del cual se produce conocimiento matemático.

En tercer lugar, otra razón por las que se proponen materiales sobre los números racionales: quisimos mostrar la potencia de este contenido para poner en juego aspectos del trabajo matemático a los que les atribuimos un alto nivel formativo. Formular leyes para comparar números, establecer la verdad o la falsedad de enunciados, analizar la equivalencia de expresiones numéricas sin apelar al cálculo efectivo, comparar diferentes procedimientos realizados por “otros”, delimitar el alcance de diferentes propiedades (“esta ‘regla’ vale en tales casos”) son tareas que, al ubicar al alumno en un plano de reflexión sobre el trabajo llevado a cabo, le permiten comprender aspectos de la organización teórica de la disciplina, le posibilitan acceder a las razones por las cuales algo funciona de una cierta manera. Lograr que los alumnos adquieran cierto nivel de fundamentación para los conceptos y propiedades con los que tratan, es un propósito de la educación matemática que la escuela tiene que brindar.

CARACTERÍSTICAS DE LAS PROPUESTAS

- Las secuencias que se presentan no están en general pensadas para que los alumnos resuelvan de manera inmediata la tarea que se les propone. Sí se espera –cada vez– que puedan empezar a abordar, explorar, ensayar. En algunos casos, podrán arribar a conclusiones de manera bastante autónoma y en otros re-

querirán de la ayuda del docente. Alentamos la tarea de exploración como un modo de formar a un alumno autónomo, que acepta el desafío intelectual, que elabora criterios para validar su propio trabajo.

A propósito de algunos de los problemas, es probable que los alumnos evidencien cierta dificultad para entender con precisión qué es lo que se les pide. Puede ser que el docente interprete que el alumno no comprende la consigna. Sin embargo, la falta de comprensión de la consigna se vincula en general con el hecho de que la tarea en danza es conceptualmente nueva; por eso, entender lo que se pide supone para los alumnos ampliar su perspectiva respecto de los conceptos involucrados en el problema. En esos casos seguramente serán necesarias explicaciones del docente que "completan" la formulación escrita del problema. Estas explicaciones son un modo de empezar a comunicar las nuevas ideas que están en juego.

Se suele atribuir la falta de comprensión de las consignas a un tema "extra matemático" (más ligado al área de Prácticas del Lenguaje). Sin embargo, esta falta de comprensión es, en general, "matemática": los alumnos no entienden qué hay que hacer porque todavía no conciben claramente en qué consiste la tarea en cuestión. Comprenderlo es parte del aprendizaje.

Mucho se ha discutido si el docente debe o no intervenir en la tarea que realiza el alumno. Es claro que el docente debe ayudar al alumno que se encuentra "bloqueado" eso hace a la definición del trabajo docente. Tal vez sea bueno analizar que entre "decir cómo es" y "no decir nada" hay una gama importante de intervenciones que podrían dar pistas a los alumnos para seguir sosteniendo su tarea. Conocer diferentes modos de abordar la tarea puede ayudar al docente a elaborar posibles intervenciones. Ésa es la razón por la cual, al analizar las secuencias propuestas en *Apuntes para la enseñanza*, se incluyen posibles estrategias de los alumnos. La discusión de algunas de estas estrategias con el conjunto de la clase podrá enriquecer el contenido que se está tratando, aunque las mismas no hayan sido propuestas por los niños.

Lograr que los alumnos entren en un trabajo matemático más profundo –más enriquecedor, pero también más difícil– no es tarea de un día, es producto de una historia que se va construyendo lentamente en la clase. Los alumnos deben sentir que se confía en ellos, que tienen permiso para equivocarse, que su palabra es tomada en cuenta. A la vez deben aprender: a pedir ayuda identificando de la manera más precisa posible la dificultad que tienen y no sólo diciendo "no me sale", a respetar la opinión de los otros, a sostener un debate... El maestro juega un rol fundamental en estos aprendizajes.

A diferencia de lo que suele pensarse, la experiencia nos muestra que muchos alumnos se posicionan mejor frente a un problema desafiante que frente a una tarea fácil. Lograr que el alumno experimente el placer de dominar lo que en un principio se mostraba incomprensible, ayuda a que construya una imagen valorizada de sí mismo. Obviamente, esto es bueno para él, pero también es altamente satisfactorio para el docente.

Es nuestro deseo que en alguna medida estos *Apuntes para la enseñanza*, y también las *Páginas para el alumno*, contribuyan a que el docente pueda enfrentar la difícil tarea de enseñar, gratificándose con el despliegue de una práctica más rica y más plena.

Diversas situaciones de reparto

1

Actividad

La secuencia de problemas que se propone a continuación apunta a resolver situaciones de reparto en las cuales debe analizarse si es posible repartir el resto, también se plantea abordar el reparto equitativo de los restos.

La actividad comienza convocando a los alumnos a resolver problemas de repartos equitativos en los que la "herramienta" de resolución es la división entre números naturales. Una vez resueltos los problemas, se propone analizar si "lo que sobra" en cada caso puede o no seguir repartiéndose. La idea es confrontar a los niños con el siguiente hecho: aunque la cuenta de dividir "termina", el reparto, en algunos casos, "no termina" porque el resto podría seguir repartiéndose. No se espera que los alumnos reparen en esto de manera espontánea sino que el docente invite, para cada caso, a pensar qué hacer con "lo que sobra".

Notemos que los niños tienen que resolver los problemas en primer lugar y luego deben analizarlos para establecer en qué casos el resto se puede seguir repartiendo. La actividad de analizar los problemas es probablemente nueva para los alumnos y al mismo tiempo es más compleja que la de resolverlos. Colectiva o en pequeños grupos, esta actividad seguramente generará diálogos y discusiones entre los niños. El docente podrá retomar estos intercambios para establecer en cuál o cuáles de los casos propuestos el problema se terminó con la cuenta de dividir y en cuál o cuáles se podría continuar, aunque no se sepa muy bien cómo hacerlo.

Luego de esta actividad se retoma uno de los problemas y se invita a los niños a continuar con el reparto.

Esta "entrada" tiene la intención de promover relaciones entre la división de números naturales y las fracciones. De hecho, las fracciones son una herramienta que fue inventada para resolver el problema de la división entre números naturales cuando el dividendo no es múltiplo del divisor y el problema involucra magnitudes continuas.

Aunque lograr un vínculo sólido entre las fracciones y la división de naturales es un proceso largo que requerirá de mucho trabajo de aprendizaje por parte de los alumnos y de enseñanza por parte de los docentes, se buscó que estuviera presente desde el inicio del estudio de este nuevo concepto.

No pensamos que, por el solo hecho de resolver estos problemas, los niños podrán establecer de manera inmediata las relaciones entre división y fracciones. Estas relaciones serán el resultado de un largo trabajo en el que necesariamente se deberán incluir otros problemas y sobre todo discusiones a partir de los mismos que el maestro provoque con la intención de que los alumnos conciban la fracción como el resultado exacto de una división entre números naturales.

Se propone un trabajo más o menos prolongado sobre situaciones de reparto, con la intención de que éstas puedan constituirse para los niños en puntos de referencia a los que podrán recurrir para enfrentar otros problemas que involucren el concepto de fracción.

G.C.B.A.



DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO PROBLEMAS

- ❖ En cada uno de los siguientes problemas hay que repartir algo. En primer lugar, proponemos que los resuelvas.
 - 1) Se reparten 17 globos entre 4 niños; todos reciben la misma cantidad. ¿Cuántos globos le tocan a cada uno?
 - 2) Se reparten 17 chocolates entre 4 niños; todos reciben la misma cantidad. ¿Cuántos chocolates le tocan a cada uno?
 - 3) Martín colecciona autitos de carrera. Ya tiene 86 y quiere guardarlos en 4 cajas, de manera tal que todas tengan la misma cantidad. ¿Cuántos debe colocar en cada una?
 - 4) Con una cinta de 86 cm se arman 4 moños iguales. ¿Qué largo tiene cada moño?
 - 5) Cuatro amigos deciden repartir, entre ellos y en partes iguales, \$ 45 que obtuvieron en un premio de lotería. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
- ❖ Seguramente habrás comprobado que ninguno de los repartos anteriores "da justo", en todos sobra. En algunos casos, lo que sobra se puede seguir repartiendo, y en otros, no. Analizá los cinco problemas que resolviste y establecé en qué casos el resto obtenido se puede seguir repartiendo.

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4 Y 5

El objetivo de los problemas será someter a discusión en qué casos los elementos que "sobran" pueden seguir repartiéndose. Esto depende de las magnitudes que están en juego, según el contexto del problema.

Es interesante que los alumnos comparen los problemas 1 y 2, ya que ambos se resuelven con la misma cuenta. Sin embargo, los globos que sobran, sobran; en cambio, el chocolate que sobra, podría seguir repartiéndose, asunto que los alumnos conocen por su experiencia aunque no sepan cómo nombrar la porción que resulta del reparto del resto. El mismo análisis podrá hacerse con los problemas 3 y 4. Para resolver el problema 4, seguramente harán 86 dividido 4, y obtendrán cociente 21 y resto 2. Será interesante analizar con todo el grupo que el "2" que sobra corresponde a 2 cm de cinta y que estos 2 cm repartidos entre cuatro "da" $\frac{1}{2}$ cm. Es decir que, independientemente de la "cuenta", de la discusión podrá surgir que cada moño tiene 21 cm y $\frac{1}{2}$. El divisor 4 se ha propuesto para facilitar este análisis ya que los alumnos pueden apelar a partir consecutivamente por la mitad.

De manera similar, se espera que, para el reparto del dinero, se pueda establecer que el "peso" que sobra, repartido entre 4, "da" 25 centavos a cada uno.

Se retoma a continuación el "problema del chocolate" para que los alumnos ensayen el reparto de los restos. Evidentemente, esta próxima actividad se encuadra en la anterior y será importante que el maestro resalte el asunto que los ocupa: algunas veces se puede repartir el resto, otras no; habrá que analizar cómo hacerlo en los casos en que sí se puede. Por otra parte, es interesante resaltar que algo que quedó pendiente se retoma para seguir trabajándolo.

Se proponen luego varias situaciones similares apuntando a que los alumnos se encuentren con la insuficiencia de los números naturales para indicar la "parte

que le corresponde a cada uno", lo cual genera condiciones para empezar a pensar cómo establecer una relación entre la parte y el todo.



DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO
PROBLEMAS PARA SEGUIR REPARTIENDO

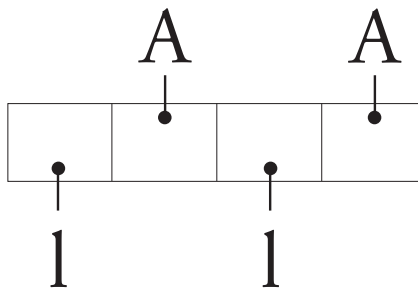
- 1) Se desea repartir 17 chocolates entre 4 niños, de modo tal que cada uno reciba la misma cantidad y todo el chocolate sea repartido. ¿Cómo puede efectuarse el reparto?
- 2) De manera similar que en el problema anterior:
- a) Repartir 21 chocolates entre 5 niños.
 - b) Repartir 10 chocolates entre 3 niños.
 - c) Repartir 1 chocolate entre 8 niños.
 - d) Repartir 25 chocolates entre 4 niños.

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1 Y 2

En un principio puede ocurrir que los alumnos apelen a dibujos para explicar cómo hacen el reparto o que hagan la cuenta de dividir para calcular los chocolates enteros que le corresponden a cada niño y realicen un dibujo para el chocolate que sobra. Es usual que esquematicen los chocolates y los chicos indicando con flechas las porciones que resultan. Por ejemplo, para el problema 1:

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 4} \\ 16 \quad 4 \\ 01 \end{array}$$

A cada uno le doy 4 chocolates y un cuarto.



Estos ejemplos donde a cada chico le toca una cantidad entera de chocolates, y una parte del chocolate sobrante, permitirán establecer una primera definición de fracción a la que los niños deberán apelar en lo sucesivo para avanzar en el estudio de las fracciones.

Para el primer caso antes planteado, donde sobra un chocolate que es necesario repartir entre 4, seguramente los niños dirán que es necesario dividir el chocolate en 4 partes iguales. Esta constatación será una oportunidad para que el maestro explique que esa cantidad se llama $\frac{1}{4}$.

Se define entonces que $\frac{1}{4}$ es una cantidad tal que 4 veces esa cantidad equivale a 1.

Del mismo modo y apoyado en los otros repartos, el maestro podrá definir que $\frac{1}{3}$ es una cantidad tal que entra 3 veces en el entero y podrá hacer el mismo análisis con $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$.

Apoyados en estos y otros ejemplos, el docente define desde un primer momento que en líneas generales una fracción se denomina $\frac{1}{n}$ cuando n partes como

G.C.B.A.

éstas equivalen a un entero. (Se utiliza el término $\frac{1}{n}$ para comunicar la generalidad, pero no para ser transmitido a los niños.)

A continuación, y tomando como base los problemas anteriores, se proponen repartos en los que el resto es mayor que 1.



DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO

PROBLEMAS PARA SEGUIR REPARTIENDO

- | | |
|--|--|
| <p>3) ¿Como podría hacerse el reparto si ahora fueren 27 los chocolates y 4 los niños?</p> <p>4) ¿Y si los niños siguieran siendo 4 y sólo hubiera 6 chocolates?</p> | <p>5) ¿Y si los chocolates fueran 23 y los chicos 5? ¿Cómo podrían repartirse?</p> |
|--|--|

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 3, 4 Y 5

Para repartir 27 chocolates entre 4 niños, los alumnos pueden recurrir a la división entera y luego proceder a repartir los 3 chocolates restantes. En una primera instancia, seguramente los chicos ensayarán distintas maneras de repartirlos apoyados en recursos gráficos.

Las posibilidades para repartir los 3 chocolates entre 4 niños podrían ser:

- a) Cortar cada chocolate en cuatro y darle un pedazo de cada chocolate a cada niño.
- b) Cortar dos chocolates al medio y el tercero en cuatro.

a)

b)

Los niños pueden expresar estas cantidades de diferentes maneras: 3 de $\frac{1}{4}$ para el primer reparto, y $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ para el segundo. Es un buen momento para plantear que 3 de $\frac{1}{4}$ se nombra también $\frac{3}{4}$.

A medida que surjan expresiones del tipo 2 veces $\frac{1}{5}$ ó 5 veces $\frac{1}{8}$, el maestro irá introduciendo las fracciones con denominador distinto de 1 ($\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{8}$ en este caso). En general, a medida que surjan expresiones del tipo m veces $\frac{1}{n}$, el maestro irá introduciendo la notación $\frac{m}{n}$. (Queda claro que el uso de letras se utiliza aquí para la comunicación con el docente.)

Una vez que los niños han ensayado alguna solución, se anotan en el pizarrón los procedimientos y se discuten colectivamente. La cuestión central de esta discusión es analizar si 3 de $\frac{1}{4}$ es o no equivalente a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$. Resulta importante

tener presente que es la primera vez que los alumnos se enfrentan al hecho de que la misma cantidad puede expresarse con "números diferentes". Se trata en verdad del mismo número que admite diferentes representaciones.

Cabe señalar que, en realidad, la situación de reparto planteada encierra dos problemas de índole diferente.

El primer problema consiste en encontrar una manera de distribuir los chocolates; seguramente los niños lo resuelvan apelando a algún tipo de representación gráfica. En ese sentido, es un procedimiento netamente empírico que no resulta muy exigente para ellos.

El segundo problema es la parte más "dura" de la situación ya que, en realidad, consiste en poder argumentar y entender: si los repartos son equivalentes, los números que representan estos repartos también lo son. En otros términos, con los conocimientos del contexto que tienen los niños, cualquier alumno de cuarto grado podrá aceptar que las dos maneras propuestas son formas equivalentes de hacer el reparto. De ahí debe derivar que, necesariamente, 3 de $\frac{1}{4}$ debe ser lo mismo que $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$.

Posiblemente en un primer momento los alumnos intenten explicar las equivalencias "acomodando" los pedacitos unos debajo de otros. Si bien estos procedimientos se aceptan en un principio, se tenderá a que se basen en relaciones para argumentar sobre la equivalencia. Por ejemplo, se espera que propongan: " $\frac{2}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$, entonces $\frac{3}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ ".

En definitiva, el problema deja de ser el reparto para pasar a ser la equivalencia. Los procedimientos de tipo empírico deberán ir sustituyéndose por la construcción de argumentos y la elaboración de criterios para "estar seguro".

A esta altura del trabajo, el docente propone nuevos problemas en el mismo contexto que el anterior, pero con números diferentes.

En el caso del problema 4, las respuestas podrían ser:

- dar un chocolate entero a cada niño y cortar los otros dos en cuatro;
- dar un chocolate entero a cada niño y cortar los otros dos en mitades;
- cortar todos los chocolates en cuatro y dar seis partes a cada uno;
- cortar cuatro chocolates al medio y los otros dos en cuatro.

Estas formas de reparto darían lugar a las escrituras:

- 1 y $\frac{2}{4}$ ó $1 + \frac{2}{4}$;
- 1 y $\frac{1}{2}$ ó $1 + \frac{1}{2}$;
- 6 de $\frac{1}{4}$ ó $\frac{6}{4}$;
- 2 de $\frac{1}{2}$ y 2 de $\frac{1}{4}$ ó $\frac{2}{2}$ y $\frac{2}{4}$.

En el caso del problema 5 es de esperar que los alumnos apelen nuevamente a la división entera como en la primera de las situaciones, decidan dar 4 chocolates enteros a cada niño y usen procedimientos equivalentes a los empleados en los casos anteriores para repartir los 3 chocolates que quedan.

Los problemas 4 y 5 giran en torno de la misma situación pero, al cambiar

los números, se ponen en juego diferentes relaciones. El problema 4 permite establecer relaciones entre medios y cuartos, mientras que en el caso del problema 5 se ponen en juego relaciones entre quintos y décimos.

Se proponen en ambos casos discusiones colectivas tendientes a construir argumentos que sustenten las equivalencias de los diferentes repartos y sean a su vez generadoras de nuevas relaciones entre distintas fracciones y el entero y entre distintas fracciones entre sí.

Al finalizar la secuencia de problemas o al finalizar cada uno de los repartos, se sugiere que queden en afiches colectivos y en las carpetas conclusiones a las que se llegaron durante esa clase.

Por ejemplo:

- 1 chocolate y $\frac{2}{4}$ es lo mismo que $\frac{6}{4}$ de chocolate.
- 1 chocolate y $\frac{1}{2}$ es equivalente a 1 chocolate y $\frac{2}{4}$.
- $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ porque para tener $\frac{1}{2}$ necesito 2 partes de $\frac{1}{4}$.
- $\frac{6}{4}$ de chocolate es lo mismo que 1 chocolate y $\frac{1}{2}$, entonces la fracción $\frac{6}{4}$ es mayor que un entero, etcétera.



DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO

PROBLEMAS PARA SEGUIR REPARTIENDO

- 6)** Matías tenía 3 chocolates para repartir entre 5 chicos. ¿Son equivalentes las siguientes formas de reparto?
- parte cada chocolate en 5 partes iguales y le da una parte de cada chocolate a cada chico;
 - parte por la mitad cada uno de los 3 chocolates y da una mitad a cada chico, y parte en 5 la última mitad.
- Expresen en fracciones los resultados de ambos repartos.
- 7)** Encuentren tres formas equivalentes de repartir 8 chocolates entre 3 chicos.
- 8)** Laura tenía 1 chocolate, lo cortó en 3 partes iguales y le dio una parte a Lucía. Nicolás tenía 2 chocolates como los de Laura y los repartió en partes iguales entre sus 6 amigos. ¿Quién recibió más chocolate: Lucía o cada amigo de Nicolás?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 6, 7 Y 8

Estos problemas exigen a los alumnos expresar numéricamente los resultados de ciertos repartos y analizar su equivalencia. En tanto el "objeto" de trabajo es el análisis de diferentes repartos ya hechos y no simplemente su realización como en los casos anteriores, los alumnos deben ubicarse en posición de comprender las relaciones establecidas por un "otro" hipotético.

Esta posición es más exigente que la de "hacer" y ofrece la posibilidad de ampliar las relaciones inicialmente establecidas.

Notemos que el problema "requiere" que los alumnos piensen en fraccionar una fracción, aunque no se está dando el tema "fracción de fracción" de manera formal. Abordar problemas más o menos abiertos hace necesario aplicar conocimientos que

en una presentación didáctica "paso a paso" aparecen normalmente separados. Esta mayor complejidad –la de poner en juego varias nociones juntas– permite una mejor comprensión del funcionamiento de los conceptos que se están estudiando, dado que hace posible que se establezcan relaciones que no son visibles cuando cada idea se trabaja separadamente de las otras.

Cuando analizamos globalmente los tres problemas, es posible ver que se sostiene todo el tiempo la misma situación pero dando cada vez lugar a matices diferentes. Esta estrategia de "hacer durar" un problema profundizando a la vez los conocimientos que se tratan, genera buenas condiciones para ir incluyendo en el trabajo a los alumnos que necesitan más tiempo para comprender.

Componer una cantidad a partir de otras expresadas en fracciones

2

Actividad

La siguiente secuencia de problemas apunta a la composición de cantidades a partir de otras expresadas en fracciones, así como a la posibilidad o no de componer una cantidad fraccionaria a partir de determinadas fracciones. La diferencia con las actividades anteriores de reparto es que en aquel caso se proponía determinar el valor de cada parte en relación con el entero y en este caso los valores de las partes están fijos de antemano y debe componerse una cierta cantidad. Resaltemos que las conclusiones que fueron formuladas en la actividad anterior son punto de partida y de apoyo tanto de estrategias de resolución como de nuevas conclusiones.



COMPONER UNA CANTIDAD A PARTIR DE OTRAS EXPRESADAS EN FRACCIONES

PROBLEMAS

1) Los envases de café.

Necesito comprar $2 \frac{1}{4}$ kg de café. En la góndola del supermercado sólo quedan algunos tamaños de paquetes. ¿Qué paquetes puedo comprar? ¿Hay una sola posibilidad? Si quiero llevar la menor cantidad posible de paquetes, ¿cuáles debo elegir? (Véanse *Páginas para el alumno*, pág. 13.)

a) ¿Se puede tener $1 \frac{1}{2}$ kg usando sólo paquetes de $\frac{1}{4}$ kg?

b) Si se agregan paquetes de $\frac{1}{3}$ kg, ¿pueden formarse $2 \frac{1}{4}$ kg de café utilizando sólo envases de $\frac{1}{3}$ kg?

c) Si se agregan paquetes de $\frac{1}{8}$ kg, ¿se pueden tener $2 \frac{1}{2}$ kg usando sólo paquetes de $\frac{1}{4}$ kg y $\frac{1}{8}$ kg?

2) Responder:

a) ¿Cuántos medios se necesitan para formar un entero?

b) ¿Cuántos sextos se necesitan para formar $\frac{1}{2}$?

c) ¿Puedo formar un entero usando quintos?

d) ¿Puedo formar un medio usando quintos?

composiciones con determinados paquetes. Por ejemplo, analizar que con paquetes de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{8}$ pueden armarse medio, pero con paquetes de $\frac{1}{3}$ no es posible armar directamente quintos ni medio. El problema 2 propone relaciones similares pero sin referirlas al contexto de los paquetes sino planteándolas en un contexto exclusivamente numérico. La referencia a los paquetes puede ser un punto de apoyo para pensarlos. Hay acá un "juego" entre aquello referido a un contexto "extramatemático" –como el de los paquetes de café– y uno interno a los números como tales.

Como podrá notarse en los problemas propuestos hasta aquí, y también en los siguientes, hay una relación compleja entre contexto extramatemático y contexto puramente numérico. La inclusión de un contexto extramatemático no tiene por objetivo sólo proponer un problema que le dé sentido a ese concepto, sino también permitir a los niños controlar el resultado –a partir de la información del contexto– de una técnica o de una operación que todavía no dominan. A su vez, el intento de descontextualizar las situaciones no apunta sólo a que los niños puedan manejarse centrados en el terreno de los números, sino también a que puedan ir justificando, cada vez más, los resultados obtenidos a través de propiedades y relaciones numéricas.

Para que los alumnos puedan sacar provecho de este juego, será necesario que se establezcan explícitamente estas relaciones en la clase. Por ejemplo: si hacen falta 6 paquetes de $\frac{1}{4}$ kg de café para tener $1\frac{1}{2}$ kg, eso se expresa numéricamente: $6 \times \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$.



COMPONER UNA CANTIDAD A PARTIR DE OTRAS EXPRESADAS EN FRACCIONES

PROBLEMAS

3) Seguimos comprando café.

¿Se puede tener $1\frac{3}{4}$ kg de café usando sólo paquetes de $\frac{1}{4}$ kg?

¿Y de $\frac{1}{3}$?

¿Y de $\frac{1}{6}$?

¿Y de $\frac{1}{8}$?

Si se puede formar la cantidad pedida, escribí en cada caso cuántos paquetes usarías; si no se puede formar, explicá por qué.

4) Compra de galletitas.

a) La mamá de Matías compraba todas las semanas 2 kilos de galletitas. Decidió armar una tablita que le permitiría comprar rápidamente los paquetes de galletitas que necesitaba según el peso de cada paquete. ¿Cómo se completa la tabla?

Sí los paquetes tienen:	Necesito:
$\frac{1}{4}$ kilo; $\frac{1}{2}$ kilo; $\frac{1}{3}$ kilo;	
$\frac{1}{6}$ kilo; $\frac{1}{8}$ kilo.	

b) La mamá de Juan que siempre salía de compras con la mamá de Matías quiso imitarla entonces armó su tablita. Ella compraba siempre 3 kilos de galletitas. ¿Es correcta la tabla que armó? En caso de que alguna cantidad de paquetes sea incorrecta, corregila.

Sí los paquetes tienen:	Necesito:
$\frac{1}{4}$ kilo;	12 paquetes;
$\frac{1}{2}$ kilo;	6 paquetes;
$\frac{1}{3}$ kilo;	10 paquetes;
$\frac{1}{6}$ kilo;	16 paquetes;
$\frac{1}{8}$ kilo.	24 paquetes.

c) El almacenero tomó rápidamente la idea y armó su propia tabla:

Peso del paquete	Para 1 kilo	Para 2 kilos	Para 5 kilos	Para 10 kilos
$\frac{1}{8}$				
$\frac{1}{4}$				
$\frac{1}{2}$				

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 3 Y 4

El problema 4 a) donde se propone armar 2 kg de galletitas con paquetes de diferentes cantidades, permite establecer distintas relaciones. Por un lado, si bien las relaciones de proporcionalidad directa no se dan con este nombre ni se sistematizan a propósito de este contenido, son usadas tempranamente en la escolaridad.

Si para tener 1 kg de galletitas necesito 4 paquetes de $\frac{1}{4}$ kg, para tener 2 kg necesitaré el doble, o sea: 8 paquetes.

Pero, al mismo tiempo, hay una relación inversamente proporcional entre el tamaño de los paquetes y el número de paquetes necesario para obtener la misma cantidad total.

Si los paquetes son de $\frac{1}{4}$ kg, necesito 8 paquetes para tener 2 kg de galletitas. Los paquetes de $\frac{1}{2}$ kg son el doble de grandes, entonces necesito la mitad de los paquetes. Será importante escribir y completar las tablas en el pizarrón para hacer los análisis antes mencionados con los alumnos.

Las relaciones que se hayan establecido para completar la tabla 4 a) servirán de punto de apoyo a la hora de analizar la tabla 4 b).

Luego del análisis caso por caso, se puede proponer un análisis global de toda la tabla. Se podrá identificar que:

$$12 : 4 = 3$$

$$6 : 2 = 3$$

$$24 : 8 = 3, \text{ pero } 10 : 3 \text{ no es igual a } 3;$$

$$16 : 6 \text{ no es igual a } 3.$$

Entonces:

$$12 \times \frac{1}{4} = 3$$

$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$24 \times \frac{1}{8} = 3$$

Todas estas relaciones no surgen sólo de la resolución sino de una reflexión sobre la misma que, para que tenga lugar en la clase, deberá ser provocada explícitamente por el docente. Otra vez, al igual que con los repartos, los conocimientos que se producen al analizar las resoluciones son diferentes de aquellos que se elaboran en la resolución misma.



PROBLEMAS

5) Seguimos componiendo enteros.

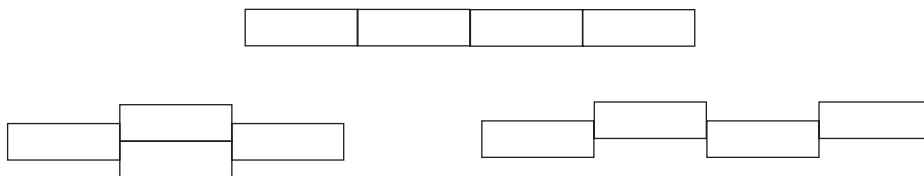
Se sabe que este rectángulo representa $\frac{1}{4}$ del entero.



Dibujá el rectángulo entero. ¿Hay una sola posibilidad?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA 5

En este problema se pone en juego la posibilidad de reconstruir el entero a partir del valor de una parte. Algunas soluciones posibles podrían ser:

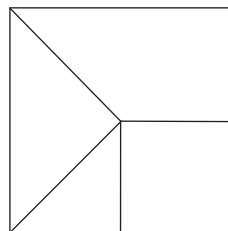


Cualquier propuesta en la que el entero esté formado por 4 partes iguales a la dada, es correcta. Este es el punto central que debe analizarse con los niños y una de las conclusiones que pueden registrar en sus cuadernos. La separación entre forma y medida es uno de los asuntos que está en juego en el problema.

Sin duda, será necesario plantear otros problemas similares para que los alumnos puedan manejar con comodidad este concepto.

Este trabajo que exige poner en juego la definición de fracción de diferentes maneras, intenta superar las limitaciones que se producen cuando la única propuesta de trabajo consiste en pedir a los niños que, para establecer una medida, "miren" un dibujo de un rectángulo partido en partes iguales con algunas de esas partes sombreadas.

Proponemos a continuación un problema que no se ha incluido en *Páginas para el alumno*. Los niños deben establecer la medida de cada parte del siguiente dibujo, considerando el cuadrado como unidad. Notemos que el triángulo acutángulo y el cuadrado pequeño son ambos $\frac{1}{4}$ del cuadrado mayor aun cuando tienen formas diferentes:



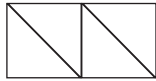


PROBLEMAS

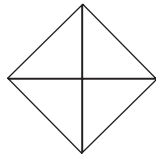
6) Se sabe que este triángulo representa $\frac{1}{4}$ de una figura. ¿Cómo era la figura entera?



La respuesta de Marcela fue:



Y la respuesta de Martín fue:



¿Quién de los dos resolvió correctamente el problema?

7) Se sabe que el siguiente rectángulo representa $\frac{2}{3}$ de cierto entero. ¿Cómo es ese entero? ¿Hay una única solución?



8) ¿En cuáles de los siguientes dibujos se pintó la cuarta parte? Explicá cómo lo pensaste en cada caso.

DIBUJO 1



DIBUJO 2



DIBUJO 3



DIBUJO 4



Utilizar fracciones para medir longitudes

Actividad 3

En esta actividad se utilizarán las fracciones para medir longitudes. Se proponen situaciones de medición donde la unidad no entra una cantidad entera de veces en el objeto por medir, para provocar la necesidad de fraccionar la unidad. A partir de estas situaciones se volverá sobre una relación ya trabajada: las cantidades $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, etc. son partes de la unidad, tales que 2, 3, 4, 5, etc. partes iguales a esa equivalen a la unidad.

De la misma forma se definirá, por ejemplo, la fracción $\frac{9}{7}$ como la parte que contiene 9 veces $\frac{1}{7}$.

En forma general y en términos para los docentes: $\frac{m}{n}$ es la fracción que contiene m veces $\frac{1}{n}$.

Los problemas comienzan con un juego de comunicación. Entendemos por juegos de comunicación aquellas actividades donde se propone a los alumnos transmitir a otros los datos necesarios que les permitan realizar una determinada actividad (en este caso, reproducir una figura). Los alumnos se convierten entonces en emisores de un mensaje cuya eficacia será puesta a prueba en las posibilidades del receptor de llevar a cabo la actividad con éxito. La selección de la información a transmitir exige un análisis donde se ponen en juego ideas vinculadas con el concepto que se está tratando.

Para el juego de comunicación, se sugiere que el docente divida al grupo en

parejas. Cada pareja intercambiará información con otra. A cada pareja le entregará un rectángulo diferente del de la pareja con la que jugará. Le dará también una tira de papel que funcionará como unidad de medida. La longitud de las tiras "unidad" es la misma para todos los alumnos. Las medidas posibles de los rectángulos podrían ser: a) base 2 y $\frac{1}{4}$ de tira y altura 1 y $\frac{1}{2}$ de tira; b) base $\frac{3}{4}$ de tira y altura 1 y $\frac{1}{3}$ de tira.

La consigna que se puede proponer es la siguiente:

Envíen a otra pareja las instrucciones necesarias para que puedan construir un rectángulo igual al que tiene ustedes. Para medir sólo pueden utilizar la tira que se les entregó, pueden plegarla pero no medirla con regla.

En este problema, los alumnos se ven confrontados a la necesidad de usar una unidad para medir y de fraccionarla. Posteriormente se discutirá cuál fue el criterio para expresar las diferentes longitudes y cómo estas longitudes fueron interpretadas.

En la puesta en común, y a propósito de definir las medidas de los rectángulos, surgirán escrituras del tipo:

$$\text{Base del rectángulo 1} \longrightarrow 2u + 2u + \frac{1}{4}u$$



UTILIZAR FRACCIONES PARA MEDIR LONGITUDES
PROBLEMAS PARA MEDIR Y REPRODUCIR

1) Reproducciones de segmentos.

a) Dibujá un segmento que mida la tercera parte de éste. (En *Páginas para el alumno* se encuentra dibujado un segmento de 12 cm de longitud que funciona como unidad.)

b) Usando el segmento anterior como unidad, indicá la medida de cada uno de estos segmentos. (En *Páginas para el alumno* están dibujados segmentos de 2 cm, 3 cm, 6 cm, 8 cm y 15 cm que deben comparar con el entero de 12 cm.)

c) Dada esta tira, que representa la unidad, construí otras cuyas longitudes sean: $\frac{1}{4}$ de la unidad, $\frac{1}{8}$ de la unidad, $\frac{5}{4}$ de la unidad, $\frac{3}{2}$ de la unidad. (En *Páginas para el alumno* se ha dibujado un segmento de 12 cm.)

d) Si esta tira representa $\frac{1}{2}$ de la unidad, ¿cuál fue la unidad utilizada? Dibujala. (En *Páginas para el alumno* se ha dibujado un segmento de 4 cm.)

e) ¿Y si representa $\frac{1}{3}$?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS

En el problema 1 a), probablemente el momento más importante de la actividad sea la discusión sobre cómo se puede estar seguro de que el segmento dibujado es efectivamente la tercera parte del original, si los dos están dibujados en la misma hoja y no pueden superponerse. Se espera que los alumnos utilicen la regla para constatar que el segmento dibujado "cabe" tres veces en el segmento dado.

En el problema b), decir qué parte del segmento de 12 cm son los primeros 3 segmentos no ofrecerá mayor dificultad, pero, para poder establecer qué par-

te del segmento unidad representa el segmento de 8 cm, será necesario establecer relaciones del tipo: si el primer segmento representa $\frac{1}{6}$, éste que es 4 veces el primero representa $\frac{4}{6}$; o bien, si este segmento representa $\frac{1}{3}$, éste que es el doble representará $\frac{2}{3}$.

Esta también será una oportunidad propicia para establecer las relaciones de equivalencia entre las distintas escrituras que refieren a la medida del segmento.

Recapitulación

4

Actividad

Con esta actividad se propone hacer "un alto en el camino" para recuperar y organizar lo visto hasta ahora acerca de fracciones. También es una buena oportunidad para establecer nuevas relaciones ya que estamos considerando como objeto de reflexión un tramo del trabajo ya realizado.

Se sugiere que los alumnos se agrupen por parejas y que hagan una lista de las cosas que aprendieron revisando todo el trabajo realizado con fracciones. Luego sería conveniente una instancia de trabajo colectivo entre todo el grado con el mismo objetivo.



RECAPITULACIÓN

¿QUÉ SABEMOS ACERCA DE FRACCIONES?

Reúnete con un compañero, consulten las carpetas y hagan una lista de todo lo que saben de fracciones hasta ahora.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

Se espera que en un principio surjan por parte de los alumnos conclusiones muy contextualizadas; es decir, relacionadas con la situación a partir de la cual se produjeron. Un ejemplo sería: con 4 paquetes de $\frac{1}{4}$ kilo de café formo 1 kilo. Otro ejemplo: 1 chocolate y $\frac{1}{4}$ es lo mismo que $\frac{5}{4}$ de chocolate.

Se sugiere que en la instancia de la puesta en común se agrupen todas las conclusiones que apuntan al mismo contenido; por ejemplo, a la reconstrucción del entero, y se descontextualicen llegando a conclusiones del tipo: para tener un entero se necesita: $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, etcétera. También será una oportunidad propicia para preparar afiches donde queden todas las conclusiones expuestas en el aula.

Cálculos mentales con fracciones

5

Actividad

En esta secuencia de problemas se propone que los alumnos realicen cálculos que les permitan progresar en el conjunto de relaciones que se establecen entre determinados grupos de fracciones y entre ciertas fracciones y los enteros.

¿Qué se entiende por cálculo mental? El cálculo mental se asociaba tradicionalmente a cálculos memorizados o también a cálculos realizados "en la cabeza",

sin apoyo de lápiz ni papel. No es en este sentido que lo estamos caracterizando. Entendemos por cálculo mental los procedimientos de cálculo que se oponen a los cálculos algoritmizados (serie de reglas aplicables en un orden determinado, siempre del mismo modo independiente de los datos que están en juego). El cálculo mental considera la construcción de procedimientos personales que permiten dar respuesta a una situación. En el cálculo mental, a partir de un resultado conocido o de fácil obtención, se despliegan diversos procedimientos basados en las propiedades de las operaciones (aunque éstas no siempre se expliciten). Por ejemplo, en uno de los siguientes ejercicios se pregunta cuánto le falta a $\frac{3}{7}$ para llegar a dos enteros. Un criterio algoritmizado del cálculo supone que para responder a esta situación sería necesario plantear la resta $2 - \frac{3}{7}$ y luego considerar los pasos para efectuar una diferencia entre un número natural y una fracción. Sin embargo, se espera que los alumnos lleguen a obtener las respuestas por diversos caminos, basados en sus conocimientos, ya que el problema se propone en un momento en el que la resta no fue aún formalizada.

A continuación de las consignas se muestran posibles estrategias con las que los alumnos pueden resolver las situaciones planteadas.



CÁLCULOS MENTALES CON FRACCIONES PROBLEMAS

- 1) ¿Cuáles de las siguientes fracciones son mayores que un entero? Explicá cómo lo pensaste.

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{15}{12}, \frac{9}{12}, \frac{7}{11}, \frac{11}{4}$$

- 2) ¿Cuánto le falta a cada una de estas fracciones para llegar a 1?

$$\frac{1}{4} + \dots = 1$$

$$\frac{3}{7} + \dots = 1$$

$$\frac{2}{5} + \dots = 1$$

$$\frac{10}{11} + \dots = 1$$

$$\frac{15}{20} + \dots = 1$$

- 3) ¿Cuánto le falta a cada una de estas fracciones para llegar a 2?

$$\frac{3}{7} + \dots = 2$$

$$\frac{9}{5} + \dots = 2$$

$$\frac{11}{7} + \dots = 2$$

$$1 \frac{10}{25} + \dots = 2$$

- 4) Completá la tabla:

Fracción	Mitad
$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$	
$\frac{2}{8}$	
$\frac{3}{8}$	
	$\frac{3}{5}$
	$\frac{2}{6}$

- 5) Para discutir:

En relación con el ejercicio anterior, Nicolás opina que si $\frac{2}{6}$ es la mitad de una fracción, entonces la fracción es $\frac{4}{6}$. En cambio, Laura opina que es $\frac{2}{3}$. ¿Vos qué opinás? ¿Quién tiene razón?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4 Y 5

En ninguno de los casos se está pensando que los alumnos apelen a algoritmos tradicionales para resolver las situaciones antes mencionadas. La idea de cálculo mental no inhibe la posibilidad de realizar dibujos o cálculos como medio para resolver las situaciones.

Algunas posibles resoluciones de los chicos:

- Si se tiene $\frac{3}{7}$ y se quiere llegar a 2... A $\frac{3}{7}$ le faltan $\frac{4}{7}$ para llegar a 1, y todavía falta otro entero, entonces a $\frac{3}{7}$ le falta $1\frac{4}{7}$ para llegar a 2.
- 2 enteros es lo mismo que $\frac{14}{7}$ porque si se hace $\frac{7}{7}$ más $\frac{7}{7}$, como ya se tiene 3, faltan $\frac{11}{7}$ para llegar a 2.
- La mitad de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{8}$ porque se necesitan 2 veces $\frac{1}{8}$ para tener $\frac{1}{4}$.
- Para averiguar la mitad de $\frac{3}{8}$: si la mitad de $\frac{1}{8}$ es $\frac{1}{16}$, entonces la mitad de $\frac{3}{8} = \frac{3}{16}$.
- En el caso del último problema, podrían pensar que ambas respuestas son correctas ya que $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$, pero también con $\frac{2}{6}$ se tiene $\frac{1}{3}$, entonces $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Esta actividad brinda una posibilidad de establecer conclusiones descontextualizadas, así como de trabajar equivalencias a partir de las resoluciones:

$1\frac{4}{7} = \frac{11}{7}$ o también $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ porque ambas son el doble que $\frac{2}{6}$.

Se presenta entonces una buena oportunidad para ir completando los afiches de conclusiones que van poblando el aula.

Comparación de fracciones

Actividad 6

Con esta actividad se propone que los alumnos avancen en la adquisición de estrategias para comparar fracciones y seleccionen la estrategia de comparación más adecuada a las fracciones que quieren comparar.



COMPARACIÓN DE FRACCIONES

PROBLEMAS

- 1) Juanita comió $\frac{1}{3}$ de torta y Pedro $\frac{1}{2}$ de la misma torta. ¿Quién comió más?
- 2) El día lunes Gabriel pintó $\frac{2}{7}$ de una pared y el día martes pintó $\frac{2}{5}$. ¿Qué día pintó más?
- 3) Andrés corrió $\frac{5}{3}$ del camino y Guille corrió $\frac{3}{5}$ del mismo camino. ¿Quién corrió más?
- 4) Una valija pesa $\frac{7}{10}$ de kilogramo y un bolso pesa $\frac{3}{6}$ de kilogramo. ¿Cuál pesa más?
- 5) En una jarra hay $\frac{3}{10}$ litros de jugo y en otra $\frac{4}{5}$ litros. ¿En qué jarra hay más?
- 6) Mariana compró $1\frac{1}{2}$ metro de cinta. Laura compró $\frac{8}{6}$. ¿Quién compró más cinta?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4, 5 Y 6

Para abordar las primeras situaciones de equivalencia y de orden, los alumnos se basaron en la equivalencia o no de los repartos. Así, $\frac{3}{2}$ es equivalente a $\frac{6}{4}$ ya que ambas provienen de repartos equitativos de 6 chocolates entre 4 personas.

Se espera ahora que los alumnos pongan en marcha otras estrategias de argumentación explorando otras relaciones, lo cual requerirá de tiempo. Será importante que el docente propicie y someta a discusión cada uno de los argumentos que vayan surgiendo sin anticipar por el momento reglas generales de comparación.

Algunas posibles formas de pensar de los alumnos pueden ser:

- $\frac{1}{3}$ es más chico que $\frac{1}{2}$ porque se necesita 3 de esas partes para armar un entero; en cambio, con $\frac{1}{2}$ se necesitan sólo 2. Entonces las partes de $\frac{1}{3}$ tienen que ser más chicas.
- Como $\frac{1}{7}$ es más chico que $\frac{1}{5}$, porque necesito 7 partes en lugar de 5 para armar un entero, entonces, $\frac{2}{7}$ es menor que $\frac{2}{5}$.
- $\frac{5}{3}$ es mayor que $\frac{3}{5}$ porque la primera es mayor que el entero y la segunda no llega a un entero.
- $\frac{7}{10}$ de kg es más que $\frac{3}{6}$ de kg porque se "pasa" de medio kilo, mientras que $\frac{3}{6}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$ porque si para formar un entero se necesita $\frac{6}{6}$, $\frac{3}{6}$ es la mitad.
- $\frac{3}{5}$ es menor que $\frac{8}{10}$ porque $\frac{3}{5}$ es equivalente a $\frac{6}{10}$.

Al finalizar estos y otros problemas de comparación se puede proponer a los alumnos la confección de un afiche con instrucciones para comparar fracciones con afirmaciones del siguiente tipo, entre otras que surjan de la instancia grupal:

- Primero se puede comparar las fracciones con el entero.
- Si las 2 son menores que el entero, se puede ver si alguna es mayor que $\frac{1}{2}$ y la otra menor, o si alguna de las dos es equivalente a $\frac{1}{2}$.
- También se puede ver lo que le falta a cada una para llegar al entero.

También será un momento propicio para establecer relaciones generales que se aceptarán como válidas y no será necesario volver a justificar en cada situación. Por ejemplo: las fracciones con numerador mayor que el denominador siempre son mayores que 1, o todas las fracciones cuyo numerador es la mitad del denominador son equivalentes a $\frac{1}{2}$.

7 Actividad

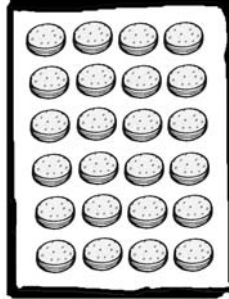
Fracción de una cantidad

Esta secuencia apunta a resolver situaciones donde las fracciones no hacen referencia a una parte de un objeto sino a una parte de una colección formada por más de un objeto.

Esto da lugar a que se pueda pensar el problema en función de dos unidades de medida: puede considerarse como unidad cada objeto de la colección o el total de objetos.



- 1) Una panadería recibe una bandeja con alfajorcitos de dulce de leche para vender. Si en este dibujo están representados $\frac{1}{3}$ de los alfajorcitos porque el resto ya se vendió:

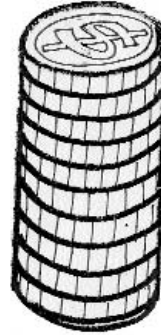


- a) ¿Cuántos alfajorcitos se vendieron?
b) ¿Cuántos alfajorcitos traía la bandeja?

- 2) Se sabe que $\frac{1}{4}$ de los globos son rojos. ¿Cuántos deben pintarse de ese color para que la afirmación sea correcta?



- 3) Este pilón de monedas es sólo $\frac{2}{3}$ de los ahorros de Martín. ¿Es posible saber cuántas monedas tiene ahorradas en total?



- 4) De todas las bolitas que Pablo tenía, perdió $\frac{1}{4}$. En la ilustración pueden verse las que le quedaron. Dibujá cómo era la colección completa de bolitas.



ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3 Y 4

Estos cuatro problemas presentan una característica particular que deberá tenerse en cuenta al proponérselos a los alumnos: las fracciones ya no hacen referencia a una parte de un objeto, sino a una parte de una colección compuesta por varios objetos. La dificultad radica en que es necesario hablar simultáneamente de dos unidades de medida: el total de la colección y un objeto de la colección. El pasaje de una unidad a otra es el "asunto" de estos problemas.

Este hecho puede provocar que resulte más difícil para los niños encontrar las respuestas que se solicitan, ya que en varias ocasiones posiblemente confundan la cantidad de partes con el valor de cada una de ellas.

Si los alumnos no pudieran avanzar en la resolución, el maestro podrá modificar provisoriamente los números de manera tal que pueda analizarse la situación con números más sencillos. Así, para el primer caso, en lugar de proponer que la cantidad de alfajores dibujada corresponda a $\frac{1}{3}$, puede plantear que corresponde a $\frac{1}{2}$, lo que simplifica considerablemente el problema.

Otro recurso al que se puede apelar es la definición de fracción que sirvió como punto de apoyo para resolver los ejercicios anteriores. Así, por ejemplo, si la cantidad de alfajores dibujada es $\frac{1}{3}$, entonces la bandeja entera debe tener 3 veces esa cantidad.

8
Actividad

Suma y resta de fracciones

En esta primera secuencia formal de operaciones con fracciones –hasta ahora se enfrentaron a diversas situaciones de suma; por ejemplo, al componer el kilo con paquetes de diferentes cantidades de café, o al tener que calcular cómo “llegar” a un número entero en las situaciones de cálculo mental– se espera que los alumnos desplieguen estrategias para sumar y restar diferentes fracciones apoyados en las relaciones de equivalencia ya conocidas. Será importante que el docente no introduzca algoritmos ni formalice conclusiones antes de que se discutan colectivamente las estrategias propuestas por los alumnos.

Se propone una primera aproximación a la suma y a la resta y, a través del trabajo, se espera que los alumnos tomen conciencia de que los conocimientos elaborados hasta el momento permiten producir los resultados que se buscan, aunque ellos no posean todavía una regla general para sumar o restar.



SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

PROBLEMAS

- 1) Me regalaron un chocolate dividido en 8 tabletas. El lunes comí $\frac{2}{8}$ y el martes $\frac{3}{8}$ más. ¿Cuánto chocolate comí en total? ¿Cuánto chocolate tengo aún?
- 2) Sandra corre cada día $\frac{2}{3}$ de hora. ¿Cuántas horas corre en la semana si los domingos descansa? ¿Llega a correr más de 3 horas por semana?
- 3) Compré $\frac{1}{2}$ kilo de galletitas. Si en mi alacena ya tenía $\frac{3}{4}$ kilos, ¿cuánto tengo ahora?
- 4) En una jarra se colocan $\frac{5}{8}$ litros de jugo para diluir y $1\frac{1}{2}$ litros de agua. ¿Cuántos litros hay ahora en la jarra?
- 5) Analía compró $\frac{1}{3}$ metro de cinta azul, $\frac{4}{6}$ metros de cinta roja y $\frac{3}{6}$ metros de cinta verde. ¿Cuánta cinta compró en total?
- 6) En un tarro hay $\frac{3}{5}$ kg de galletitas de agua y $\frac{4}{10}$ kg de galletitas dulces. ¿Cuál es el peso total de las galletitas?
- 7) Nico hizo una bandera de $\frac{13}{4}$ metros de largo, Martín hizo una bandera de $\frac{3}{2}$ metros. ¿Quién hizo la bandera más larga? ¿Cuánto más larga?
- 8) En un bidón hay capacidad para $4\frac{2}{3}$ litros de agua. Si en el bidón hay $\frac{9}{6}$ litros, ¿cuánta agua debo agregar para llenarlo?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Y 8

Como ya se dijo, se espera que los alumnos desplieguen estrategias de suma y resta de fracciones apoyados en las equivalencias conocidas. Por ejemplo, para sumar $\frac{5}{8}$ más $1\frac{1}{2}$ se puede descomponer el $\frac{5}{8}$ en $\frac{4}{8}$ más $\frac{1}{8}$, y pensar que $\frac{4}{8}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$, entonces sumarlo primero a $1\frac{1}{2}$. De esta forma la suma sería $2\frac{1}{8}$.

En el caso del problema 6 sería interesante ver que para sumar se puede pensar $\frac{3}{5}$ como $\frac{6}{10}$ y entonces la suma será equivalente a $\frac{10}{10}$ kg, o sea 1 kg, pero también se puede pensar $\frac{4}{10}$ como $\frac{2}{5}$ entonces la suma sería $\frac{5}{5}$, también equivalente a 1 kilogramo.

Una aclaración importante: como el docente habrá notado se proponen simultáneamente fracciones con igual y diferente denominador. Esto se basa en la intención de promover la producción de diferentes estrategias para las cuales los alumnos usarán algunas relaciones ya elaboradas y generarán otras nuevas. El camino:

"suma de fracciones
con igual denominador"



"suma de fracciones
con distinto denominador"

está pensado desde un enfoque según el cual los alumnos aplican los procedimientos convencionales que se enseñan. En esta propuesta se espera que construyan una posición más activa frente al conocimiento, atreviéndose a abordar problemas para los cuales todavía no se enseñaron las estrategias convencionales.

Números con coma. Equivalencias con dinero

Actividad 9

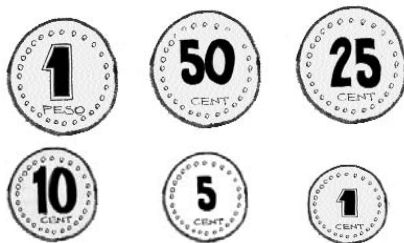
Con esta actividad proponemos iniciar el abordaje didáctico de los números con coma a partir de un contexto familiar como es el dinero. Para esto realizaremos actividades que requieran: reconstrucción de una cantidad de dinero usando monedas de determinada clase; escritura de expresiones que representen las equivalencias entre cantidades; inicio en el análisis de la información contenida en la notación decimal; resolución de situaciones de adición y sustracción que hagan referencia a precios expresados en pesos.



NÚMEROS CON COMA. EQUIVALENCIAS CON DINERO PROBLEMAS

1) Problemas con monedas.

a) Con monedas de los siguientes valores:



escribí tres maneras de pagar \$ 3,75. (Se pueden usar varias monedas del mismo valor.)

b) Anotá dos o tres maneras diferentes de formar: \$ 0,87 y \$ 2,08.

2) Más problemas con monedas.

a) Para resolver en parejas: si recibis un premio de 15 monedas de 10 centavos, 7 monedas de 25 centavos y 13 monedas de 50 centavos, ¿cuánto dinero recibiste?

b) Un chico recibió otro premio con las siguientes monedas: 12 de 10 centavos, 2 de 1 peso, 8 de 1 centavo y 3 de 25 centavos. Para saber cuánto había ganado, usó la calculadora y obtuvo el siguiente resultado: 4,03. Sabemos que el resultado es correcto. ¿Qué cálculos pudo haber hecho para obtener en el visor de la calculadora ese número? Anotá los cálculos y verificá con tu calculadora.

3) Si sólo tuvieras monedas de 10 centavos, ¿cuántas necesitarías para pagar justo estas cantidades?

- a) \$ 1
- b) \$ 0,80
- c) \$ 2,20
- d) \$ 12,50
- e) \$ 4,25
- f) \$ 4,03
- g) \$ 0,05

4) Otros cálculos con monedas y billetes.

a) Se quiere repartir \$ 1 entre 10 chicos, de manera que todos reciban la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

- ¿Y si se quisieran repartir \$ 2 entre 10 chicos?
- ¿Y si fuesen \$ 5 entre 10 chicos? ¿Y \$ 2,5?
- ¿Cuánto le tocaría a cada chico si fuesen \$ 0,80?
- ¿Y si fuesen \$ 0,10?

b) Con la calculadora.

- Si pago 10 centavos con una moneda de \$ 1, ¿cuánto me dan de vuelto? ¿Cómo escribirías en la calculadora una cuenta que te dé la respuesta?
- Tengo \$ 2 con 73 centavos y necesito llegar a \$ 3, ¿cuánto me falta? ¿Qué cuenta habría que hacer en la calculadora para saberlo? Anotá la cuenta y luego comprobá.
- ¿Cuánto es necesario agregar si tengo \$ 2 con 3 centavos y \$ 3? ¿Cómo sería la cuenta en la calculadora?

5) Con 3 monedas de \$ 0,50; 3 monedas de \$ 0,25 y 3 monedas de \$ 0,10, ¿se pueden pagar justo las siguientes cantidades? ¿Cómo? Anotá los cálculos posibles.

- \$ 1,80
- \$ 2,45
- \$ 1,05
- \$ 1,15
- \$ 2,60

¿Será posible hacerlo de diferentes maneras?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4 Y 5

Como puede observarse, se propone aquí iniciar un trabajo sobre los números con coma en el contexto del dinero. Se trata de una primera aproximación que busca tender puentes entre lo que los alumnos saben a partir de contextos más familiares y los contenidos que se busca transmitir. Más adelante, será necesario descontextualizar estas primeras relaciones relativas a los números decimales para avanzar en el análisis de las propiedades específicas de este conjunto numérico.

En el caso del problema 1 se pueden discutir en la puesta en común las distintas maneras de componer la cantidad pedida incluyendo los posibles errores. Podría suceder, por ejemplo, que para formar \$ 2,08 un alumno proponga 28 monedas de 10 centavos (confundiendo los 8 centavos con 80 centavos). Se recomienda que este y otros errores que puedan surgir sean sometidos a discusión grupal promoviendo no solamente tomar una postura (estoy o no de acuerdo) sino alentando también la explicitación de argumentos que la avalen.

Se enfatizarán aquellos procedimientos en los que se realizan transformaciones a partir de una solución ya propuesta, en particular las composiciones y descomposiciones de algunos números, de tal manera que no sea necesario volver a sumar todas las monedas. También es una oportunidad propicia para establecer

las primeras relaciones entre las fracciones y los números decimales a partir de las siguientes relaciones:

Para tener \$ 1 necesito 10 monedas de 10 centavos, entonces
 $10 \text{ centavos} = \frac{1}{10} \text{ de } \$ 1.$

Lo mismo con otras relaciones:

\$ 1 son 100 de 1 centavo, entonces $1 \text{ centavo} = \frac{1}{100} \text{ de } \$ 1.$

En el caso del problema 1 b), se podrá analizar el valor de la cifra 8 en el número 0,87 y en el 2,08. Se espera que los niños puedan reconocer que en el primer caso corresponde a 8 monedas de 10 centavos; y en el segundo, a 8 monedas de 1 centavo.

En el caso del problema 2 a), es probable que comiencen a surgir diferentes escrituras respecto de las cantidades indicadas. Algunas posibles resoluciones:

15 monedas de 10 centavos	150 centavos
7 monedas de 25 centavos	175 centavos
13 monedas de 50 centavos	650 centavos
	975 centavos

A partir del procedimiento anterior, $975 \text{ centavos} = \$ 9 \text{ y } 75 \text{ centavos}$, ya que 100 centavos es equivalente a \$ 1, entonces 900 es equivalente a \$ 9 y los 75 centavos restantes no llegan a formar otro peso.

	Pesos	Centavos
15 monedas de 10 centavos	1	50
7 monedas de 25 centavos	1	75
13 monedas de 50 centavos	6	50
	8	175
	9	75

El problema 4 (a partir del reparto de un peso entre 10 chicos) retoma la relación que ya pudo haberse establecido: $10 \text{ centavos} = \frac{1}{10} \text{ de peso } \text{ ó } \$ 0,10.$

$1 \text{ centavo} = \frac{1}{100} \text{ de peso } \text{ ó } \$ 0,01.$

Los ejemplos anteriores son en realidad una transcripción bastante formal de modos de pensar que tienen los chicos. Tal vez en una clase aparezcan más desordenados o no den cuenta tan claramente de lo que el alumno pensó para organizar las respuestas.

Poder plantear claramente los razonamientos de manera que otro pueda entenderlos y que quien los produjo pueda recuperarlos cuando lo necesite, es un trabajo en sí mismo que requiere un tiempo dentro de la planificación de las actividades.

G.C.B.A.

10 Recapitulación

Actividad

Se propone a continuación una serie de problemas y ejercicios que corresponden a todos los contenidos trabajados en *Páginas para el alumno*. Estos problemas y ejercicios pueden darse a modo de revisión o intercalarse dentro de las actividades.



RECAPITULACIÓN PROBLEMAS

- Laura quiere repartir 19 chocolates en partes iguales entre sus 3 amigos sin que sobre nada. ¿Cuánto chocolate recibe cada uno?
- Analia invitó a 7 personas a cenar a su casa. Averiguó que debe comprar $\frac{1}{2}$ litro de gaseosa por persona. ¿Cuánta gaseosa debe comprar en total?
- En un envase de jugo concentrado se indica que la preparación se realiza mezclando $\frac{1}{4}$ litro de concentrado con $\frac{3}{4}$ litros de agua. Se preparará jugo con 2 litros de concentrado. ¿Cuánto jugo se obtendrá en total? ¿Cuánto agua se usará en la preparación total?
- Para preparar una masa de ñoquis necesito 2 kg de harina. Si tengo en mi casa $1\frac{3}{4}$ kg, ¿cuánta harina me falta?
- Con una jarra de 4 litros de jugo que está llena, ¿cuántos vasos de $\frac{1}{8}$ litro puedo llenar?
- Una panadería preparó 8 kg de masas secas. Desea empaquetarlas en bandejas de $\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuántas bandejas completas puede armar? ¿Le sobran masas?
- La maestra de 4° grado pidió a los chicos que representaran con un dibujo la fracción $\frac{6}{2}$. Estos son los dibujos que hicieron algunos chicos. ¿Cuáles son correctos? Si en algún caso está representada otra fracción, escribí de cuál se trata.

MARÍA



DAMIÁN



VALENTINA



PAULA



8) Esta es la sogá de Ana:

(10 cm)

Esta es la sogá de Estela:



(4 cm)

Ana dice que su sogá equivale a 2 veces y media la sogá de Estela. Estela dice, sin embargo, que su sogá es $\frac{4}{10}$ la sogá de Ana. ¿Quién está en lo cierto?

- 9) Matías pegó la mitad de sus figuritas en el álbum. Si tiene 45 figuritas en un álbum, ¿cuántas tiene en total?
- 10) En un comercio vendieron $\frac{1}{3}$ de las remeras que tenían. Si en el comercio aún quedan 60 remeras por vender, ¿cuántas remeras tenían y cuántas vendieron?

11) ¿Cómo pagar estos precios con monedas de 50 centavos?

\$ 1

\$ 2

\$ 5

\$ 3,50

- ¿Y con monedas de 25 centavos?
- ¿Y de 10 centavos?
- ¿Y de 1 centavo?

12) Una señora cambia un billete de \$ 2 por monedas de 25 centavos para hablar por teléfono. ¿Cuántas monedas le dan?

13) Un chico cambia \$5 por monedas para poder viajar en colectivo. Anotá diferentes maneras en las que pueden dárselas.

Las publicaciones *Matemática. Fracciones y números decimales. 4º grado. Páginas para el alumno*
y *Apuntes para la enseñanza* han sido elaboradas por

el Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Las opiniones de directivos, maestros, padres y alumnos son muy importantes
para mejorar la calidad de estos materiales. Sus comentarios pueden ser enviados a

G.C.B.A. Ministerio de Educación

Paseo Colón 255. 9º piso.

CPAc1063aco. Buenos Aires

Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

PLAN PLURIANUAL



PARA EL MEJORAMIENTO
DE LA ENSEÑANZA

PLAN PLURIANUAL



PARA EL MEJORAMIENTO
DE LA ENSEÑANZA