

## MATEMÁTICA

Orientaciones para la  
planificación de la enseñanza

## MATEMÁTICA

Orientaciones para la  
planificación de la enseñanza

Matemática. Orientaciones para la planificación de la enseñanza /coordinado por Alejandra Amantea. -

1a ed. - Buenos Aires : Ministerio de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2009.

56 p. ; 30x21 cm. - (Aportes para el desarrollo curricular)

ISBN 978-987-549-408-4

1. Material Auxiliar para la Enseñanza. I. Amantea, Alejandra, coord.  
CDD 371.33

ISBN 978-987-549-408-4

© Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires  
Ministerio de Educación  
Dirección General de Planeamiento Educativo  
Dirección de Currícula y Enseñanza, 2009  
Esmeralda 55, 8° piso  
C1035ABA - Buenos Aires  
Teléfono/Fax: 4343-4412  
Correo electrónico: [dircur@buenosaires.edu.ar](mailto:dircur@buenosaires.edu.ar)

Hecho el depósito que marca la ley 11.723.

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en este documento, hasta 1.000 palabras, según ley 11.723, art. 10°, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si este excediera la extensión mencionada, deberá solicitarse autorización a la Dirección de Currícula y Enseñanza.

**Distribución gratuita. Prohibida su venta.**



# Buenos Aires

Gobierno de la Ciudad

- **Jefe de Gobierno**  
Mauricio Macri
- **Ministro de Educación**  
Mariano Narodowski
- **Subsecretaria de Inclusión Escolar y Coordinación Pedagógica**  
Ana María Ravaglia
- **Directora General de Educación de Gestión Estatal**  
María Leticia Piacenza
- **Director de Educación Media**  
José Azerrat
- **Director de Educación Técnica**  
Carlos Capasso
- **Directora de Educación Artística**  
Mónica Casini
- **Directora de Formación Docente**  
Graciela Leclercq
- **Director General de Educación de Gestión Privada**  
Enrique Palmeyro
- **Directora General de Planeamiento Educativo**  
Laura Manolakis
- **Directora de Currícula y Enseñanza**  
Graciela Cappelletti
- **Directora de Evaluación Educativa**  
Tamara Vinacur

**Ministerio de Educación**

## **Aportes para el desarrollo curricular**

### **MATEMÁTICA**

Orientaciones para la planificación de la enseñanza

### **DIRECCIÓN DE CURRÍCULA Y ENSEÑANZA**

Graciela Cappelletti

### **ELABORACIÓN DEL MATERIAL**

#### **Equipo de generalistas**

Alejandra Amantea

Celina Armendáriz

Cecilia Bernardi

Bettina Bregman

Marina Elberger

Francisca Fischbach

Isabel Malamud

Verónica Goldszmidt

#### **Especialistas del área**

Gema Fioriti

Horacio Itzcovich

Daniel Feldman fue responsable del diseño original del proyecto de definición de contenidos, coordinó las primeras etapas de implementación y asesoró su desarrollo.

La Dirección de Currícula y Enseñanza agradece, por sus aportes para el desarrollo de este material:

- a los docentes de las escuelas secundarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, que participaron en las diversas instancias de consulta.
- a los docentes que se desempeñan en los Institutos de Formación Docente y a los capacitadores del CePA.
- a los especialistas de referencia en los distintos campos disciplinares: Silvia Echegaray, Cecilia Parra, Patricia Sadovsky, Irma Elena Saiz, Carmen Sessa.

## **Edición a cargo de la Dirección de Currícula y Enseñanza**

**Coordinación editorial:** Paula Galdeano

**Edición:** Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Virginia Piera y Sebastián Vargas

**Coordinación de arte:** Alejandra Mosconi

**Diseño gráfico:** Patricia Leguizamón y Patricia Peralta

**Apoyo administrativo:** Andrea Loffi, Olga Loste, Jorge Louit y Miguel Ángel Ruiz

# Presentación

La serie *Aportes para el desarrollo curricular* pone a disposición de los equipos directivos y docentes de las escuelas secundarias un conjunto de documentos destinados a contribuir en la tarea de planificación de la enseñanza.

La elaboración de estas “Orientaciones para la planificación de la enseñanza” fue un proceso que se llevó a cabo entre noviembre de 2005 y 2009. Participaron supervisores, profesores de Nivel Medio, especialistas de las distintas disciplinas y en sus didácticas, profesores de los Institutos de Formación Docente y equipos de capacitación del CePA.

Este material ha sido elaborado atendiendo a la formulación de los contenidos de las asignaturas para la formación general de la educación secundaria. Avanza en la organización y especificación de los contenidos, e incluye orientaciones destinadas a esclarecer el alcance y facilitar su tratamiento en el aula. Por tratarse de trayectos completos que recuperan el recorrido de la materia en los distintos años, puede ser utilizado como marco de referencia, tanto en relación con la organización y secuencia de los contenidos de cada asignatura, como para el establecimiento de relaciones entre asignaturas pertenecientes a la misma o a diversas áreas.

De esta manera, este documento admite diversos usos vinculados con las tareas de programación. Por un lado, puede ser aprovechado por el docente en su trabajo de elaboración de programas y preparación de clases. Por otro lado, sirve como marco orientador para las instancias colectivas de planificación, como el trabajo en áreas de materias afines.

Los desarrollos presentados deben interpretarse como propuestas abiertas que admiten relecturas y revisiones múltiples. Es su propósito central que colaboren con cada docente a la hora de tomar decisiones concretas en la práctica cotidiana.



# Índice

<b>Introducción</b> .....	9
<b>Presentación de la asignatura</b> .....	11
Propósitos generales .....	16
<b>Primer año</b> .....	17
Presentación .....	17
Contenidos.....	18
Objetivos .....	25
<b>Segundo año</b> .....	27
Presentación .....	27
Contenidos.....	28
Objetivos .....	33
<b>Tercer año</b> .....	35
Presentación .....	35
Contenidos.....	36
Objetivos .....	42
<b>Cuarto año</b> .....	43
Presentación .....	43
Contenidos.....	44
Objetivos .....	47
<b>Quinto año</b> .....	49
Presentación .....	49
Contenidos.....	50
Objetivos .....	53





# Introducción

Este documento presenta sugerencias y orientaciones para la enseñanza de Matemática, asignatura que integra la formación general de los planes de estudio de las modalidades Bachillerato y Comercial en las escuelas secundarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Este material está compuesto por:

- La **presentación general de la asignatura**. Expresa el sentido formativo de la materia en la escuela secundaria y la estructura de los contenidos. Presenta el recorrido de la asignatura para los diferentes años, ofreciendo una visión general que da cuenta de los principales conocimientos, problemas y capacidades por desarrollar en cada curso, y su articulación. Asimismo, explica la lógica que organiza la estructura de los contenidos planteados, según la asignatura. Por ejemplo, la estructura propuesta puede vincularse con la cronología, la historia de las ideas, los grandes problemas del área, el dominio de ciertas habilidades, etcétera. Se incluyen, también, algunas cuestiones generales vinculadas con la intervención docente para el desarrollo de la propuesta, el manejo de los recursos y/o el tratamiento de los contenidos.
- Los **propósitos generales**. Expresan las intenciones educativas desde la perspectiva de los responsables de la enseñanza, que la escuela asume el compromiso de intentar garantizar.
- La **presentación de la asignatura en cada año**. Circunscribe el propósito del trayecto planteado en el año correspondiente. Refleja la ampliación y/o profundización de los contenidos en cada año, promueve una visión de conjunto expresando aquellas temáticas que serán retomadas o abordadas en ese año y el alcance esperado.
- Los **contenidos**. Designan aquellos aspectos que serán objeto de enseñanza, tales como informaciones, conceptos, principios, estrategias, habilidades, procedimientos, valores y destrezas propios de cada campo de conocimiento, que se abordarán durante cada curso. Se ha optado por una presentación en una tabla de dos columnas: en la primera columna se presenta una especificación de los contenidos formulados en el documento: *Contenidos para el Nivel Medio. Matemática*, y en la segunda se incluyen comentarios destinados a circunscribir su alcance, orientar, enmarcar la propuesta y sugerir relaciones entre los contenidos. La primera columna admite una lectura independiente y brinda la información necesaria para planificar la enseñanza. La segunda columna permite ampliar, ajustar, enfatizar enfoques, sugerir vías de acceso, y promover relaciones entre diversos contenidos.
- Los **objetivos**. Describen los resultados de aprendizaje previstos para cada año de cada asignatura. Intencionalmente se han ubicado a continuación del desarrollo de los contenidos, considerando su posible utilización en la evaluación de los aprendizajes.



## Presentación de la asignatura

La enseñanza de la matemática en la escuela secundaria enfrenta el desafío de presentar una serie de transformaciones esenciales con relación a los conocimientos matemáticos de los alumnos. Los estudiantes deberán resolver nuevos problemas, y para ello se verán confrontados a la elaboración de nuevas estrategias, a la producción e interpretación de nuevas formas de representación y a la construcción de nuevas maneras de validar.

La idea de transformación del conocimiento es central para comprender la particularidad de este ciclo de la escolaridad en relación con muchos de los conceptos que los alumnos venían trabajando en la escuela primaria. Los mismos conceptos serán trabajados a través de prácticas esencialmente diferentes de las planteadas en el Nivel Primario. Ello plantea un juego delicado de rupturas y articulaciones: los estudiantes deberán renunciar a muchas de las elaboraciones realizadas durante sus años previos de escolaridad, al tiempo que deberán apoyarse en sus prácticas anteriores para producir las modificaciones que los nuevos desafíos les demandarán.

Se trata de una ruptura inevitable, cualquiera sea la propuesta didáctica en la que los estudiantes estén inmersos. En la presente propuesta se aportan elementos para comprender la dimensión de los cambios que los alumnos deberán enfrentar a propósito del pasaje de la aritmética al álgebra y de la entrada en el razonamiento deductivo como forma de validación.

Una idea central, que será consolidada y enriquecida en la escuela secundaria, es que un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en *construir un modelo matemático* de la realidad (matemática o extra matemática) que se quiere estudiar y trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. Se trata de una idea general acerca de la disciplina, que se irá fortaleciendo a través del trabajo en toda la escuela secundaria con los alumnos; pero resulta fundamental otorgarle un lugar privilegiado a la hora de pensar la enseñanza de cada uno de los conceptos que se van a comunicar desde el inicio. La actividad de modelización matemática supone la toma de múltiples decisiones para enfrentar el problema que se está resolviendo: cuáles son las relaciones relevantes sobre las que se va a operar, cuáles son los símbolos que se van a utilizar para representarlas, cuáles son los elementos en los que apoyarse para aceptar la razonabilidad del modelo que se está usando, cuáles son las propiedades que justifican las operaciones que se realicen, cómo reinterpretar los resultados de esas operaciones en el problema. En el trabajo de modelización puede ocurrir que los alumnos tengan que usar aquello que ya conocen, pero también puede suceder que deban producir nuevas herramientas. En este último caso –aunque se trate de conceptos ya producidos en el ámbito de la matemática–, el alumno estará inventando, creando y aprendiendo.

Otra de las transformaciones esenciales en este nivel de la escolaridad es el tratamiento de lo general, así como la comprensión de qué es un proceso de generalización. Esta perspectiva supone un juego entre lo particular y lo general que no puede reducirse a hacer surgir, casi mágicamente, lo general a partir de muchos ejemplos particulares.

Las propiedades de los números, las figuras o los cuerpos, no “residen” en estos objetos, a la espera de ser “descubiertas” por los niños; son el producto de una construcción intelectual, y los alumnos deben tener la oportunidad de enfrentar los problemas que hagan observables esas propiedades como producto de su propia acción intelectual.

Es en este sentido que los ejemplos cobran valor cuando están insertos en el marco de cierta problematización. La función que cumple el ejemplo en la producción de una ley general depende entonces de la actividad realizada alrededor del mismo. El resultado puede ser que el ejemplo juegue un papel importante en el análisis de la validez de una propiedad o, por el contrario, que el alumno no llegue a establecer ninguna regularidad a partir de los ejemplos, es decir, que el ejemplo no llegue a funcionar como ejemplo de algo concreto.

Durante la escuela secundaria, los alumnos profundizarán sus conocimientos sobre los distintos conjuntos numéricos. La selección de actividades se orienta por el principio de plantear aquello que retiene algún aspecto del significado del concepto que se está trabajando. En este sentido, se recurrirá al uso de calculadoras únicamente para aquellos mecanismos que solo suponen la puesta en juego de algoritmos cuya fundamentación no es accesible para los alumnos. La complejidad de la sociedad actual ha tornado caduco el uso estrictamente práctico de la calculadora desvinculado de su conceptualización.

El trabajo sobre cálculo mental, estimación y producción de estrategias particulares es elegido como un medio para hacer que los alumnos pongan en funcionamiento las propiedades de las operaciones y produzcan argumentos que validen sus producciones. El trabajo sobre los conjuntos numéricos contempla la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que componen cada una de las operaciones. Parte de este trabajo está imbricado con el trabajo algebraico, en la medida en que se espera que los alumnos lleguen a concebir las herramientas algebraicas como instrumentos que contribuyen a la producción de conocimientos sobre los números.

El pasaje de la aritmética al álgebra, la aceptación de la deducción como modo de validación y la interacción entre distintos modos de representación son tres aspectos esenciales del trabajo matemático que caracterizan la escuela secundaria, y que exigen la puesta en juego de una propuesta de enseñanza que identifique claramente las condiciones didácticas que harán posible la evolución de las concepciones de los alumnos.

Trabajar en álgebra elemental desde la perspectiva que se plantea en este enfoque supone mucho más que la manipulación de los símbolos. El álgebra puede pensarse como un tipo de práctica, como una manera de abordar, como una forma de pensar; en suma, como una cierta racionalidad, diferente de la racionalidad aritmética.

En esta propuesta se identifican distintas funciones del álgebra y se propone una enseñanza que apunte a ponerlas en juego: el álgebra como instrumento para conocer propiedades sobre los números, para resolver problemas extramatemáticos en los que hay que reconocer una o más condiciones sobre una o más variables, para modelizar procesos a través de funciones y para representar relaciones geométricas. Para que estos funcionamientos puedan ser puestos en juego, será necesario que los alumnos dispongan de una cierta destreza, que se irá adquiriendo a medida que estos diferentes usos se vayan

aprendiendo. Una opción fundamental de este diseño es no separar los aspectos más algorítmicos del funcionamiento algebraico de aquellos que ponen en funcionamiento las herramientas algebraicas como instrumentos de modelización intra o extra matemática. Pensamos que esta opción ofrece a los alumnos mayores posibilidades de controlar los resultados de su producción.

La transición aritmética-álgebra contempla un juego dialéctico entre lo numérico y lo algebraico en el que esto último aparece como una herramienta para conocer más sobre lo numérico, al tiempo que lo numérico se constituye en punto de apoyo para controlar las transformaciones algebraicas. Este juego exige un aprendizaje transversal que se irá adquiriendo a través de un largo proceso. Se trata de un aprendizaje que no es enseñable en una clase, ni a través de una enunciación del docente. Al transformar una expresión algebraica en otra equivalente, se pueden leer en ella nuevas relaciones que no eran visibles antes de la transformación. En este sentido decíamos antes que el álgebra es una práctica, un modo de abordar.

El desarrollo del razonamiento deductivo es uno de los objetivos del nivel. Este razonamiento se irá desplegando al trabajar con los diferentes contenidos. Se sostiene el criterio de encontrar situaciones en las que los alumnos se vean en la necesidad de producir argumentos deductivos, apoyándose en los conocimientos que ya poseen. Será necesario proponer problemas que evidencien algunas reglas: varios ejemplos no son suficientes para probar la validez de una propiedad, un contraejemplo sirve para descartar la validez de una propiedad. El contraejemplo, a la vez, ofrece la posibilidad de analizar si la propiedad que se está discutiendo es válida en algún dominio, contribuyendo así a enriquecer su sentido: más interesante que decir que una propiedad no es verdadera es analizar bajo qué condiciones es válida.

Los progresos en la producción de argumentos deductivos se instalan en las interacciones entre los alumnos y con el docente. En la medida en que demostrar para convencer a otros supone un medio para alentar a los alumnos a la producción de pruebas, se buscarán condiciones que hagan propicio el debate en la clase acerca de la validez de diferentes proposiciones vinculadas a distintas áreas del conocimiento matemático. Este medio didáctico se orienta a que finalmente los alumnos deberán comprender que la demostración es la forma de validar en matemática y de “estar seguro”.

Las complejas relaciones entre las figuras y los cuerpos geométricos y el espacio que nos rodea, así como las relaciones entre los dibujos y las figuras en tanto objetos teóricos, serán estudiadas a través de las situaciones que se propongan. En el bloque de Geometría intentaremos identificar situaciones, de manera que den lugar a que los saberes geométricos aparezcan como instrumentos necesarios en la resolución de problemas, que no puedan ser resueltos desde la percepción o la medición.

Este enfoque que se propone supone para los alumnos elaboraciones a lo largo de todo el nivel. Muchas problemáticas serán abordadas desde el inicio del ciclo, pero solo serán consideradas objeto de promoción al finalizar el mismo. Consideramos que esta es una manera de respetar más los tiempos de aprendizaje que, como sabemos, no coinciden necesariamente con los tiempos de enseñanza.

En el enfoque planteado se sostiene que los conocimientos en los que se apoya la construcción de un concepto forman parte del sentido de ese concepto. ¿Qué sucede cuando en una aula se detecta que los puntos de apoyo previstos no han sido elaborados por todos los alumnos? Corresponde a la escuela responsabilizarse de esta cuestión propiciando una enseñanza que tenga en cuenta que la diversidad es parte de la realidad de las aulas. De esta manera, la escuela estará en mejores condiciones de revertir la imposibilidad que experimentan muchos alumnos frente a esta disciplina.

La asignatura Matemática se organiza, a lo largo de los cinco años en cuatro bloques: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.

En el bloque **Números y álgebra** se pretende que los alumnos profundicen sus conocimientos sobre los distintos conjuntos numéricos. En este bloque se priorizarán el trabajo sobre el cálculo mental, la estimación, la producción de estrategias particulares de cálculo y el uso de la calculadora como medios de hacer que los alumnos pongan en funcionamiento las propiedades de las operaciones y produzcan argumentos que validen sus producciones.

El trabajo sobre los conjuntos numéricos también contemplará la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que componen cada una de las operaciones. Parte de este trabajo estará imbricado con el trabajo algebraico, en la medida en que se espera que los alumnos lleguen a concebir las herramientas algebraicas como instrumentos que contribuyen a la producción de conocimientos sobre los números.

Las temáticas centrales de estas propuestas se piensan con un tratamiento que privilegie el pasaje de la aritmética al álgebra, y la aceptación de la deducción como modo de validación. Este trabajo busca que los alumnos recorran el camino que les permita abordar el tratamiento de lo general, aspecto que caracteriza a las propiedades de las operaciones.

Una opción fundamental de esta propuesta es que los aspectos más algorítmicos del funcionamiento algebraico se aborden junto al funcionamiento de las herramientas algebraicas como instrumentos de modelización intra o extra matemática. Por ende, no se propone trabajar sobre cálculos combinados, fuera de aquellas situaciones que requieran pensar en la organización de un cálculo, así como tampoco se empieza el trabajo algebraico con las ecuaciones (estas serán tratadas en el momento de estudiar las funciones).

En el bloque **Funciones y álgebra** se propone una aproximación al estudio de funciones a partir de los gráficos, como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego, en lugar de un tratamiento conjuntista. La resolución de problemas vinculados a procesos a partir de las representaciones gráficas, precederá cualquier definición formal del concepto de función.

Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana, y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto.



El inicio del trabajo con ecuaciones e inecuaciones se plantea a partir del trabajo con las funciones. Más precisamente, como condiciones sobre una o más funciones. Pero sería aprisionar el trabajo sobre ecuaciones pretender que todo se conciba de esa manera. Por eso, si bien la entrada a las ecuaciones se realiza por medio de las funciones, luego se deberán tratar problemas que se resuelvan a través de ecuaciones y en los que el contexto funcional no esté tan en primer plano. Este tipo de trabajo se plantea para todas las funciones que se aborden en los tres niveles.

El bloque **Geometría y medida** tiene como objetivo prioritario la producción, por parte de los alumnos, de argumentaciones deductivas. Es decir, se pretende que la profundización del estudio de las figuras y de los cuerpos se desarrolle a través de actividades que impliquen la puesta en funcionamiento de propiedades, ya sea como medio para anticipar y establecer la necesidad de ciertos resultados, como también para la elaboración de nuevas propiedades, relaciones y conceptos. De esta manera, los objetos con los que se trabaja han sido seleccionados en función de favorecer la entrada de los alumnos en este tipo de trabajo.

La presentación de los contenidos en el bloque **Estadística y probabilidades** intenta transmitir la idea de que el abordaje de la estadística involucra conceptos y modos de trabajo propios, que no son exactamente iguales a los de otros ejes de trabajo matemático: no es determinista, interviene el azar, la inferencia estadística es una forma de razonar. Se espera que los alumnos puedan reconocer la importancia del tratamiento de la información y reconozcan algunas de las características que presentan las representaciones mediante las cuales se organiza y presenta dicha información.

La enseñanza de la estadística es un espacio privilegiado para el uso de programas de informática. El trabajo con probabilidades pone el centro en actividades que lleven a distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son, y utilizar los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad, para luego avanzar sobre el concepto de probabilidad y las ventajas de poder asignarle una medida.

Algunos de los contenidos que forman parte de la Matemática Financiera se propone abordarlos a la luz del trabajo funcional tal como se detalla en los comentarios de las grillas de contenidos. Cada institución podrá agregar aquellos que considere pertinentes y que preserven el espíritu del trabajo que se propicia.

Por otra parte los contenidos vinculados con el Análisis Matemático no se han incluido en estas propuestas, pues se considera que el trabajo con el cálculo corresponde a los estudios universitarios. No obstante algunas ideas como la noción de límite, la idea de recta tangente a una curva... se incluyen en el trabajo con las funciones, como parte de la formación matemática general. Aquellos colegios que tengan orientaciones como la Física-Matemática podrán profundizar en estos aspectos.

Finalmente, no se espera que los bloques de contenidos sean abordados necesariamente en el orden presentado. Es posible plantear distintos recorridos. Por ejemplo: iniciar el trabajo con el bloque de números naturales, continuar con geometría, retornar a los números, pasar por funciones u otros caminos posibles.



## Propósitos generales

A través de la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria, se procurará:

- Ofrecer a los alumnos las experiencias que promuevan la comprensión y la modelización como un aspecto fundamental de la actividad matemática, y permitan conceptualizar las características inherentes al proceso de modelizar.
- Proponer situaciones que admitan diferentes formas de representación, favoreciendo que los alumnos puedan usar unas como medio de producción y de control del trabajo sobre otras.
- Ayudar a los alumnos a distinguir las continuidades y rupturas que supone el pasaje de prácticas aritméticas a prácticas algebraicas. Reconocer los límites de los conocimientos aritméticos para abordar ciertos problemas, pudiendo recurrir a ellos como punto de apoyo.
- Proponer situaciones de enseñanza que permitan tratar con lo general, brindando la oportunidad de explorar relaciones; conjeturar acerca de la validez o no de propiedades; producir pruebas a partir de los conocimientos que se posean y determinar el dominio de validez de las mismas.
- Promover el uso de prácticas de argumentación basadas en el conocimiento matemático, acercándose a la demostración deductiva.

# Primer año

## Presentación

El trabajo con los números naturales involucra contar la cantidad de elementos de una colección con distinta complejidad, y producir la fórmula para contar la iteración número  $n$  de un proceso que responde a una cierta regularidad.

Se propone un estudio sistemático de los números enteros, que comprende el orden y las operaciones. Resolver cálculos combinados es un medio para estudiar la jerarquización de las operaciones y algunas propiedades; para este trabajo, el uso de la calculadora puede ser una herramienta eficaz.

El trabajo con números racionales positivos retoma los conocimientos de la escuela primaria e incorpora el estudio de la potenciación y radicación en  $\mathbb{Q}$ . Se busca que los alumnos consoliden el sentido de “lo numérico”, que se caracteriza por la capacidad de estimar resultados, de anticipar las operaciones para resolver un problema, de inventar estrategias alternativas para realizar cálculos y la de comprender por qué los desarrollos decimales son finitos o periódicos. Todo esto, con el uso de la calculadora como herramienta. Se analizará la ecuación  $x^2 = a$ , para discutir la existencia de una solución.

Se plantea una primera aproximación a las funciones a través del análisis de gráficos. Los alumnos deberán aprender a interpretar información y obtener datos de los gráficos. Se plantea la presentación de funciones, a través de fórmulas, para anticipar la información que provee un gráfico.

Para el abordaje de las funciones lineales, se parte de situaciones contextualizadas para los fenómenos en términos de variación uniforme. La proporcionalidad directa se analiza como caso particular de los procesos lineales. El estudio de ecuaciones lineales con una variable se aborda en el contexto de la búsqueda de preimágenes de funciones lineales.

Se propone una profundización del estudio de las figuras a través de actividades que pongan en funcionamiento propiedades, como medio para anticipar y establecer ciertos resultados y la elaboración de nuevas propiedades, relaciones y conceptos. Los criterios de congruencia de triángulos se instalan a través de un trabajo con construcciones, y estos criterios sirven de apoyo para deducir nuevas propiedades. El objetivo no es el desarrollo de destrezas para el dibujo, sino fundamentalmente planificar una cierta construcción de la que se pueda afirmar, anticipadamente, que va a cumplir con las condiciones pedidas, apoyándose en propiedades geométricas. Para hacer énfasis en el desarrollo del razonamiento se puede pedir, para alguna de las construcciones, un *algoritmo escrito* de lo que hay que hacer y una justificación de por qué ese procedimiento va a servir, en vez del dibujo del objeto.

Se comienza el estudio de la estadística, en primer año, con la lectura e interpretación de gráficos estadísticos, teniendo en cuenta que son objetos que están en la cultura de los alumnos.

## Contenidos

NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Números naturales	
Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Fórmulas en <math>\mathbb{N}</math>: producción de fórmulas que permitan calcular el paso <math>n</math> de un proceso que cumple una cierta regularidad.</b>	<i>Se trata de dar sentido al álgebra presentándola como herramienta para tratar problemas de conteo, usar la letra como variable, trabajar la validación de fórmulas y la equivalencia de distintas expresiones y promover discusiones apoyados en las propiedades de las operaciones.</i>
<b>Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas.</b>	<i>Numerosas situaciones admiten representaciones o escrituras matemáticas, por medio de expresiones algebraicas que no son únicas.</i>
<b>Validación a través de las propiedades de las operaciones aritméticas: uso de propiedad distributiva y de factor común.</b>	<i>Se podrán estudiar algunas técnicas necesarias para el trabajo algebraico, como:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- utilización de paréntesis para indicar prioridad de operaciones con expresiones algebraicas;</li> <li>- suma de expresiones algebraicas sencillas, como <math>3x + 5x</math>;</li> <li>- multiplicación de expresiones algebraicas sencillas por naturales;</li> <li>- la propiedad distributiva en expresiones del tipo <math>4(n-1) = 4n - 4</math>;</li> <li>- sacar factor común como inversa de la propiedad distributiva.</li> </ul>

Unidad 2: Números enteros	
Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Números enteros a partir de la resta de números naturales.</b>	<i>Los diferentes contextos se conciben como punto de apoyo para otorgar una primera significación a algunas de las operaciones en el conjunto de números enteros.</i> <i>Los contextos de dentro de la matemática son una herramienta para trabajar a nivel más formal. Por ejemplo, la conservación de la propiedad distributiva se propone como punto de apoyo para la introducción de la regla de los signos.</i>
<b>Representación de números enteros en la recta numérica. Orden.</b>	<i>El trabajo de la relación de orden en <math>\mathbb{Z}</math> incluye la comparación con lo que sucede en <math>\mathbb{N}</math>: algunas propiedades se mantienen y otras se pierden. Por ejemplo, en el conjunto de los números naturales, los alumnos saben que un número <math>a</math> es mayor que otro número <math>b</math> si <math>a</math> se encuentra a la derecha de <math>b</math> y también si está más alejado del 0 que <math>b</math>.</i>
<b>Adición y sustracción de números enteros. Multiplicación de números enteros. La recta numérica como contexto para estudiar las relaciones entre adición, multiplicación y orden. Determinación del dominio de validez de relaciones de orden</b>	<i>Para estudiar las relaciones entre orden y operaciones se propone utilizar la recta: si <math>a &lt; b</math> estudiar la ubicación en la recta de <math>a + c</math> y <math>b + c</math> y de <math>a \cdot c</math> y <math>b \cdot c</math> para valores positivos y negativos de <math>c</math>. A medida que se va trabajando con los números enteros y sus operaciones, interesa abordar de manera simultánea el trabajo algebraico ya iniciado en el campo de los números naturales.</i>  <i>Con respecto a los cálculos combinados, interesa centrar la atención en la jerarquización de las operaciones y el uso del</i>

<p>usando las propiedades de las operaciones e interpretando expresiones algebraicas.</p> <p>Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.</p>	<p>paréntesis para resolver diferentes problemáticas (expresar un enunciado mediante un único cálculo, introducir un cálculo en una calculadora que no separe en términos, etcétera). No se trata de resolver ejercicios de “suprimir paréntesis”.</p>
---	--

Unidad 3: Números racionales positivos	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Diferentes sentidos de las fracciones: medida y proporción.</p>	<p>Se propone enfrentar a los alumnos con problemas donde se deba determinar medidas que resulten ser números fraccionarios. Es decir, poner en evidencia la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder medir.</p> <p>Es esperable que los alumnos trabajen con respuestas exactas con números racionales y respuestas aproximadas con expresiones decimales. Será parte del trabajo poner en evidencia las diferencias entre racionales y decimales.</p> <p>En relación con la proporcionalidad, se propone que los alumnos se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de una sustancia, semejanza, velocidad, etcétera) que permitan entender las fracciones como razón entre dos números, y en los que las fracciones puedan funcionar como constante de proporcionalidad. Es decir, como un “operador” que transforma una cantidad de una magnitud en su correspondiente de otra magnitud, mediante la multiplicación.</p> <p>Tanto en situaciones de medición como de proporcionalidad, la comparación entre dos razones favorece la elaboración de criterios de contrastación de números racionales, apoyados en el contexto de cada problema.</p> <p>Se propone también la escritura de algunas fórmulas que representen relaciones de proporcionalidad, así como relaciones entre medidas, de manera tal de avanzar en el trabajo algebraico iniciado con números naturales y los enteros.</p>
<p>La recta numérica como contexto del sentido de la medida. Segmentos commensurables.</p>	<p>Algunas de estas situaciones requerirán la producción “artesanal” de recursos para la multiplicación o división de una fracción por un número natural u otra fracción, o dar sentido a procedimientos que los alumnos ya conocen.</p>
<p>El orden en <math>\mathbb{Q}</math>.</p>	<p>Algunos aspectos del trabajo en torno al orden en <math>\mathbb{Q}</math> se trataron al considerar las fracciones. Este trabajo podrá profundizarse buscando diferentes recursos, cada vez más económicos, que permitan comparar fracciones, entre ellos, la búsqueda de fracciones equivalentes. El recurso de la recta numérica es un soporte válido a la hora de avanzar en las técnicas de comparación. Se propone que la búsqueda de fracciones entre dos fracciones dadas inicie el recorrido hacia la idea de densidad, que será tratada con mayor profundidad en 2° año.</p>

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Relación entre escritura fraccionaria y escritura decimal.</b>	<i>Se espera que los alumnos puedan revisar la estructura de la notación decimal para los racionales, identificando las relaciones de valor entre las diferentes posiciones (10 centésimos equivalen a 1 décimo, 10 milésimos a un centésimo, etcétera). Se busca también que, a partir del análisis de la escritura decimal, los alumnos puedan explicar por qué multiplicar o dividir por una potencia de 10 produce el efecto de “correr la coma”. Por otro lado, se propone que los alumnos, a partir de un trabajo de búsqueda, puedan identificar condiciones para que una fracción admita expresión decimal periódica o finita. Específicamente, se espera que los alumnos puedan formular que todo número racional admite una escritura decimal finita o periódica.</i>
<b>Operaciones con fracciones: la multiplicación en los contextos de área y de proporcionalidad.</b>	<i>Algunos aspectos del trabajo con la multiplicación ya fueron tratados en el contexto de la proporcionalidad, propuesto anteriormente. En este punto, se intenta aportar sentido al uso y la producción del algoritmo de multiplicación de fracciones, a partir de la resolución de los problemas que involucren áreas de rectángulos. Por otro lado, se intentará poner en discusión los cambios que sufren las operaciones al pasar de los números naturales a los números racionales. El funcionamiento de los números racionales supone rupturas en relación con el de los números naturales y enteros; especialmente en las operaciones y en particular en la multiplicación.</i>
<b>Potenciación y radicación en <math>\mathbb{Q}</math>. Potencias de exponente natural y entero. Potenciación y orden. La tecla <math>\sqrt{\quad}</math> en la calculadora.</b>	<i>Se espera que este trabajo contribuya a que los alumnos comprendan que:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La multiplicación no puede ser pensada como la abreviatura de una suma (salvo en casos de algún factor entero).</li> <li>- Hay una ruptura en relación a la multiplicación y el orden: no siempre la multiplicación de fracciones da por resultados productos mayores que sus factores.</li> <li>- Dados dos números racionales distintos de cero, siempre es posible pasar de uno a otro a través de la multiplicación de uno de ellos por un tercer número racional.</li> </ul>

## FUNCIONES Y ÁLGEBRA

### Unidad 1: Aproximación a las funciones por medio de gráficos

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Gráficos cartesianos en la representación de situaciones contextualizadas.</b>	<i>Se propone una aproximación al estudio de funciones sin “pasar” por relaciones entre conjuntos finitos, privilegiando una entrada a partir de los gráficos como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego. La resolución de problemas vinculados a procesos a partir de las representaciones gráficas precederá cualquier definición formal del concepto de función.</i>
<b>Lectura directa de los gráficos.</b>	<i>Los gráficos permiten manipular ciertas ideas referidas a conceptos que no están completamente definidos (por ejemplo, la noción de crecimiento, extremos, etcétera) y pueden dar lugar a un análisis cualitativo de los procesos que representan.</i>
<b>Inferencia de información a partir de la lectura del gráfico.</b>	
<b>Limitaciones de los gráficos para representar un fenómeno.</b>	

<p><b>Funciones dadas por tablas de valores. La relación entre tabla y gráfico cartesiano para situaciones de dominio continuo y dominio discreto.</b></p> <p><b>Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas.</b></p> <p><b>Problemas de encuentro usando como apoyo las representaciones gráficas.</b></p>	<p><i>Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana y lógicamente los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Sin embargo, se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto. Este análisis global debe comprender, entre otras cuestiones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>la explicitación de condiciones sobre el proceso que se estudia, que permitan hacer interpolaciones y extrapolaciones a partir del gráfico.</i></li> <li>• <i>el análisis del comportamiento de otras variables que no están representadas en el gráfico pero acerca de las cuales se puede obtener información a partir del mismo</i></li> <li>• <i>la comparación de la velocidad de crecimiento de diferentes procesos correspondientes a una misma situación, lineal o no.</i></li> <li>• <i>la comparación de la velocidad de crecimiento de un proceso en diferentes intervalos.</i></li> </ul>
--	---

<b>Unidad 2: Iniciación al estudio de la función lineal</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Alcances y comentarios</b>
<p><b>Análisis de procesos que crecen o decrecen uniformemente. Procesos lineales discretos y procesos continuos, fórmula para describirlos.</b></p>	<p><i>Se trata de caracterizar los fenómenos lineales mediante un análisis comparativo de diferentes problemas, algunos de los cuales describen procesos de crecimiento uniforme y otro no. Posteriormente se buscará expresar dichos fenómenos por fórmulas lineales en la variable independiente, del tipo <math>f(x) = ax + b</math>, donde <math>a</math> y <math>b</math> son dos números reales cualesquiera e interpretar dichos parámetros en función del contexto de trabajo. La fórmula correspondiente a una determinada situación será estudiada como una "síntesis" de la situación que permite representarla y obtener diferentes pares de valores.</i></p>
<p><b>La función lineal como modelizadora de situaciones de crecimiento uniforme.</b></p>	<p><i>Se propone hacer énfasis en que la fórmula supone una cierta elección de unidades para las magnitudes que se relacionan y que, la misma situación con otra elección de unidades "llevaría" a una fórmula diferente.</i></p>
<p><b>La noción de pendiente y ordenada al origen en el gráfico de las funciones.</b></p>	<p><i>Se trata de trabajar con situaciones que permitan identificar globalmente las características del gráfico de las funciones lineales, haciendo corresponder el crecimiento uniforme con el dibujo de una recta y separando esto de otros tipos de gráficos posibles.</i></p>
<p><b>Diferenciación entre crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional.</b></p> <p><b>Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores.</b></p>	<p><i>La proporcionalidad directa será estudiada como caso particular de la función lineal. Se trabajarán diferentes situaciones de proporcionalidad directa en las que se vinculan magnitudes de la misma naturaleza (escalas, porcentajes) y de diferente naturaleza (densidad, velocidad, etcétera). A través de los problemas se propondrán distintos tipos de tareas: hallar elementos del conjunto de llegada, hallar elementos del conjunto de partida; hallar la constante de proporcionalidad dados uno o varios pares que se corresponden, comparar dos situaciones de proporcionalidad que vinculan el mismo tipo de magnitudes estando estas expresadas en las mismas o en distintas unidades; obtener la fórmula a partir de varios pares de elementos que se corresponden, obtener la fórmula a partir de un único par de elementos que se corresponden y la información de que se trata de una</i></p>



	<i>situación de proporcionalidad directa, decidir si una relación dada es de proporcionalidad directa, identificando las condiciones que llevan a tomar la decisión.</i>
<b>Problemas que demanden la producción de un modelo algebraico de situaciones lineales.</b>	<i>Se propone como parte del trabajo con fórmulas de funciones lineales; tratar aquí algunas de las fórmulas trabajadas en la unidad 1 del bloque Números dando esta vez un tratamiento más funcional e incorporando la representación gráfica.</i>
<b>Aproximación gráfica a la solución de ecuaciones lineales con una variable que surgen de diferentes problemas.</b>  <b>Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores.</b>	<i>El inicio a ecuaciones se plantea a partir de funciones y el cálculo de la imagen inversa de un valor del dominio. Se proponen los problemas de encuentro como un medio fértil para abordar el estudio de las ecuaciones. Se trata de que los alumnos aproximen las soluciones por medio de la lectura de los puntos de intersección de rectas en el registro de los gráficos cartesianos. El tema de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita comienza en primer año, pero se aborda en toda su complejidad recién en segundo. Para este primer abordaje se propone la representación gráfica de la o las situaciones involucradas, como herramienta para obtener una solución aproximada. Algebraicamente se espera que los alumnos puedan resolver ecuaciones sencillas.</i>

## GEOMETRÍA Y MEDIDA

### Unidad 1: Construcción de triángulos

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Construcciones de figuras que incluyan circunferencias y círculos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras.</b>	<i>Como resultado del trabajo de construcción que se propone, se espera que los alumnos tengan dominio del uso de instrumentos y dispongan de la definición de circunferencia, requisitos necesarios para entender y justificar las construcciones de triángulos y cuadriláteros.</i>
<b>Construcción de triángulos dados dos y tres elementos, a partir de la definición de circunferencia. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción.</b>	<i>Las actividades de construcción de triángulos tienen por objeto la producción de nuevas propiedades de las figuras, necesarias para argumentaciones posteriores. La manipulación con los instrumentos para la realización de los dibujos debe ir acompañada de cierto grado de anticipación. Las primeras construcciones apuntan a la puesta en escena de criterios de congruencia de triángulos. En un primer momento se acepta el uso de regla graduada y transportador, y la medición como criterio válido para construir ángulos y segmentos congruentes. Para decidir la existencia y unicidad de la solución en los distintos casos de congruencia, se esperan justificaciones que se apoyen en la visualización y en la intuición.</i>
<b>Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de triángulos.</b>	<i>El enunciado de criterios de igualdad de triángulos se propone a partir del trabajo de construcciones realizado, y de la discusión acerca de la existencia y unicidad.</i>
<b>Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia de triángulos.</b>	<i>Una vez establecidos criterios de congruencia de triángulos, podrán justificarse las construcciones con regla no graduada y compás.</i>

Construcciones de triángulos en casos especiales: rectángulo, isósceles, equilátero.	
--	--

### Unidad 2: Construcciones con regla no graduada y compás

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>La mediatriz de un segmento, propiedades y construcción.</p> <p>Construcción de rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>Construcción de ángulos congruentes y de la bisectriz de un ángulo.</p>	<p><i>La fundamentación de construcciones clásicas con regla no graduada y compás, como la de mediatriz y bisectriz se orientan a promover en los alumnos la necesidad de argumentar. Para asegurar la validez de las construcciones realizadas, los criterios de igualdad de triángulos, entre otras propiedades, serán un apoyo.</i></p>

### Unidad 3: Construcción de cuadriláteros

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Construcción de paralelogramos a partir de distintos elementos: lados, ángulos, diagonales y alturas. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones.</p>	<p><i>Los alumnos deben aprender que las construcciones de triángulos constituyen un punto de apoyo para las construcciones de polígonos en general.</i></p>
<p>Estudio de la congruencia entre pares de ángulos determinados por dos paralelas y una transversal, a partir de las propiedades del paralelogramo.</p>	<p><i>Se propone tomar como punto de apoyo las propiedades de los paralelogramos para las relaciones entre ángulos formados por dos paralelas que se cortan por una secante. No se plantea la memorización de los nombres (alternos internos, externos, conjugados, etcétera), sino la elaboración por parte de los alumnos de las relaciones entre los distintos ángulos.</i></p>
<p>Análisis de posibles “criterios de congruencia” para cuadriláteros y comparación con los criterios construidos para triángulos.</p> <p>Construcción de cuadriláteros dados tres o cuatro elementos. Condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.</p>	<p><i>La construcción de posibles criterios de igualdad para cuadriláteros se trabaja en relación con los criterios de igualdad para triángulos. La discusión con los alumnos de preguntas como: “¿es cierto que si dos cuadriláteros tienen sus cuatro lados iguales son iguales?”, permite re Trabajar el conocimiento acerca de los cuadriláteros, y volver a dar sentido a los criterios construidos para los triángulos.</i></p>

### Estadística y probabilidades

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Lectura e interpretación de gráficos que aparecen en medios de comunicación.</p>	<p><i>Se trata de que los alumnos reconozcan diferentes maneras en que la información puede ser presentada: tablas de frecuencias, gráficos, tortas, etcétera, y puedan “leer” la información que presentan.</i></p>



Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Comparación y análisis de diferentes representaciones gráficas, ventajas de unas sobre otras.</b></p>	<p><i>Se espera que los alumnos, en el marco del tratamiento de la información, puedan establecer comparaciones entre las diferentes configuraciones con que se presentan los datos. Esto permitirá reconocer las ventajas y desventajas de cada una de ellas y las intenciones de su elección, es decir qué intenta “destacar” y qué “ocultar”.</i></p>
<p><b>Necesidad de definir la población y la muestra.</b></p> <p><b>Identificación de variables estadísticas.</b></p>	<p><i>Por otro lado, en el marco del análisis de representaciones y organizaciones de datos, es posible comenzar a identificar la presencia de diferentes variables que dan lugar a análisis diversos de la información.</i></p>

## Objetivos

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes, y elaborar argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.
- Usar los números enteros para modelizar diferentes tipos de situaciones.
- Comparar las diferencias de funcionamiento entre naturales y enteros, en particular en lo relativo al orden y a las operaciones.
- Usar expresiones algebraicas para estudiar relaciones de orden.
- Usar los números racionales para resolver situaciones de medida y de proporcionalidad.
- Reconocer las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros, en particular aquellas relativas al orden y a las distintas expresiones que admite un mismo número racional.
- Utilizar expresiones algebraicas para resolver problemas que involucran fracciones.
- Utilizar la potencia, la raíz y la calculadora como herramientas para resolver diferentes tipos de problemas.
- A través del trabajo con gráficos, anticipar, interpolar y extraer información referida a diferentes variables, y comparar distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa.
- Comprender el concepto de pendiente e identificar su significado en los gráficos y en los diferentes contextos.
- Modelizar problemas de encuentro mediante ecuaciones de primer grado apelando a las relaciones entre ecuación lineal, función lineal y gráfico de la recta.
- Identificar cuándo una colección de datos determina unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros con regla y compás, y cuándo la construcción es imposible.
- Comprender las construcciones como actividades que se planifican, apoyándose en propiedades de las figuras. Construir rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás.
- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos.
- Interpretar el significado de los datos representados por medio de diferentes gráficos y encontrar la forma más pertinente para comunicarlos.



# Segundo año

## Presentación

El trabajo con los números naturales continúa lo comenzado en 1° año, y se incorporan algunos problemas de combinatoria que no requieren la fórmula para su resolución.

El trabajo con números enteros avanza sobre la divisibilidad. Este campo es propicio, a su vez, para la exploración, formulación y validación de conjeturas. El álgebra aparece como una herramienta para producir conocimiento sobre este tema.

Se consolida la noción de densidad en  $\mathbb{Q}$ , iniciada en 1° año, y el estudio de las operaciones de potenciación y radicación. Se propone también un trabajo sobre la aproximación decimal de un número racional y se introduce la noción de número irracional como valor aproximado de una raíz cuadrada.

El álgebra aparece como herramienta para indagar, formular y demostrar propiedades de los números.

La entrada al trabajo con las funciones por medio de gráficos, iniciada en primer año, ofrece ahora la posibilidad de tratar funciones más complejas. Se retoma y profundiza el estudio de las funciones lineales, como modelos para resolver problemas. Se analiza la ecuación de la recta, y se interpreta el sentido de cuestiones geométricas que se modelizan a través de funciones lineales. Se estudiarán de manera sistemática ecuaciones lineales que exigen transformaciones algebraicas; y se introduce el tratamiento de ecuaciones e inecuaciones a una variable. También se propone el estudio de la función de proporcionalidad inversa, nuevamente como modelizadora de situaciones.

En el bloque de Geometría, se incorpora al estudio la técnica de comparación de áreas, que permite dar un nuevo sentido a las fórmulas para calcular el área de triángulos, rombos y paralelogramos a partir de la del rectángulo. Se sugiere hacer un estudio de las variaciones de perímetro y área de triángulos y cuadriláteros en función de la variación de bases y alturas. Se propone abordar el estudio del teorema de Pitágoras utilizando la comparación de áreas.

El estudio de Estadística avanza en identificar las herramientas estadísticas más adecuadas a las distintas situaciones. Se plantea el estudio del promedio, moda y mediana, y se promueve, siempre que sea posible, que se contemple el uso de computadoras para el trabajo.

## Contenidos

NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Números naturales. Combinatoria	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Producción de fórmulas para contar. El diagrama de árbol como recurso para contar de manera exhaustiva.</b></p> <p><b>Reconocimiento de la estructura multiplicativa en problemas de conteo.</b></p>	<p><i>Se propone ampliar el significado de “contar” usando los números naturales; se busca que los alumnos encuentren estrategias para resolver problemas que requieren contar exhaustivamente. Se espera que se utilice el diagrama de árbol como una representación adaptada a estos problemas y que se reconozca su estructura multiplicativa.</i></p>
<p><b>Problemas en los que no se distingue el orden de los elementos.</b></p>	<p><i>El objetivo no es la utilización de las fórmulas de combinatoria sino la producción de estrategias de solución. Interesa destacar aquellos procedimientos de resolución que aseguren la exhaustividad y el papel que juegan las representaciones con las cuales se intenta organizar el conteo de la colección. Las fórmulas serán construidas por los alumnos a partir de la generalización propuesta en un problema, continuando con la actividad iniciada en álgebra en 1º año.</i></p>
Unidad 2: Números enteros	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Divisibilidad. Las nociones de múltiplo y de divisor.</b></p> <p><b>Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales.</b></p> <p><b>La noción de número primo.</b></p> <p><b>Indagación acerca de la validez de enunciados que involucran las nociones de múltiplo y divisor en <math>\mathbb{Z}</math>.</b></p> <p><b>Cálculo de restos.</b></p> <p><b>Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.</b></p>	<p><i>El trabajo con el concepto de divisibilidad busca, en primer lugar recuperar las conceptualizaciones alcanzadas con relación a múltiplos y divisores con números naturales abordadas en la escuela primaria, pudiendo extender a los enteros las características más trascendentes.</i></p> <p><i>También se trata de introducir el álgebra como herramienta para conocer propiedades de las operaciones. Los problemas que se presenten a los alumnos podrán proponer la puesta en juego del trabajo algebraico.</i></p>

Unidad 3: Números racionales	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>La propiedad de densidad. Aproximación de números racionales por números decimales.</b></p>	<p><i>Se propone que los problemas propuestos a los alumnos recuperen la idea de que la fracción <math>1/n</math> es aquella parte que iterada <math>n</math> veces equivale al entero y que la fracción <math>m/n</math> es aquella parte que contiene <math>m</math> veces a <math>1/n</math>. Se intentará establecer que para medir una cantidad <math>A</math> con otra <math>B</math>, en algunas situaciones es conveniente iterar ambas hasta encontrar que un múltiplo de una de las dos se iguala con algún otro múltiplo de la otra: es la idea de conmensuración para establecer la razón entre dos cantidades. Es decir, se tratará de determinar la medida de un segmento considerando otro como unidad. La medida obtenida deberá resultar ser un número racional. La idea que se debería poner en juego en estos problemas es que “si <math>m</math> veces un segmento <math>a</math> es igual a <math>n</math> veces un segmento <math>b</math>, <math>a</math> tiene una medida racional si se considera <math>b</math> como unidad, y viceversa”.</i></p>
<p><b>Estimación de resultados de problemas que involucran racionales.</b></p>	<p><i>Se propone identificar la existencia de estrategias alternativas para comparar números racionales, además de la estrategia habitual de reducción a común denominador (en el caso de escritura fraccionaria) y de analizar en qué casos resulta más conveniente cada una. Con el soporte de la recta numérica y de las relaciones entre fracciones y decimales se espera comparar los naturales con los racionales.</i></p>
<p><b>Estimación del error producido por el redondeo o el truncamiento. Uso de calculadora.</b></p>	<p><i>En cuanto al trabajo sobre estimación, se propone discutir diferentes criterios a partir de los cuales se establece el intervalo al que pertenece un número cuya aproximación se conoce. Se reflexionará sobre las “distancias” entre el conjunto de los racionales y el de los decimales de la calculadora, indagando en el funcionamiento de diferentes calculadoras.</i></p>
<p><b>Potenciación y radicación en <math>\mathbb{Q}</math>. Notación científica de números decimales. La notación <math>a^{p/q}</math>.</b></p>	<p><i>Se propone trabajar principalmente los aspectos conceptuales de la potenciación y sus propiedades, y no avanzar en cambio en la realización de cálculos muy complejos. Las propiedades de la potenciación servirán como un recurso para comparar, sin necesidad de realizar todas las cuentas.</i></p> <p><i>Un aspecto que podría ser tratado es el problema de cómo escribir un número decimal de diferentes maneras, usando potencias de 10. Entre estas maneras puede ser identificada la “notación científica”, que es la utilizada por la calculadora para números grandes.</i></p> <p><i>Además de las definiciones y propiedades elementales de la potenciación, interesa identificar, entre otras, las siguientes:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sea <math>0 &lt; a &lt; 1</math>. Si <math>n</math> es natural, <math>a^n &lt; 1</math>. Si <math>n</math> es un entero negativo, <math>a^n &gt; 1</math>;</li> <li>• sea <math>a &gt; 1</math>. Si <math>n</math> es natural, <math>a^n &gt; 1</math>. Si <math>n</math> es un entero negativo, <math>a^n &lt; 1</math>.</li> </ul>
<p><b>Valor aproximado de una raíz cuadrada: concepto de números irracionales.</b></p>	<p><i>Un tipo de problemas que se propone tratar es el que involucra la búsqueda de dos cuadrados consecutivos entre los cuales se encuentre un número. Estas situaciones apuntan al encuadramiento, en términos de aproximaciones a las raíces cuadradas, apoyado en la calculadora.</i></p>

*Se propone, a su vez, que las situaciones permitan poner en debate reglas que apunten a una conceptualización de la potenciación y la raíz. No se propone un trabajo de cálculos para la aplicación de reglas memorizadas.*

## **FUNCIONES Y ÁLGEBRA**

### **Unidad 1: Función lineal**

<b>Contenidos</b>	<b>Alcances y comentarios</b>
<p><b>Revisión de la noción de función lineal como modelo de variación constante.</b></p> <p><b>Identificación de puntos que pertenecen al gráfico de la función.</b></p> <p><b>Problemas que se modelizan con funciones lineales con una variable. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.</b></p>	<p><i>Se propone el estudio de la propiedad fundamental de las funciones lineales (<math>Dx/Dy = \text{constante}</math>) como característica de la forma “recta”. El concepto de pendiente requiere un trabajo en tres niveles:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>¿Cómo y dónde aparece en la fórmula de las funciones?</i></li> <li>• <i>¿Qué relación tiene con el aspecto del dibujo de la recta (es una medida de la inclinación de la misma)?</i></li> <li>• <i>¿Cuál es el sentido que adquiere en cada uno de los contextos de los problemas modelizados con funciones lineales?</i></li> </ul>

### **Unidad 2: Ecuación de la recta**

<b>Contenidos</b>	<b>Alcances y comentarios</b>
<p><b>Resolución de problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con dos variables. Ecuación de la recta.</b></p> <p><b>Pendiente. Rectas paralelas y perpendiculares.</b></p>	<p><i>Se propone que el trabajo implique la resolución de problemas contextualizados de manera de avanzar en la idea de modelización mediante una ecuación con dos variables, pero que incorporen restricciones de manera de resultar un conjunto finito de pares como solución. El tratamiento de conjuntos infinitos implica una complejidad con la cual los alumnos deben enfrentarse. Hay una complejidad para describir las soluciones de una ecuación, y también si se quisiera probar alguna propiedad que debiera cumplir ese conjunto.</i></p>
<p><b>Producción de la representación gráfica y de la ecuación de una recta a partir de ciertos datos: dos puntos cualesquiera, un punto y la pendiente, los puntos donde corta a los ejes.</b></p>	<p><i>La representación gráfica del conjunto de pares que conforman la solución de una ecuación lineal con dos variables, permitirá considerarla como “ecuación de una recta”. En particular, obliga a una revisión del concepto de pendiente. La discusión y análisis acerca de cómo determinar la ecuación de una recta que pase por dos puntos, o que pase por un punto y tenga una cierta pendiente enriquece la conceptualización de recta. Es por eso que en este punto se busca recuperar cuestiones tratadas en la unidad anterior.</i></p>
<p><b>Problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con una incógnita.</b></p>	<p><i>Se aspira a que las ecuaciones lineales sean presentadas a partir del trabajo con funciones, en la búsqueda de aquellos valores de la variable independiente donde la función tome un cierto valor predeterminado. Plantear problemas para los cuales las ecuaciones que los modelizan tengan única solución, infinitas soluciones o no tengan solución y discutir acerca de sus semejanzas y diferencias, podrían contribuir a una mejor conceptualización</i></p>

	<p>de la ecuación lineal con una variable y del papel que juegan las letras allí. Se propone que la ecuación no sea solamente una "igualdad con incógnita" sino la expresión de una condición sobre un conjunto de números que tiene asociada un conjunto solución. En ese sentido, las ecuaciones sin solución y las ecuaciones con infinitas soluciones deben ser tratadas en igualdad de condiciones y no como casos "raros". La noción de ecuación equivalente y la discusión acerca de distintas operaciones que dejan invariante el conjunto solución deben estar incluidas en el trabajo en torno al tratamiento de las ecuaciones.</p>
<p><b>Inecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas que se modelizan por una inecuación lineal.</b></p> <p><b>Representación en la recta numérica de las soluciones de una inecuación lineal con una incógnita.</b></p>	<p>Se propone el tratamiento de inecuaciones con una variable, pero no se pretende avanzar en problemas de mucha complejidad técnica en estos rubros.</p> <p>Es posible apelar a las representaciones gráficas para proponer una forma de resolución.</p>

<b>Unidad 3: Función de proporcionalidad inversa</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Alcances y comentarios</b>
<p><b>Problemas que se modelizan con funciones de proporcionalidad inversa.</b></p> <p><b>Estudio de la función <math>1/x</math>. Corrimientos. Asíntotas.</b></p>	<p>Los alumnos deben aprender que las construcciones de triángulos constituyen un punto de apoyo para las construcciones de polígonos en general.</p> <p>Se propone que los alumnos puedan tratar con problemas que pongan en funcionamiento relaciones de proporcionalidad inversa, puedan avanzar en el trabajo con fórmulas y gráficos, así como estudiar las relaciones entre la variación del gráfico y la variación de la fórmula en términos de corrimientos. Es un lugar propicio para iniciar una exploración de la idea de asíntota, considerando un dominio apropiado de definición.</p>

<b>GEOMETRÍA Y MEDIDA</b>	
<b>Unidad 1: Áreas de triángulos y cuadriláteros</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Alcances y comentarios</b>
<p><b>Comparación de áreas de diferentes figuras que incluyen triángulos y cuadriláteros, sin recurrir a la medida.</b></p>	<p>Se trata de utilizar la noción de área como magnitud. La técnica de comparación de áreas permite dar un nuevo sentido a las fórmulas para calcular el área de triángulos, rombos y paralelogramos a partir de la del rectángulo.</p>
<p><b>Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas.</b></p>	



<b>Perímetro y área de triángulos. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o la altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</b>	<i>La comparación de áreas usando los elementos de las figuras permite el estudio de las relaciones que se dan al variar estos. Se propone hacer un estudio de la misma problemática desde el punto de vista funcional.</i>
<b>Perímetro y área de cuadriláteros. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o la altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</b>	

## Unidad 2: Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>El teorema para un triángulo rectángulo isósceles: relación entre el área de un cuadrado y el área del cuadrado construido sobre su diagonal. Relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo isósceles: concepto de números no racionales.</b>	<i>Hay muchas demostraciones del teorema de Pitágoras que resultan accesibles en este nivel de la escolaridad. Una herramienta podrá ser recurrir a la comparación de áreas y la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que se ponen en juego en la fórmula.</i>
<b>Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo, a partir de las áreas de los cuadrados y triángulos. El caso general del teorema de Pitágoras.</b>	<i>Se trata de que los alumnos resuelvan algunos problemas que ponen en juego la relación establecida en el teorema de Pitágoras.</i>

## Estadística y probabilidades

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Situaciones que requieren la recolección y organización de datos. Tabla de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Promedio, moda y mediana.</b>	<i>En primer término se plantea un trabajo relacionado con la recolección de datos. Se trata de promover un análisis en torno a las características que debieran poseer las situaciones que ameriten tal recolección: para qué se buscan datos, de dónde es pertinente extraerlos, mediante qué herramientas es posible recabar la información que se precisa, etcétera. En segundo término se plantea un trabajo con problemas que demandan la búsqueda y el análisis de medidas de tendencia central. Se espera que los alumnos sean capaces de reconocer la pertinencia o no de utilizarlas como representantes de una muestra, en función de lo que se trata de averiguar o informar. Identificar las “falacias” o abusos de la estadística implica reconocer que las representaciones gráficas pueden ser elaboradas a partir de escalas convenientes o de la elección de una medida no representativa, o de variables que producen resultados poco fiables.</i>
<b>Uso de la computadora como herramienta en la estadística.</b>	<i>Se recurrirá siempre que sea posible a trabajar con los alumnos, la configuración de gráficos recurriendo a la computadora.</i>

## Objetivos

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.
- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.
- Recurrir a relaciones entre escritura decimal y fraccionaria para resolver problemas que involucren la densidad en el campo de los números racionales.
- Comprender el funcionamiento de la potenciación y la radicación a través de la utilización de las propiedades y el uso de diferentes tipos de calculadoras.
- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones e inecuaciones.
- Resolver ecuaciones con una o dos variables que comprendan:
  - la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución;
  - la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución;
  - el recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números, es solución de la ecuación;
  - establecer relaciones entre resolución gráfica y algebraica.
- Realizar un tratamiento de los sistemas de ecuaciones que implique:
  - comprender la noción de sistemas equivalentes y operar vía sistemas equivalentes para resolver algebraicamente un sistema;
  - resolver problemas que se modelizan a través de sistemas de ecuaciones coordinando las informaciones que resulten de un tratamiento algebraico, de la representación cartesiana y del contexto en el que se plantea el problema que el sistema modeliza.
- Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa.
- Comparar áreas de diferentes figuras sin recurrir a la medida.
- Recurrir a las expresiones algebraicas para analizar las variaciones del área de una figura en función de la variación de alguno de sus elementos.
- Conocer la relación pitagórica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y disponer de ella para la resolución de diferentes situaciones.
- Comprender que la elección de un modo de organizar y representar la información pone de relieve ciertos aspectos y oculta otros.
- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central, como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.



# Tercer año

## Presentación

Al igual que en los años anteriores, 3° año conserva el trabajo en los diferentes ejes: Número y álgebra, Funciones y álgebra, Geometría y medida, Estadística y probabilidades.

En este año, el trabajo algebraico pasa a ocupar un lugar preponderante. Tanto en la producción de fórmulas para contar con números naturales como en la producción de fórmulas que involucran el uso de números racionales, el tratamiento de las expresiones algebraicas serán un recurso primordial. Se trata también de que los alumnos identifiquen en este tipo de recurso la herramienta que permite dar cuenta de la validez o no de las propiedades numéricas que se van estudiando.

En el campo numérico, se introduce el trabajo con el conjunto de los números reales a partir de la idea de que no toda medida puede expresarse como cociente de números enteros.

En 3° año, la idea de ecuación asociada a la noción de función “crece” en cuanto a su tratamiento. Se propone que los alumnos se enfrenten a diferentes situaciones que se modelizan con sistemas de ecuaciones y produzcan recursos para encontrar conjuntos solución que puedan ser interpretados desde los modelos producidos.

Se busca también que los alumnos puedan comprender los modelos cuadráticos y polinómicos, así como enfrentarse al estudio de este tipo de funciones desde diferentes marcos: funcional, geométrico y numérico. Se propicia un tratamiento de neto corte funcional, previo al tratamiento de las ecuaciones de segundo grado. El recurso gráfico será nuevamente un apoyo para el estudio de estas funciones, y las técnicas algebraicas se plantean a partir de estudiar el comportamiento de las funciones.

En el eje de geometría se propone que los alumnos establezcan relaciones entre la circunferencia y su recta tangente, y que adquieran recursos para poder dibujarla.

Se presenta el teorema de Thales para representar racionales en la recta numérica y se propone recurrir a ese teorema para profundizar el estudio de los triángulos, a partir de la idea de semejanza.

Finalmente, se propicia que los alumnos traten con situaciones que modelizan fenómenos aleatorios, recurriendo a la idea de sucesos y determinando la probabilidad de distintos sucesos.

## Contenidos

NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Números naturales. Combinatoria	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Problemas que involucran variaciones simples, variaciones con repetición y permutaciones simples.</b></p>	<p><i>Interesa que los alumnos puedan encontrar la estructura multiplicativa del problema en cada caso, que puedan pensarla para diferentes cantidades en los datos. Por otra parte, se busca que los alumnos distingan los casos en los que se pueden repetir los elementos en el arreglo de los casos en los que no hay repetición. Para comprender la estructura de este tipo de problemas es fundamental establecer comparaciones entre ellos.</i></p>
<p><b>Problemas que involucran combinaciones simples.</b></p>	<p><i>Al resolver este tipo de problemas, es clave el trabajo en torno a la organización del conteo. El tratamiento debiera considerar los errores que probablemente cometan los alumnos y permitir “ver” a la división como parte de las cuestiones a considerar en la resolución.</i></p> <p><i>A su vez, interesa que los alumnos establezcan diferencias entre este tipo de problemas y los correspondientes al punto anterior, y encuentren las operaciones que permiten resolverlos. No se espera introducir número combinatorio ni fórmulas generales.</i></p>
<p><b>Producción y análisis de las fórmulas que surgen al generalizar problemas de combinatoria.</b></p>	<p><i>Se trata de que los alumnos puedan generalizar procedimientos de conteo arribando a algunas fórmulas, pero sin la exigencia de memorizarlas, ni de retener los nombres de los distintos tipos de arreglos (permutaciones, variaciones, etcétera).</i></p>
Unidad 2: Números racionales	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Producción de fórmulas en contextos de la medida, la proporcionalidad y el porcentaje.</b></p> <p><b>El recurso algebraico para formular y validar conjeturas que involucren las propiedades de las operaciones y las relaciones de orden.</b></p> <p><b>Determinación de dominios de validez.</b></p>	<p><i>Se propone un trabajo que se apoya en lo abordado los dos años anteriores, tanto con enteros como con racionales, pero con una nueva idea sobre la actividad matemática: la elaboración de conjeturas y la discusión en torno a la validez de las mismas.</i></p> <p><i>Se trata de plantear a los alumnos situaciones que exijan un cierto nivel de exploración, de ensayos, de elaboración de relaciones que permita producir y validar una nueva propiedad.</i></p> <p><i>Esto debería conducir a la formulación de estas propiedades, actividad que tiene un valor formativo importante en la paulatina complejización del trabajo matemático que deben ir asumiendo los alumnos.</i></p> <p><i>Se propone que los problemas se orienten a la búsqueda o elaboración de argumentos que den cuenta de lo correcto y lo incorrecto, de lo general y de lo particular, de lo verdadero y de lo que no lo es, de las condiciones a partir de las cuales una cierta relación es válida, de la determinación de un cierto dominio de validez, etcétera. Tanto los diferentes sentidos de los racionales como las propiedades de las operaciones y el orden permiten la aparición de nuevas expresiones algebraicas. Algunas representarán fórmulas para determinar porcentajes o relaciones de proporcionalidad (este tipo de situaciones se relacionan de ma-nera directa con las funciones de proporcionalidad directa),</i></p>

	<p>otras indicarán condiciones para que se cumplan ciertas igualdades o desigualdades. Tanto en un caso como en el otro, las comparaciones demandan técnicas de transformación de expresiones en otras equivalentes que serán objeto de análisis. Importa destacar información que en algunos casos puede obtenerse de una expresión sin necesidad de operar y en otros, es necesario realizar operaciones o transformaciones para poder obtener la información deseada.</p> <p>Se trata de trabajar con diferentes tipos de expresiones algebraicas simples. Interesa también que la operatoria con dichas expresiones sea un recurso para enriquecer conocimientos sobre las fracciones numéricas y sus propiedades y que a su vez, el conocimiento sobre los racionales permita avanzar sobre el análisis de expresiones algebraicas.</p>
--	--

### Unidad 3: Los números reales

Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Identificación de números que no se pueden expresar como cocientes de enteros.</b></p>	<p>Se propone que los alumnos se enfrenten a situaciones que pongan en evidencia que no siempre es posible medir con un segmento, la longitud de otro, aún fraccionando la unidad de medida. Este tipo de situaciones debería permitir reflexionar sobre la necesidad de nuevos números para medir algunas longitudes, recuperando el trabajo sobre conmensuración propuesto anteriormente, para avanzar hacia los segmentos incommensurables.</p>
<p><b>Representación de números de la forma <math>\sqrt{n}</math> en la recta numérica.</b></p> <p><b>Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora para potencias y raíces.</b></p> <p><b>El orden en <math>\mathbb{R}</math>.</b></p>	<p>Para atrapar este tipo de problema será necesario alejarse de contextos reales o situaciones de medida efectiva. A su vez, será la oportunidad de abordar la idea de raíz cuadrada, proponiendo situaciones que demanden “ubicar” números entre los cuadrados de dos naturales consecutivos, pudiendo continuar con un trabajo de aproximación con dos cifras decimales, donde esté permitido usar la calculadora para elevar al cuadrado, pero no la tecla <math>\sqrt{\quad}</math>.</p> <p>Se trata en este caso de proponer a los alumnos situaciones que demanden comparar números reales, desplegando ciertas técnicas basadas en las propiedades de las operaciones. En particular, comparar expresiones que permitan ser tratadas sin necesidad de realizar las operaciones. No se busca centrar la atención en el cálculo, sino avanzar en la lectura de la información que portan tales expresiones y compararlas. Del mismo modo, podrán aparecer expresiones algebraicas sencillas que permitan ir generalizando algunas técnicas de comparación. Todo este trabajo puede ser desarrollado desde la recta numérica como soporte.</p>

## FUNCIONES Y ÁLGEBRA

### Unidad 1: La ecuación lineal con dos variables

<p><b>Problemas que involucran ecuaciones lineales con dos variables.</b></p> <p><b>Ecuaciones equivalentes y conjunto solución de una ecuación lineal con dos variables.</b></p>	<p>Se trata de recuperar aquellas conceptualizaciones que los alumnos hayan logrado el año anterior y avanzar en el tratamiento algebraico, remitiendo al concepto de función que sin duda sirve de apoyo para su tratamiento. Es interesante destacar aquí que debe ser el alumno, a partir de los requerimientos propios de la tarea que realice, el que debiera decidir el carácter de dependiente o independiente de cada una de las variables involucradas.</p>
---	--

<b>Producción de soluciones y representación gráfica de las soluciones.</b>	
<b>Problemas que involucren una ecuación con tres (o más variables): modelización algebraica para decidir si una terna es o no solución del problema, o para obtener características de las soluciones.</b>	
<b>Problemas que puedan modelizarse con una inecuación lineal con dos variables. Representación gráfica de la solución.</b>	<i>El trabajo con inecuaciones con una y más variables no pretende avanzar en problemas de excesiva complejidad técnica.</i>
<b>Problemas que involucren sistemas de ecuaciones con dos variables.  La noción de sistemas equivalentes y la resolución de los sistemas.  Representación gráfica de un sistema y de sistemas equivalentes.  Rectas paralelas y sistemas con infinitas soluciones.</b>	<i>A partir del trabajo que se plantee, se intentará tratar la ecuación como un modelo que deja de lado un contexto particular, para expresar solamente las relaciones entre las cantidades involucradas. El tratamiento de los problemas que se modelizan con ecuaciones debería habilitar la discusión sobre el uso de algunas propiedades que permiten conservar el conjunto solución. Sería esperable que las técnicas se vinculen de alguna manera con lo que se propone resolver y no que aparezcan como algoritmos alejados de la tarea que se propone.</i>

## Unidad 2: Función cuadrática

Contenidos	Alcances y comentarios
<b>Producción de fórmulas en diferentes contextos en los que la variable requiere ser elevada al cuadrado.</b>	<i>Se propone enfrentar a los alumnos con situaciones que permitan recuperar el trabajo realizado con fórmulas en <math>\mathbb{N}</math> y en <math>\mathbb{Q}</math>, produciendo, en este caso, expresiones cuadráticas. Por otro lado, se trata de estudiar procesos en los que pueden identificarse ciertas características de la función cuadrática: simetría, existencia de máximo o mínimo. No se espera que los alumnos memoricen las fórmulas sino que puedan interpretar tanto las expresiones con las que se trabaja como las transformaciones. Por ejemplo, un planteo posible para encontrar el vértice de la parábola puede ser buscar dos puntos <math>x_1</math> y <math>x_2</math> que tengan la misma ordenada y luego hallar la abscisa del punto medio del segmento sobre el eje <math>x</math> cuyos extremos son <math>x_1</math> y <math>x_2</math>. Este procedimiento permite instalar la imposibilidad de despejar la incógnita, de la misma manera que lo hacían para las ecuaciones de primer grado.</i>



	<p><i>Podría, a su vez, analizarse que la parábola siempre pasa por el punto (0; c) y a partir de esto, estudiar la ventaja de “cortar” la parábola con la recta <math>y = c</math> para encontrar dos puntos de la misma ordenada.</i></p> <p><i>Se podría avanzar hacia la idea de que por dos puntos, ambos diferentes del vértice, pasan infinitas parábolas, así como que tres puntos no alineados caracterizan una función cuadrática.</i></p>
<p><b>Problemas que se modelizan a través de una función cuadrática.</b></p> <p><b>Análisis del gráfico de <math>f(x) = x^2</math>.</b></p> <p><b>Estudio comparativo con la función lineal en términos de crecimiento.</b></p> <p><b>Vértice, eje de simetría.</b></p> <p><b>Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de las fórmulas y viceversa.</b></p> <p><b>Incidencia en el vértice y en el eje de simetría.</b></p>	<p><i>El trabajo precedente debería generar las condiciones para tratar con problemas que se modelizan con funciones cuadráticas y habilitar a la búsqueda de técnicas (diferencia de cuadrados y cuadrado de un binomio) que permitan transformar una expresión cuadrática en otra equivalente para estudiar su comportamiento en relación con los problemas que se trate. Se podrá, en este contexto, plantear el problema del pasaje de toda función cuadrática a la forma <math>y = a(x - p)^2 + q</math> y se discutirá la información que brindan a, p y q. Se espera poder analizar también la “ventaja” de la forma canónica y concluir que cada forma de representación algebraica pone en evidencia alguna cuestión: coordenadas del vértice o ceros y que dados el vértice y otro punto, existe una única función cuadrática que tiene ese vértice y pasa por ese punto.</i></p>
<p><b>Estudio de la función cuadrática: factorización, ceros, crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad. Diferentes fórmulas.</b></p> <p><b>Uso de la computadora para estudiar el comportamiento de funciones cuadráticas.</b></p> <p><b>Problemas que se modelicen con ecuaciones cuadráticas.</b></p> <p><b>Intersección entre rectas y parábolas.</b></p> <p><b>Recta tangente a una parábola. Existencia de solución imaginaria.</b></p>	<p><i>Se propone que, a la luz del trabajo con la función cuadrática, se estudien situaciones que puedan ser modelizadas con ecuaciones cuadráticas de manera tal que los alumnos recurran a los conocimientos sobre funciones cuadráticas para tratar este tipo de ecuaciones.</i></p> <p><i>Se propone el planteo de situaciones que demanden la producción de fórmulas en las que la variable deba ser elevada a una potencia de tercer grado o más, como extensión del trabajo realizado anteriormente con <math>\mathbb{N}</math> y <math>\mathbb{Q}</math>, función lineal y cuadrática.</i></p>

### Unidad 3: Función polinómica

Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Producción de fórmulas para modelizar diferentes procesos en los cuales la variable requiera ser elevada a distintas potencias.</b></p>	



<p>Estudio de procesos que se modelicen mediante funciones polinómicas.</p> <p>Estudio de las funciones <math>f(x) = x^2</math>; <math>f(x) = x^3</math>; <math>f(x) = x^4</math>; <math>f(x) = x^5</math> como extensión del estudio de la función cuadrática. Paridad-imparidad.</p>	<p><i>Se plantea que el tratamiento de este tipo de funciones sea similar al desplegado con las cuadráticas, con un fuerte apoyo gráfico para pensar las expresiones algebraicas y sus comportamientos.</i></p>
<p>Crecimientos. Decrecimientos. Corrimientos de <math>x^3</math>.</p>	<p><i>El estudio de los corrimientos que puede sufrir el gráfico de <math>x^3</math> es un contexto propicio para revisar propiedades de las operaciones que permiten tratar con las expresiones algebraicas. Por ejemplo, analizar si es posible o no que <math>f(x) = x^3 - 2^3</math> tenga el mismo gráfico que <math>g(x) = (x - 2)^3</math>. Si bien el gráfico no lo explica, permite comenzar a visualizar que hay operaciones que son pertinentes y otras que no.</i></p>
<p>Uso de cuadrática para el estudio de funciones del tipo <math>x^3 - x</math>, etcétera.</p> <p>Factorización.</p> <p>Uso de la computadora para estudiar el comportamiento de funciones polinómicas.</p> <p>Gráficos, raíces, positividad, negatividad.</p> <p>Recursos algebraicos para estudiar el comportamiento de una función polinómica: la división de polinomios para hallar las raíces de una función polinómica de grado mayor que 2.</p>	<p><i>Se propone que el estudio del comportamiento de este tipo de funciones sea el contexto en el cual surjan diferentes técnicas que permitan factorizarla para encontrar los ceros, dividir un polinomio por otro de grado 1 para bajarle el grado, etcétera. Es decir, las técnicas surgirían asociadas a la conveniencia para el estudio del comportamiento de una función.</i></p>

## GEOMETRÍA Y MEDIDA

### Unidad 1: Teorema de Thales y semejanza

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Enunciado y demostración del teorema de Thales a partir de comparación de áreas.</p>	<p><i>El teorema de Thales será presentado por el docente. Una demostración accesible se basa en la fórmula del cálculo del área de un triángulo. A partir de ella se deduce que, si dos triángulos tienen alturas iguales, la razón entre sus áreas es igual a la razón entre sus bases.</i></p>
<p>División de un segmento en partes iguales como recurso para representar números racionales en la recta numérica.</p>	<p><i>El problema de la partición de un segmento en <math>n</math> partes iguales puede ser planteado a los alumnos, evitando presentar estas cuestiones como algoritmos ya dados.</i></p>

Problemas que se resuelven a partir de las relaciones implícadas en el teorema de Tales.	
<p>La noción de triángulos semejantes. Relación de semejanza entre un triángulo dado y el que se obtiene al trazar una paralela a uno de los lados.</p> <p>Base media de un triángulo. Criterios de semejanza de triángulos. Relación entre las áreas de triángulos semejantes. Razón.</p> <p>Intersección de las medianas de un triángulo.</p>	<p><i>El caso particular de las bases medias de un triángulo permite la formulación de un conocimiento que puede constituirse en punto de apoyo para la elaboración de nuevas propiedades.</i></p> <p><i>Para el estudio de la semejanza de figuras es posible plantear problemas que hagan necesaria la consideración de una figura semejante para obtener información sobre una figura dada.</i></p>

Unidad 2: Posiciones relativas de una recta y una circunferencia. Ángulos inscritos	
Contenidos	Alcances y comentarios
Rectas tangentes, secantes y exteriores. Caracterización de la recta tangente. Construcción de la recta tangente a una circunferencia por un punto dado.	<i>El concepto de recta tangente es un concepto central en matemática y se propone su tratamiento en relación a la circunferencia, pues en este caso se puede dar una definición precisa sin apelar al cálculo infinitesimal: una recta es tangente a una circunferencia si se corta con él en un único punto.</i>
Ángulos inscritos en una semicircunferencia. Ángulos inscritos en un arco de circunferencia y relación con el ángulo central correspondiente.	<i>La relación entre un ángulo inscrito en una circunferencia y el ángulo central correspondiente es propicia para la exploración y formulación de conjeturas; la validación de las mismas se puede apoyar en un caso particular: aquel en que un lado del ángulo inscrito pase por el centro de la circunferencia.</i>
Longitud de la circunferencia y área del círculo. Estudio de la variación del área en función de la variación del radio.	<i>El estudio de la variación del área del círculo en función de la variación del radio se propone como una situación que se modeliza con una función cuadrática.</i>

Estadística y probabilidades	
Contenidos	Alcances y comentarios
Problemas que modelizan fenómenos aleatorios. Características de los sucesos seguros, sucesos probables, sucesos imposibles. Asignación de probabilidad a un suceso. Definición clásica de probabilidad.	<i>Se propone comenzar un trabajo con problemas que permitan distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son, así como un primer acercamiento a los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad.</i>
La probabilidad como un número perteneciente al intervalo [0-1]. Sucesos equiprobables.	<i>El trabajo con probabilidad permite revisar el concepto de fracción desde otra perspectiva.</i>

## Objetivos

- Producir y analizar fórmulas que surgen al generalizar tipos de problemas de combinatoria.
- Formular y validar conjeturas usando las propiedades de las operaciones y las relaciones de orden en el campo de los números racionales.
- Reconocer la existencia de situaciones que no admiten ser resueltas utilizando los números racionales.
- Aproximar números reales y raíces cuadradas usando la calculadora.
- Resolver problemas lineales que se modelizan usando ecuaciones con dos o más variables que comprendan:
  - la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución;
  - la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución;
  - el recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si ciertos números son solución de la ecuación;
  - establecer relaciones entre resolución gráfica y algebraica.
- Modelizar situaciones mediante sistemas de ecuaciones que impliquen:
  - comprender la noción de sistemas equivalentes y operar vía sistemas equivalentes para resolver algebraicamente un sistema;
  - coordinar las informaciones que resulten de un tratamiento algebraico, de la representación cartesiana y del contexto en el que se plantea el problema que el sistema modeliza.
- Resolver problemas que se modelizan usando la función cuadrática y la ecuación de segundo grado, considerando el comportamiento del gráfico y la expresión algebraica más pertinente.
- Resolver problemas que se modelizan usando la función polinómica, considerando el comportamiento del gráfico y la expresión algebraica más pertinente.
- Usar las relaciones que surgen a partir del teorema de Thales y los criterios de semejanza de triángulos y polígonos, para hallar nuevas relaciones entre longitudes y áreas y para realizar construcciones.
- Resolver problemas que requieran el uso y el trazado de la recta tangente a una circunferencia por un punto dado.
- Resolver problemas que modelizan fenómenos aleatorios.
- Disponer de recursos que permitan determinar la probabilidad de que ocurra un fenómeno.

# Cuarto año

## Presentación

Al igual que en los años anteriores, cuarto año conserva el trabajo en los diferentes ejes: Número y álgebra, Funciones y álgebra, Geometría y medida, Estadística y probabilidades.

El trabajo utilizando fórmulas con números naturales propone que los alumnos identifiquen la idea de factorial y número combinatorio como recursos para resolver problemas de conteo. Por otro lado, se propicia una profundización del trabajo con números reales, de modo tal de lograr identificarlos en la recta, incluyendo la idea de intervalos y valor absoluto como condiciones sobre distancias.

Los alumnos podrán identificar características de sucesiones numéricas a partir del estudio de ciertas regularidades, recurriendo a las fórmulas para su tratamiento y habilitando una primera aproximación a la idea de límite.

Se propone, también, la adquisición de herramientas que permitan estudiar procesos que crecen o decrecen de manera exponencial o logarítmica, apelando al estudio de las funciones que los modelizan e identificando que dichos procesos son inversos. Las ecuaciones exponenciales y logarítmicas serán parte del estudio de estos procesos.

A partir de los teoremas de Pitágoras y de Thales, se propicia que los alumnos identifiquen las relaciones trigonométricas y que las usen para resolver diferentes tipos de situaciones.

Finalmente, se espera que los alumnos puedan desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, a partir de la idea de sucesos y el cálculo de la probabilidad.

## Contenidos

NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Números naturales	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Problemas de conteo. Uso del factorial de un número y del número combinatorio.</b></p> <p><b>Estudio de algunas propiedades. El recurso algebraico para validarlas.</b></p>	<p><i>A partir del trabajo desarrollado con los alumnos, el docente podrá destacar aquellos procedimientos de resolución que aseguren la exhaustividad y el papel que juegan las representaciones con las cuales se intenta organizar el conteo de la colección. Asimismo resulta importante identificar estas representaciones con las relaciones multiplicativas.</i></p> <p><i>Por otro lado, se podrán distinguir las características, en el marco de los problemas resueltos, de aquellos problemas en los cuales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>se pueden repetir o no los elementos de la colección.</i></li> <li>• <i>interesa o no el orden de los elementos de la colección.</i></li> </ul> <p><i>Finalmente, se busca avanzar en el tratamiento de fórmulas vinculadas con los procesos de conteo.</i></p>
Unidad 2: Números reales	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Distancia de un número real al 0.</b></p>	<p><i>Se intentará proponer a los alumnos situaciones que pongan en evidencia la idea de distancia entre números y distancia entre un número y el 0. Por otro lado, el trabajo con situaciones que promueva el establecimiento de condiciones para que un número esté a cierta distancia del 0 favorecerá el tratamiento de expresiones algebraicas sencillas. Una vez más, no se apunta a resolver ecuaciones con módulo, sino más bien a aprender a leer la información que portan tales expresiones para tomar decisiones.</i></p>
<p><b>Uso de la recta numérica para estudiar condiciones para que dos números se encuentren a una cierta distancia.</b></p> <p><b>Intervalos de números reales.</b></p>	<p><i>Pensar este trabajo apoyado tanto en la recta numérica como en el gráfico de la función módulo contribuirá al tratamiento de estas cuestiones.</i></p>
Unidad 3: Sucesiones	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Identificación de regularidades en sucesiones.</b></p>	<p><i>Este ítem intenta recuperar el trabajo desarrollado tanto con números naturales como racionales en cuanto a la determinación de regularidades y la explicitación del modo en que se genera una sucesión. No solo apoyado en los ejemplos que se proponen, sino por las características de los elementos de la sucesión.</i></p>
<p><b>Producción de fórmulas de progresiones aritméticas y geométricas.</b></p>	<p><i>Una vez más, se trata de involucrar a los alumnos en la producción de fórmulas que den cuenta de ciertas regularidades. Se intenta que el trabajo con las sucesiones permita avanzar en el dominio de las expresiones algebraicas, y que el trabajo con expresiones algebraicas contribuya a aprender más sobre el funcionamiento de las sucesiones.</i></p>

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Uso de la fórmula para determinar alguno de los elementos o la razón de una progresión.</p> <p>Suma de los elementos de una progresión.</p>	<p><i>Los aspectos mencionados anteriormente deberían conducir a la manipulación de las fórmulas, de modo de avanzar en la complejidad del tratamiento de las sucesiones.</i></p>
<p>Aproximación de números reales por sucesiones de racionales.</p> <p>Noción intuitiva de límite.</p>	<p><i>Las sucesiones de racionales son un terreno fértil para abordar nuevamente, algunas relaciones que permiten comprender mejor el campo de los números reales. Se propone que sólo se presenten algunos ejemplos (e, <math>\pi</math>, 2), y no que se aborde como objeto de estudio en toda su complejidad.</i></p>

## FUNCIONES Y ÁLGEBRA

### Unidad 1: Función exponencial y logarítmica

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Problemas que involucren el estudio de procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial, discretos y continuos.</p>	<p><i>Es esperable que, como producto del trabajo vinculado con la resolución de problemas que involucran el estudio de procesos que crecen y decrecen, se puedan producir fórmulas asociadas a este tipo de funciones y recuperar el trabajo de producción de fórmulas iniciado con los números naturales en 1º año y continuado en el tratamiento de cada tipo de función. Para tal fin, se podría recurrir, por ejemplo, a situaciones de crecimiento y decrecimiento de poblaciones y esperanza de vida; análisis de la idea de capitalización e interés compuesto; amortización; devaluación e indexación; situaciones de desintegración de sustancias radiactivas, etcétera.</i></p>
<p>La función exponencial como modelo para estudiar los procesos: gráficos y fórmulas Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa.</p> <p>Uso de computadora para estudiar el comportamiento de una función exponencial.</p>	<p><i>El estudio de los diferentes procesos, la modelización de dichas situaciones apelando a la función exponencial, el estudio del comportamiento de la función exponencial, la elaboración de gráficos, las relaciones entre las variaciones de la fórmula y las variaciones del gráfico y el análisis de los corrimientos del gráfico podrán ser un contexto propicio para analizar algunas propiedades. Por ejemplo, ¿Por qué, los gráficos de <math>f(x) = 9 \cdot 3^x</math> y el de <math>g(x) = 3^{x+2}</math> son iguales? Es decir, se espera que las propiedades surjan como parte del estudio de la función.</i></p> <p><i>El estudio de esta función involucrará también una nueva mirada sobre la idea de asíntota, que se trató con la proporcionalidad inversa.</i></p>
<p>La función logaritmo como inversa de la exponencial. Gráfico y fórmulas.</p> <p>Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa. Relaciones entre el gráfico exponencial y logarítmico.</p>	<p><i>El mismo tipo de trabajo se propone al analizar las características de la función logaritmo, incluyendo en este caso la relación inversa entre exponencial y logaritmo.</i></p>



Contenidos	Alcances y comentarios
Estudio de funciones logarítmicas y exponenciales: positividad, negatividad, ceros, crecimiento, decrecimiento en el contexto de los problemas que modelizan. Asíntotas.	<i>Es esperable que para desarrollar el trabajo propuesto, los alumnos recurran a la calculadora para conocer valores de logaritmos y exponenciales, para lo cual es imperioso brindar la información necesaria para que puedan trabajar con esta herramienta.</i>
Análisis de propiedades de exponentes y logaritmos. Problemas que se modelicen mediante ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Aproximación a la resolución gráfica.	<i>A partir del trabajo desplegado con las funciones exponenciales y logarítmicas, se propone la entrada a la resolución de ecuaciones, conservando el soporte gráfico y funcional para el tratamiento de dichas ecuaciones. Se espera que los alumnos puedan revisar, a la luz de problemas que se modelizan mediante ecuaciones, aquellas propiedades que han comenzado a ser estudiadas desde la perspectiva funcional.</i>

## GEOMETRÍA Y MEDIDA

### Unidad 1: Razones trigonométricas

Contenidos	Alcances y comentarios
Las relaciones trigonométricas en un triángulo.  Seno y coseno de triángulos rectángulos.  Tangente.  Resolución de triángulos rectángulos.  Extensión de seno, coseno y tangente a cualquier ángulo.  Teoremas del seno y del coseno.  Condiciones de existencia de un triángulo rectángulo.	<i>La aplicación del teorema de Thales al estudio de las relaciones entre las medidas de los segmentos que se determinan cuando un triángulo rectángulo es cortado por una recta paralela a los lados permite el abordaje de las razones trigonométricas. Es parte del tratamiento que se espera la exploración del hecho de que, si bien las medidas que constituyen las razones trigonométricas se definen a partir de los elementos de un triángulo rectángulo, las razones que se obtienen dependen únicamente de los valores del ángulo. Recuperando el teorema de Pitágoras estudiado en primer año, se podrá incluir en este estudio la propiedad de que para todo ángulo <math>a</math>, <math>\text{sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1</math>.</i>

### Estadística y probabilidades

Contenidos	Alcances y comentarios
Sucesos mutuamente excluyentes.  Sucesos independientes; probabilidad compuesta.  Dificultad en determinar sucesos independientes; probabilidad condicional.	<i>Se espera poder desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, cuidando de considerar situaciones en las cuales se elijan las variables de manera tal de obtener resultados fiables.</i>

## Objetivos

- Producir fórmulas para modelizar problemas de combinatoria y validarlas usando recursos algebraicos.
- Producir e interpretar información sobre la recta numérica en términos de distancias entre números.
- Usar fórmulas para modelizar regularidades de sucesiones numéricas y analizar su comportamiento.
- Resolver problemas que se modelizan usando la función exponencial y logarítmica considerando el comportamiento del gráfico y la expresión algebraica más pertinente.
- Resolver problemas que se modelicen mediante ecuaciones exponenciales y logarítmicas analizando los gráficos, las expresiones algebraicas y la idea de función inversa.
- Identificar y usar relaciones trigonométricas para resolver problemas que vinculen lados y ángulos de figuras.
- Usar de manera pertinente los conceptos asociados a la probabilidad como para obtener resultados fiables.





# Quinto año

## Presentación

La organización de los contenidos para 5° año lleva implícita la idea de hacer que los alumnos trabajen con problemas que integren diferentes ramas de la matemática y también de otras disciplinas. En este sentido, la geometría analítica se revela como un espacio donde se integran las funciones y el álgebra como herramientas de modelización para resolver cuestiones de geometría.

También se propone en este año integrar los conocimientos de probabilidades y estadística que se vienen estudiando en años anteriores, incorporando la combinatoria, estudiada en 4° año, como herramienta de modelización. Esta es una de las razones por las que no se incluyen temas nuevos del bloque Números y álgebra.

El trabajo con las funciones trigonométricas también permite integrar conocimientos de geometría y funciones, y propone la utilización de la calculadora para el estudio de las funciones trigonométricas como objeto matemático.

## Contenidos

NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Modelización de problemas numéricos	
Contenidos	Alcances y comentarios
Expresiones algebraicas y propiedades de las operaciones en diversos campos numéricos.	<p>Se trata de proponer a los alumnos diferentes tipos de problemas que permitan explorar con valores correspondientes a diferentes campos numéricos, elaborar conjeturas que adquieran carácter general y poder validarlas apelando a las propiedades de números y operaciones. Este trabajo debería demandar la producción y el tratamiento de expresiones algebraicas o fórmulas.</p> <p>Por ejemplo, estudiar a modo de introducción ciertos aspectos de los restos de la división (congruencia) o bien profundizar sobre el estudio de la divisibilidad y los números primos.</p>

FUNCIONES Y ÁLGEBRA	
Unidad 1: Función trigonométrica	
Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Distintas definiciones de ángulo y diferentes maneras de notarlo.</p> <p>Distintas formas y sistemas para medir ángulos.</p>	<p>Se propone en este punto recuperar el trabajo realizado el año anterior en relación a las medidas de los ángulos y a las ideas de seno y coseno en los ángulos para extenderlas a una concepción funcional de estas nociones.</p>
<p>Problemas en contextos matemáticos y extramatemáticos que se resuelven usando las funciones trigonométricas.</p> <p>El comportamiento de las funciones trigonométricas. Uso de la computadora.</p> <p>Revisión de las relaciones trigonométricas definidas para los ángulos agudos.</p> <p>Las funciones <math>\text{sen}(x)</math> y <math>\text{cos}(x)</math> para todo número real.</p> <p>Extensión de la relación pitagórica. Representación gráfica.</p> <p>Estudio de las funciones <math>\text{sen}(x)</math> y <math>\text{cos}(x)</math>. Periodicidad, ceros, imagen. Intervalos de positividad y negatividad.</p>	<p>Del mismo modo que se propone para el trabajo con otras funciones, se espera que la resolución de diferentes tipos de situaciones (por ejemplo ondas sonoras, rotación de motores y en general estudio de situaciones cíclicas), dé lugar a la presentación de las funciones trigonométricas. Es conveniente que este trabajo se despliegue con la calculadora, para lo cual se deberá ofrecer suficiente información para que los alumnos puedan utilizarla.</p> <p>El trabajo con las funciones trigonométricas incorpora una cuestión bastante novedosa: el estudio de amplitudes y frecuencias; y sería interesante que se aborde el reconocimiento de la relación entre la expresión o fórmulas de la función y estas ideas. En particular, poder anticipar cómo varía la amplitud y la frecuencia si cambia la fórmula de la función. El uso de recursos informáticos podría favorecer el estudio del comportamiento de este tipo de funciones.</p>

<p>Estudio de las variaciones de la amplitud y frecuencia.</p> <p>La función <math>\text{tg}(x)</math>. Representación gráfica. Periodicidad, ceros, imagen. Intervalos de positividad y negatividad, dominio, asíntotas.</p>	
<p>Problemas que se modelicen mediante ecuaciones trigonométricas.</p>	<p><i>A la luz del trabajo con funciones trigonométricas es posible proponer situaciones que permitan hacer aparecer las ecuaciones como modelos pertinentes para resolver problemas. Es esperable que los alumnos puedan recurrir a sus conocimientos sobre estas funciones para tratar las ecuaciones, en términos de conjunto de condiciones, lo que abriría la puerta a la propuesta del trabajo con identidades.</i></p>

## Unidad 2: Modelización usando funciones

Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Modelizar matemáticamente situaciones apelando a las funciones estudiadas durante estos años para anticipar resultados, estudiar comportamientos, etcétera.</b></p>	<p><i>Se trata de proponer a los alumnos diferentes situaciones que puedan ser tratadas desde modelos funcionales diversos, sin anticipar de qué tipo de función se trata. Se espera que los alumnos puedan identificar en tales situaciones ciertas regularidades y que encuentren modos de representarlas, apelando a las funciones más pertinentes según la situación de que se trate.</i></p> <p><i>Se busca que los alumnos se enfrenten con algunos problemas que pueden ser modelizados usando y combinando funciones ya trabajadas. El acento podría ponerse en el estudio de procesos que impliquen definir variables, producir fórmulas, elaborar gráficos, etcétera. Estas situaciones pueden provenir de interrogantes planteados por el docente. Por ejemplo: ¿qué quiere decir una propaganda de leche, cuando dice que contiene menos de 50.000 bacterias? Otro ejemplo puede ser proponer el estudio de la producción y propagación del sonido.</i></p> <p><i>Este tipo de situaciones requiere buscar información pertinente, que aporte al proceso de modelización, ya que los conocimientos matemáticos no serán suficientes.</i></p>

## GEOMETRÍA Y MEDIDA

### Unidad 1: Nociones de geometría analítica

Contenidos	Alcances y comentarios
<p><b>Producción de expresiones algebraicas para modelizar relaciones entre puntos del plano cartesiano.</b></p>	<p><i>Se trata de volver a estudiar los mismos objetos, pero con herramientas algebraicas.</i></p>
<p><b>Uso del teorema de Pitágoras para elaborar la fórmula de la distancia entre dos puntos en el plano coordenado y la ecuación de la circunferencia.</b></p>	<p><i>El teorema de Pitágoras se usa para elaborar la fórmula de la distancia entre dos puntos y la ecuación de la circunferencia.</i></p>

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Distancia de un punto a una recta. Intersección entre circunferencia y una recta. Solución gráfica y analítica. Análisis de la cantidad de soluciones.</p> <p>Ecuación del círculo y de la parábola.</p>	

### Estadística y probabilidades

Contenidos	Alcances y comentarios
<p>Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.</p> <p>Análisis de la frecuencia relativa. Representación gráfica. Escalas. Variable aleatoria. Distribución normal.</p> <p>Dispersión, varianza, desvío estándar.</p> <p>Uso de la computadora como herramienta en la estadística.</p>	<p><i>Se trata de que los alumnos puedan apelar a conocimientos de combinatoria para resolver problemas.</i></p> <p><i>Por otra parte, se intenta que los alumnos identifiquen abusos y falacias en el uso de la estadística, producidos por la manipulación de la información y las formas de representación.</i></p>

## Objetivos

- Utilizar recursos algebraicos para decidir sobre la validez de propiedades numéricas y para producir, formular y validar conjeturas relativas a los números naturales, enteros, racionales y reales.
- Resolver problemas que se modelizan usando la función trigonométrica considerando el comportamiento del gráfico y la expresión algebraica más pertinente.
- Recurrir a cualquiera de los modelos funcionales para poder estudiar ciertos procesos.
- Utilizar ciertas técnicas de trabajo para obtener resultados de los procesos estudiados.
- Contrastar dichos resultados con los procesos que se tratan para identificar su pertinencia.
- Comparar procesos a partir de los modelos seleccionados para representarlos.
- Reconocer que la posibilidad de modelizar matemáticamente mediante las funciones diferentes situaciones y procesos, permite estudiarlos con mayor profundidad y realizar inferencias y anticipaciones sostenidas en el modelo construido.
- Identificar la pertinencia de apelar al recurso algebraico para resolver problemas que involucran puntos en el plano y diferentes figuras geométricas.
- Disponer de recursos que permitan determinar la probabilidad de que ocurra un fenómeno y utilizar estos resultados para abordar problemas estadísticos.



Se terminó de imprimir en ..... de 2009  
en ....., Ciudad Autónoma de Buenos Aires.







NIVEL MEDIO

Aportes para el desarrollo curricular



escuelas