

DISEÑO CURRICULAR

MATEMÁTICA

PRIMERO A QUINTO AÑO

Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa | Gerencia Operativa de Currículum
Texto incluido en **Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria**
de la Ciudad de Buenos Aires. **Ciclo Básico** y **Ciclo Orientado del Bachillerato**. 2015



MATEMÁTICA

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

PRESENTACIÓN

PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

PRIMER AÑO

SEGUNDO AÑO

ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

NUEVA ESCUELA SECUNDARIA
DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

OBJETIVOS

Al egresar de la escuela secundaria se espera que los estudiantes hayan tenido experiencias de trabajo en el aula que les permitan:

- Utilizar recursos algebraicos para decidir sobre la validez de propiedades numéricas y para producir, formular y validar conjeturas relativas a los números naturales, enteros, racionales y reales, considerando el sentido que adquiere cada uno de ellos y las regularidades que es posible establecer.
- Apelar a recursos algebraicos para modelizar diferentes tipos de problemas aceptando la conveniencia de establecer convenciones para las escrituras y los modos de validar los resultados o afirmaciones producidos.
- Disponer de diferentes modos de representar relaciones entre variables, incluyendo el recurso informático, coordinando las informaciones en función del marco que se seleccione (algebraico, aritmético, geométrico, etc.) y el contexto en el que se plantea el problema que se estudia.
- Recurrir a los diferentes modelos funcionales (lineal, cuadrático, exponencial, polinómico, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones y sistemas de ecuaciones asociados para poder estudiar procesos de cambio, apelando a técnicas de trabajo que permitan obtener resultados de tales procesos y contrastarlos para identificar su pertinencia, estableciendo similitudes y diferencias entre los distintos modelos.
- Comprender que los objetos de la geometría (figuras, cuerpos, ángulos, puntos, planos, etc.) no pertenecen al espacio físico real, sino a un espacio conceptualizado y que la exploración, recurriendo a diferentes dibujos, favorecen la formulación de conjeturas.
- Recurrir a propiedades de las figuras o a expresiones algebraicas para resolver diversos tipos de problemas geométricos y de medida (construir figuras a partir de ciertos datos, analizar las variaciones del área de una figura y/o el volumen de un cuerpo en función de la variación de alguno de sus elementos, etc.) y enunciar afirmaciones y validarlas.
- Encontrar la forma más pertinente para comunicar o interpretar datos –incluyendo recursos informáticos–, comprendiendo que la elección de un modo de organizar y representar la información intenta poner de relieve ciertos aspectos o bien ocultar otros; posibilitando el desarrollo de inferencias, cuidando de considerar situaciones en las cuales se elijan las variables de manera tal de obtener resultados fiables.
- Disponer de recursos que permitan determinar la probabilidad de que ocurra un fenómeno aleatorio y utilizar estos resultados para abordar problemas estadísticos.
- Valorar el intercambio entre pares como medio para producir soluciones a los problemas, validar las respuestas obtenidas y las relaciones matemáticas elaboradas.

CONTENIDOS TRONCALES

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Producción de fórmulas que permitan calcular el paso n de un proceso que cumple una cierta regularidad o que surgen de generalizar problemas de conteo. Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas. El uso del recurso algebraico para validarlas.
- Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales y enteros. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.
- Diferentes representaciones de números (naturales, racionales y reales) en la recta numérica. Identificación de segmentos conmensurables.
- Las operaciones y sus sentidos en los diferentes campos numéricos. El recurso algebraico para formular y validar conjeturas que involucren sus propiedades y el orden en cada conjunto numérico. Propiedades que se preservan y propiedades que se modifican en función de cada campo numérico. Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.
- Identificación de números que no se pueden expresar como cocientes de enteros. Representación de números de la forma \sqrt{n} en la recta numérica. Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora para tratar con potencias y raíces.

- Distancia de un número real al 0. Uso de la recta numérica para estudiar condiciones para que dos números se encuentren a una cierta distancia. Intervalos de números reales.
- Identificación de regularidades en sucesiones. Producción de fórmulas de progresiones aritméticas y geométricas. Uso de la fórmula para determinar alguno de los elementos o la razón de una progresión. Suma de los elementos de una progresión.
- Aproximación de números reales por sucesiones de racionales. Noción intuitiva de límite.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

- Interpretación y producción de gráficos cartesianos que representan relaciones entre variables recurriendo, en caso de ser conveniente, al uso de recursos informáticos. Inferencia de información a partir de la lectura de gráficos.
- Funciones dadas en diferentes representaciones, incluyendo recursos informáticos. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas.
- Análisis de procesos que demanden el uso de modelos funcionales (lineal, cuadrático, polinómico, exponencial, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones asociadas. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.
- Estudio del comportamiento de cada modelo funcional (raíces, vértices, crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad, asíntotas, etc.). Uso de recursos informáticos. Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de sus fórmulas y viceversa.

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

- Estudio comparativo del comportamiento de cada modelo funcional. Uso de recursos informáticos.
- Modelización matemática de situaciones apelando a las funciones para anticipar resultados, estudiar comportamientos, etc.
- Estudio del comportamiento de algunas funciones que resultan de combinar funciones trascendentes. Situaciones que ponen en juego la continuidad y discontinuidad.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

- Construcciones de figuras a partir de ciertos datos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción. Explicación de las propiedades que fundamentan las construcciones.
- Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de figuras. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia.
- Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas. Perímetro y área de figuras. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.
- Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo. Problemas que se resuelven vía la relación de Pitágoras.

- La noción de semejanza. Teorema de Tales. Base media. Criterios de semejanza de triángulos. Relación entre las áreas de triángulos semejantes. Razón.
- Recta tangente a una circunferencia por un punto dado. Ángulos inscritos en una semicircunferencia. Ángulos inscritos en un arco de circunferencia y relación con el ángulo central correspondiente. Longitud de la circunferencia y área del círculo. Estudio de la variación del área en función de la variación del radio.
- Las relaciones trigonométricas en un triángulo. Seno y coseno de triángulos rectángulos. Tangente. Resolución de triángulos rectángulos. Extensión de seno, coseno y tangente a cualquier ángulo. Teoremas del seno y coseno.
- Producción de expresiones algebraicas para modelizar relaciones entre puntos del plano cartesiano. Distancia entre dos puntos en el plano coordenado y la ecuación de la circunferencia. Distancia de un punto a una recta. Intersección entre circunferencia y una recta. Solución gráfica y analítica. Análisis de la cantidad de soluciones. Ecuación del círculo y de la parábola.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

- Recolección y organización de datos para realizar inferencias y comprender posibles relaciones entre ellos. Elaboración de tablas de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Medidas. Uso de la computadora como herramienta en la estadística. Resolución de problemas que modelizan fenómenos aleatorios.

- Características de los sucesos seguros, sucesos probables, sucesos imposibles. Asignación de probabilidad a un suceso. Definición clásica de probabilidad. La probabilidad como un número perteneciente al intervalo $[0, 1]$. Sucesos equiprobables. Sucesos mutuamente excluyentes. Sucesos independientes; probabilidad compuesta. Dificultad en determinar sucesos independientes: probabilidad condicional. Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Análisis de la frecuencia relativa. Representación gráfica. Escalas. Variable aleatoria. Distribución normal. Dispersión, varianza, desvío estándar.



MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

La enseñanza de la matemática en la escuela secundaria enfrenta el desafío de presentar a los estudiantes una serie de transformaciones esenciales con relación a los conocimientos matemáticos que han sido trabajados en la escuela primaria. Esto plantea un juego delicado de rupturas y articulaciones: los estudiantes deberán renunciar a muchas de las elaboraciones realizadas durante sus años previos, al tiempo que deberán apoyarse en sus prácticas anteriores para producir las modificaciones que los nuevos desafíos les demandarán.

Una idea central consiste en *construir un modelo matemático* de la realidad (matemática o extramatemática) que se quiere estudiar y trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. La actividad de modelización matemática³ supone la toma de múltiples decisiones: cuáles son las relaciones relevantes sobre las que se va a operar, cuáles son los símbolos que se van a utilizar para representarlas, cuáles son los elementos en los que apoyarse para aceptar la razonabilidad del modelo que se está usando, cuáles son las propiedades que justifican las operaciones que se realicen, cómo reinterpretar los resultados de esas operaciones en el problema.

Otra de las transformaciones esenciales en este nivel de la escolaridad es el tratamiento de lo general, así como la comprensión de qué es un proceso de generalización.⁴ Esta perspectiva supone un juego entre lo particular y lo general que no puede reducirse a hacer surgir lo general solo a partir de muchos ejemplos particulares.

Ocuparse de estos asuntos conlleva considerar el problema del pasaje del trabajo aritmético al trabajo algebraico, lo que involucra un juego entre el uso de los números y las operaciones y el recurso a las expresiones algebraicas en sus diversos sentidos.

Trabajar en álgebra elemental desde la perspectiva que se plantea supone mucho más que la manipulación de los símbolos. El álgebra puede pensarse como un tipo de práctica, como una manera de abordar, como una forma de pensar; en suma, como una cierta racionalidad, diferente de la racionalidad aritmética. En este sentido es posible identificar distintas funciones del álgebra⁵ y se propone una enseñanza que apunte a ponerlas en juego: el álgebra como instrumento para conocer propiedades sobre los números, para resolver problemas extramatemáticos en los que hay que reconocer una o más condiciones sobre una o más variables, para modelizar procesos a través de funciones y para representar relaciones geométricas.

También caracteriza a este nivel el desarrollo del razonamiento deductivo.⁶ Se sostiene el criterio de encontrar situaciones en las que los estudiantes se vean en la necesidad de producir argumentos deductivos, apoyándose en los conocimientos que ya poseen. Será necesario proponer problemas que evidencien algunas reglas: varios ejemplos no son suficientes para probar la validez de una propiedad, un contraejemplo sirve para descartar la validez de una propiedad, etc.

Por otro lado, los progresos en la producción de argumentos deductivos se instalan en las interacciones entre los estudiantes y con el docente. En la medida

³ Sadosky, P. (2005)

⁴ Brousseau (1986); Sessa, C. (2005)

⁵ Chevallard, Y. (1985); Barallobres, G. (2000)

⁶ Balacheff, N. (1987-2000); Barallobres, G. (2004)

en que demostrar para convencer a otros supone un medio para alentar a los estudiantes a la producción de pruebas, se buscarán condiciones que hagan propicio el debate en la clase acerca de la validez de diferentes proposiciones vinculadas a distintas áreas del conocimiento matemático.

La materia Matemática se organiza en el ciclo básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.

En el eje **Números y álgebra** se pretende que los estudiantes profundicen sus conocimientos sobre los distintos conjuntos numéricos. Se priorizarán el trabajo sobre el cálculo mental, la estimación, la producción de estrategias particulares de cálculo y el uso de la calculadora como medios de hacer que los estudiantes pongan en funcionamiento las propiedades de las operaciones y produzcan argumentos que validen sus producciones.

El trabajo sobre los conjuntos numéricos también contemplará la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que componen cada una de las operaciones. Parte de este trabajo estará imbricado con el trabajo algebraico, en la medida en que se espera que los estudiantes lleguen a concebir las herramientas algebraicas como instrumentos que contribuyen a la producción de conocimientos sobre los números. Este trabajo busca que los estudiantes recorran el camino que les permita abordar el tratamiento de lo general, aspecto que caracteriza a las propiedades de las operaciones.

Una opción fundamental de esta propuesta es que los aspectos más algorítmicos del funcionamiento algebraico se aborden junto al funcionamiento de las

herramientas algebraicas como instrumentos de modelización intra o extramatemática.

En el eje **Funciones y álgebra** se propone una aproximación al estudio de funciones a partir de los gráficos, como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego, en lugar de un tratamiento conjuntista. La resolución de problemas vinculados a procesos que varían, a partir de las representaciones gráficas, precederá cualquier definición formal del concepto de función.

Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana, y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto.

El inicio del trabajo con ecuaciones e inecuaciones se plantea a partir del trabajo con las funciones. Más precisamente, como condiciones sobre una o más funciones. Pero sería aprisionar el trabajo sobre ecuaciones pretender que todo se conciba de esa manera. Por eso, si bien la entrada a las ecuaciones se realiza por medio de las funciones, luego se deberán tratar problemas que se resuelvan a través de ecuaciones y en los que el contexto funcional no esté tan en primer plano. Este tipo de trabajo se plantea para todas las funciones que se aborden en los tres niveles.

El eje **Geometría y medida** tiene como objetivo prioritario la producción, por parte de los estudiantes, de argumentaciones deductivas. Es decir, se pretende que la profundización del estudio de las figuras y de los cuerpos se desarrolle a través de actividades que impliquen la puesta en funcionamiento de propiedades,



ya sea como medio para anticipar y establecer la necesidad de ciertos resultados, como también para la elaboración de nuevas propiedades, relaciones y conceptos. De esta manera, los objetos con los que se trabaja han sido seleccionados en función de favorecer la entrada de los estudiantes en este tipo de trabajo.

La presentación de los contenidos en el eje **Estadística y probabilidades** intenta transmitir la idea de que el abordaje de la estadística involucra conceptos y modos de trabajo propios, que no son exactamente iguales a los de otros ejes de trabajo matemático: no es determinista, interviene el azar, la inferencia estadística es una forma de razonar.

Se espera que los estudiantes puedan reconocer la importancia del tratamiento de la información y reconozcan algunas de las características que presentan las representaciones mediante las cuales se organiza y presenta dicha información.

La enseñanza de la estadística es un espacio privilegiado para el uso de programas de informática. El trabajo con probabilidades pone el centro en actividades que lleven a distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son, y utilizar los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad, para luego avanzar sobre el concepto de probabilidad y las ventajas de poder asignarle una medida.

Finalmente, no se espera que los ejes de contenidos sean abordados necesariamente en el orden presentado en la especificación propia de cada año. Es posible plantear distintos recorridos. Por ejemplo: iniciar el trabajo con el eje de números naturales, continuar con geometría, retornar a los números, abordar algunos aspectos de las funciones, u otros caminos posibles.

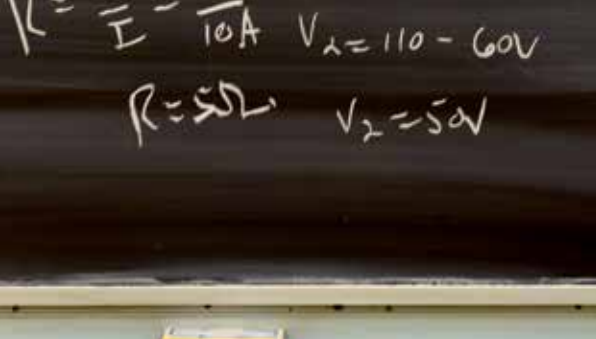
PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

- Proponer situaciones problemáticas que promuevan en los estudiantes la cooperación con sus pares, la aceptación del error, la descentración del propio punto de vista, la capacidad de escuchar al otro, la responsabilidad personal y grupal.
- Ofrecer a los estudiantes las experiencias necesarias que les permitan comprender la modelización como un aspecto fundamental de la actividad matemática, y conceptualizar las características inherentes al proceso de modelizar.
- Proponer situaciones problemáticas que ofrezcan la oportunidad de coordinar diferentes formas de representación, favoreciendo que los estudiantes puedan usar unas como medio de producción y de control del trabajo sobre otras.
- Ayudar a los estudiantes a distinguir continuidades y rupturas que suponen el pasaje de prácticas aritméticas a prácticas algebraicas, reconociendo los límites de los conocimientos aritméticos para abordar ciertos problemas, pero siendo capaces de utilizarlos como punto de apoyo.
- Desarrollar situaciones de enseñanza que permitan tratar con lo general, brindando la oportunidad de explorar relaciones; conjeturar acerca de la validez o no de propiedades; producir pruebas a partir de los conocimientos que se posean y determinar el dominio de validez de las mismas.
- Generar condiciones que permitan a los estudiantes entrar en prácticas de argumentación basadas en conocimientos matemáticos, acercándose a la demostración deductiva.



La materia Matemática se organiza en el ciclo básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.





PRIMER AÑO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar primer año, los estudiantes serán capaces de:

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes y obtener nueva información y producir argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.
- Usar los números enteros para modelizar diferentes tipos de situaciones, comparando las diferencias de funcionamiento con los naturales.
- Usar los números racionales para resolver problemas de medida y de proporcionalidad identificando las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros.
- Usar expresiones algebraicas para estudiar el funcionamiento de los diferentes campos numéricos y sus operaciones.
- Realizar un tratamiento con gráficos que contemple: el análisis de condiciones que hacen posible anticipar, interpolar y extraer información referida a otras variables; la obtención del gráfico de otro proceso a partir de un gráfico dado; la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.
- Modelizar problemas de encuentro mediante ecuaciones de primer grado apelando a las relaciones entre ecuación lineal, función lineal y gráfico de la recta.
- Comprender las construcciones como actividades que se planifican, apoyándose en propiedades de las figuras. Construir rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás.
- Identificar cuándo una colección de datos determina unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros con regla y compás, y cuándo la construcción es imposible.
- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos.
- Conocer la relación pitagórica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y disponer de ella para la resolución de diferentes situaciones.
- Interpretar el significado de los datos representados por medio de diferentes gráficos y encontrar la forma más pertinente para comunicarlos.
- Valorar el trabajo colaborativo como productor de relaciones matemáticas así como de la posibilidad de validarlas.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Números Naturales</p> <p>Fórmulas en N: Producción de fórmulas que permitan calcular el paso n de un proceso que cumple una cierta regularidad.</p> <p>Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas.</p> <p>Validación a través de las propiedades de las operaciones aritméticas: uso de propiedad distributiva y de factor común.</p> <p>Propiedades ligadas a la divisibilidad en N.</p>	<p>Numerosas situaciones admiten representaciones o escrituras matemáticas, por medio de expresiones algebraicas que no son únicas.</p> <p>Se podrán estudiar algunas técnicas necesarias para el trabajo algebraico, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilización de paréntesis para indicar prioridad de operaciones con expresiones algebraicas. • Suma de expresiones algebraicas sencillas, como $3x + 5x$. • Multiplicación de expresiones algebraicas sencillas por naturales. La propiedad distributiva en expresiones del tipo $4(n-1) = 4n - 4$. • Sacar factor común como inversa de la propiedad distributiva. <p>Se podrá proponer el estudio de relaciones entre cantidades asociadas a la divisibilidad, por ejemplo la suma de dos múltiplos, si un número es múltiplo de otro y este de un tercero, el primero es múltiplo del tercero, etc. Este tipo de situaciones resulta un lugar pertinente para volver sobre las propiedades de las operaciones.</p>
<p>Unidad 2: Números Enteros</p> <p>Números enteros a partir de diferentes contextos y la resta de números naturales.</p> <p>Representación de números enteros en la recta numérica. Orden.</p> <p>Adición y sustracción. Multiplicación de números enteros</p> <p>Relaciones entre adición, multiplicación, orden y distancias en la recta numérica.</p> <p>Determinación del dominio de validez de relaciones de orden a partir de las propiedades de las operaciones y la interpretación de expresiones algebraicas.</p> <p>Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.</p>	<p>Los diferentes contextos se conciben como punto de apoyo para otorgar una primera significación a algunas de las operaciones en el conjunto de números enteros.</p> <p>Los contextos de dentro de la matemática son una herramienta para trabajar a nivel más formal. Por ejemplo, la conservación de la propiedad distributiva se propone como punto de apoyo para la introducción de la regla de los signos.</p> <p>El trabajo de la relación de orden en Z incluye la comparación con lo que sucede en naturales: algunas propiedades se mantienen y otras se pierden. Por ejemplo, en naturales, los estudiantes saben que un número a es mayor que otro número b si a se encuentra a la derecha de b y también si está más alejado del cero que b.</p> <p>Para estudiar las relaciones entre orden y operaciones se propone utilizar la recta: si $a < b$ estudiar la ubicación en la recta de $a + c$ y $b + c$ y de $a \cdot c$ y $b \cdot c$ para valores positivos y negativos de c.</p> <p>A medida que se va trabajando con los números enteros y sus operaciones, interesa abordar de manera simultánea el trabajo algebraico ya iniciado en el campo de los números naturales.</p> <p>Respecto de los cálculos combinados, interesa centrar la atención en la jerarquización de las operaciones y el uso del paréntesis para resolver diferentes problemáticas (expresar un enunciado mediante un único cálculo, introducir un cálculo en una calculadora que no separa en términos, etc.).</p> <p>No se trata de resolver ejercicios de "suprimir paréntesis".</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 3: Números Racionales positivos</p> <p>Diferentes sentidos de las fracciones: medida y proporción.</p> <p>La recta numérica como contexto del sentido medida.</p> <p>Segmentos conmensurables.</p> <p>El orden en \mathbb{Q}.</p> <p>Relación entre escritura fraccionaria y escritura decimal.</p> <p>Operaciones con fracciones: la multiplicación en los contextos de área y de proporcionalidad.</p> <p>Potenciación y radicación en \mathbb{Q}. Potencias de exponente natural y entero. Potenciación y orden. La tecla $\sqrt{\quad}$ en la calculadora.</p>	<p>Se propone enfrentar a los estudiantes con distintos problemas donde se deban determinar diferentes medidas que resulten ser números fraccionarios. Es decir, poner en evidencia la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder medir. Es esperable que los estudiantes trabajen con respuestas exactas con números racionales y respuestas aproximadas con expresiones decimales. Será parte del trabajo poner en evidencia las diferencias entre racionales y decimales.</p> <p>En relación con la proporcionalidad se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de una sustancia, semejanza, velocidad, etc.) que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números y en los que las fracciones puedan funcionar como constante de proporcionalidad. Es decir como un "operador" que transforma una cantidad de una magnitud en su correspondiente de otra magnitud, mediante la multiplicación.</p> <p>Tanto en situaciones de medición como de proporcionalidad, la demanda de comparación entre dos razones favorece la elaboración de criterios de comparación de números racionales, apoyados en el contexto de cada problema. Se propone también la escritura de algunas fórmulas que representen relaciones de proporcionalidad así como relaciones entre medidas, de manera tal de avanzar en el trabajo algebraico iniciado con números naturales y con los enteros.</p> <p>Algunos aspectos del trabajo en torno al orden en \mathbb{Q} se trataron al considerar las fracciones en el contenido anterior. Este trabajo podrá profundizarse buscando diferentes recursos, cada vez más económicos, que permitan comparar fracciones, entre ellos, la búsqueda de fracciones equivalentes. El recurso de la recta numérica será un soporte válido a la hora de avanzar en las técnicas de comparación. Se propone que la búsqueda de fracciones entre dos fracciones dadas inicie el recorrido hacia la idea de densidad que será tratado con mayor profundidad en segundo año.</p> <p>Se espera que los estudiantes puedan revisar la estructura de la notación decimal para los racionales, identificando las relaciones de valor entre las diferentes posiciones (10 centésimos equivalen a 1 décimo, 10 milésimos a un centésimo, etc.). Se busca también que a partir del análisis de la escritura decimal, los estudiantes puedan explicar por qué el multiplicar o dividir por una potencia de 10 produce el efecto de correr la coma.</p> <p>Por otro lado se propone que los estudiantes, a partir de un trabajo de búsqueda, puedan identificar condiciones para que una fracción admita expresión decimal periódica o finita. Específicamente se espera que los estudiantes puedan formular que todo número racional admite una escritura decimal finita o periódica; es finita cuando el número puede representarse por una fracción irreducible cuyo denominador solo admite como factores potencias de dos y de cinco.</p> <p>Algunos aspectos del trabajo con la multiplicación deberían haber sido tratados en el contexto de la proporcionalidad, propuesto anteriormente. En este punto se intenta aportar sentido al uso y la producción del algoritmo de multiplicación de fracciones a partir de la resolución de los problemas que involucren áreas de rectángulos.</p> <p>Por otro lado, se intentará poner en discusión los cambios que sufren las operaciones al pasar de los números naturales a los números racionales. El funcionamiento de los números racionales supone rupturas con relación al de los números naturales y enteros; especialmente en las operaciones y en particular en la multiplicación.</p> <p>En este sentido se espera que los estudiantes después de este trabajo lleguen a comprender que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La multiplicación no puede ser pensada como la abreviatura de una suma (salvo en casos de algún factor entero). • Hay una ruptura en relación a la multiplicación y el orden: no siempre la multiplicación de fracciones da por resultados productos mayores que sus factores. • Dados dos números racionales distintos de cero, siempre es posible pasar de uno a otro a través de la multiplicación de uno de ellos por un tercer número racional.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Aproximación a las funciones a través de gráficos</p> <p>Gráficos cartesianos: interpretación y producción. Lecturas directas de los gráficos. Inferencia de información a partir de la lectura del gráfico. Limitaciones de los gráficos para representar un fenómeno. Identificación de las variables que se relacionan y análisis de la variación de una, en función de la otra. Imagen inversa de un punto usando como apoyo las representaciones gráficas. Funciones dadas por tablas de valores. La relación entre tabla y gráfico cartesiano para situaciones de dominio continuo y dominio discreto. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas. Problemas de encuentro usando como apoyo las representaciones gráficas.</p>	<p>Se propone una aproximación al estudio de funciones sin “pasar” por relaciones entre conjuntos finitos, privilegiando una entrada a partir de la interpretación y producción de gráficos como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego. La resolución de problemas vinculados a procesos a partir de las representaciones gráficas precederá cualquier definición formal del concepto de función.</p> <p>Los gráficos permiten manipular ciertas ideas referidas a conceptos que no están completamente definidos (por ejemplo, la noción de crecimiento, extremos, etc.) y pueden dar lugar a un análisis cualitativo de los procesos que representan.</p> <p>Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Sin embargo, se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto. Este análisis global debe comprender, entre otras cuestiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • la explicitación de condiciones sobre el proceso que se estudia, que permitan hacer interpolaciones y extrapolaciones a partir del gráfico; • el análisis del comportamiento de otras variables que no están representadas en el gráfico pero acerca de las cuales se puede obtener información a partir del mismo; • la comparación de la velocidad de crecimiento de diferentes procesos correspondientes a una misma situación, lineal o no; • la comparación de la velocidad de crecimiento de un proceso en diferentes intervalos.
<p>Unidad 2: Iniciación al estudio de la función lineal</p> <p>Análisis de procesos que crecen o decrecen uniformemente. Procesos lineales discretos y procesos continuos, fórmula para describirlos.</p> <p>La función lineal como modelizadora de situaciones de crecimiento uniforme.</p> <p>La noción de pendiente y ordenada al origen en el gráfico de las funciones.</p> <p>Diferenciación entre crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional.</p>	<p>Se trata de caracterizar los fenómenos lineales mediante un análisis comparativo de diferentes problemas, algunos de ellos que describan procesos de crecimiento uniforme y otro que no. Posteriormente se buscará expresar dichos fenómenos por fórmulas lineales en la variable independiente, del tipo $f(x) = a x + b$, donde a y b son dos números reales cualesquiera e interpretar dichos parámetros en función del contexto de trabajo. La fórmula correspondiente a una determinada situación será estudiada como una “síntesis” de la situación que permite representarla y obtener diferentes pares de valores. Se propone hacer énfasis en que la fórmula supone una cierta elección de unidades para las magnitudes que se relacionan y que, la misma situación con otra elección de unidades “llevaría” a una fórmula diferente. Se trata de trabajar con situaciones que permitan identificar globalmente las características del gráfico de las funciones lineales, haciendo corresponder el crecimiento uniforme con el dibujo de una recta y separando esto de otros tipos de gráficos posibles.</p> <p>La proporcionalidad directa será estudiada como caso particular de la función lineal. Se trabajarán diferentes situaciones de proporcionalidad directa en las que se vinculan magnitudes de la misma naturaleza (escalas, porcentajes) y de diferente naturaleza (densidad, velocidad, etc.). A través de los problemas se propondrán distintos tipos de tareas: hallar elementos del conjunto de llegada, hallar elementos del conjunto de partida; hallar la constante de proporcionalidad dados uno o varios pares que se corresponden, comparar dos situaciones de proporcionalidad que vinculan el mismo tipo de magnitudes estando estas expresadas en las mismas o en distintas unidades; obtener la fórmula a partir de varios pares de elementos que se corresponden, obtener la fórmula a partir de un único par de elementos que se corresponden y la información de que se trata de una situación de proporcionalidad directa, decidir si una relación dada es de proporcionalidad directa, identificando las condiciones que llevan a tomar la decisión.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores.</p> <p>Problemas que demanden la producción de un modelo algebraico de situaciones lineales.</p> <p>Aproximación gráfica a la solución de ecuaciones lineales con una variable que surgen de diferentes problemas.</p>	<p>Se propone como parte del trabajo con fórmulas de funciones lineales, “aprovechar” para tratar acá algunas de las fórmulas trabajadas en la unidad 1 del eje Números y álgebra dando esta vez un tratamiento más funcional e incorporando la representación gráfica.</p> <p>El inicio a ecuaciones se plantea a partir de funciones y el cálculo de la imagen inversa de un valor del dominio. Se proponen los problemas de encuentro como un medio fértil para abordar el estudio de las ecuaciones. Se trata de que los estudiantes aproximen las soluciones por medio de la lectura de los puntos de intersección de rectas en el registro de los gráficos cartesianos.</p> <p>El tema de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita comienza en primer año pero se aborda en toda su complejidad recién en segundo. Para este primer abordaje se propone la representación gráfica de la o las situaciones involucradas como herramienta para la obtención de una solución aproximada. Algebraicamente se espera que los estudiantes puedan resolver ecuaciones sencillas.</p>

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Construcción de triángulos</p> <p>Construcciones de figuras que incluyan circunferencias y círculos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras apelando a la idea de equidistancias.</p> <p>Construcción de triángulos dados dos y tres elementos, a partir de la definición de circunferencia. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción.</p> <p>Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de triángulos. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia de triángulos.</p> <p>Perímetro y área de triángulos. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</p>	<p>Como resultado del trabajo de construcción que se propone, se espera que los estudiantes tengan dominio del uso de instrumentos y dispongan de la definición de circunferencia, requisitos necesarios para entender y justificar las construcciones de triángulos y cuadriláteros.</p> <p>Las actividades de construcción de triángulos tienen por objeto la producción de nuevas propiedades de las figuras, necesarias para argumentaciones posteriores. La manipulación con los instrumentos para la realización de los dibujos debe ir acompañada de un cierto grado de anticipación.</p> <p>Las primeras construcciones apuntan a la puesta en escena de criterios de congruencia de triángulos. En un primer momento se acepta el uso de regla graduada y transportador y la medición como criterio válido para construir ángulos y segmentos congruentes.</p> <p>El enunciado de criterios de igualdad de triángulos se propone a partir del trabajo de construcciones realizado y de la discusión acerca de la existencia y unicidad.</p> <p>Para decidir la existencia y unicidad de la solución en los distintos casos de congruencia, se esperan justificaciones que se apoyen en la visualización y en la intuición. Una vez establecidos criterios de congruencia de triángulos, podrán justificarse las construcciones con regla no graduada y compás.</p> <p>Se trata de volver sobre las ideas de perímetro y área pero en este caso consideradas variables avanzando en el tratamiento de expresiones algebraicas.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 2: Teorema de Pitágoras y aplicaciones</p> <p>El teorema para un triángulo rectángulo isósceles: relación entre el área de un cuadrado y el área del cuadrado construido sobre su diagonal. Relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo isósceles: existencia de números no racionales. Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo, a partir de las áreas de los cuadrados y triángulos. El caso general del teorema.</p>	<p>Hay muchas demostraciones del Teorema de Pitágoras que resultan factibles de un tratamiento en la clase en este nivel de la escolaridad. Una herramienta podrá ser recurrir a la comparación de áreas y la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que se ponen en juego en la fórmula.</p> <p>Se trata de que los estudiantes resuelvan algunos problemas que ponen en juego la relación establecida en el teorema.</p>
<p>Unidad 3: Construcciones con regla no graduada y compás</p> <p>La mediatriz de un segmento, propiedades y construcción. Rectas paralelas y perpendiculares. Construcción de ángulos congruentes y la bisectriz de un ángulo. Construcción de paralelogramos a partir de distintos elementos: lados ángulos diagonales y alturas. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones. Estudio de la congruencia entre pares de ángulos determinados por dos paralelas y una transversal, a partir de las propiedades del paralelogramo.</p>	<p>La fundamentación de construcciones clásicas con regla no graduada y compás, como la de mediatriz y bisectriz son herramientas para provocar en los estudiantes la necesidad de argumentar. Para asegurar la validez de las construcciones realizadas, los criterios de igualdad de triángulos, entre otras propiedades, serán un apoyo.</p>

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Lectura e interpretación de gráficos que aparecen en medios de comunicación. Comparación y análisis de diferentes representaciones gráficas, ventajas de unas sobre otras. Análisis y uso de la media y el modo para describir los datos en estudio. Necesidad de definir la población y la muestra. Identificación de variables.</p>	<p>Se trata de que los estudiantes reconozcan diferentes maneras en que la información puede ser presentada: tablas de frecuencias, gráficos, tortas, etc. y puedan “leer” la información que presentan.</p> <p>Se espera que los estudiantes, en el marco del tratamiento de la información, puedan establecer comparaciones entre las diferentes configuraciones con que se presentan los datos. Esto permitirá reconocer las ventajas y desventajas de cada una de ellas y las intenciones de su elección, es decir qué intenta “destacar” y qué “ocultar”. Por otro lado, en el marco del análisis de representaciones y organizaciones de datos, es posible comenzar a identificar la presencia de diferentes variables que dan lugar a análisis diversos de la información.</p>

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática, primer año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Uso de diferentes registros y representaciones y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función de los problemas que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Uso de la carpeta como registro de aquello que el estudiante considera como central del trabajo que se va desarrollando: reflexiones sobre algunos problemas y sus procedimientos de resolución, identificación de errores y sus correcciones, establecimiento de pistas sobre las particularidades de los problemas que se trataron, etc.)
- Comparación entre la propuesta de un libro de texto y los registros de la carpeta o el pizarrón.
- Comparación entre procedimientos de resolución de un mismo problema al recurrir a medios informáticos o calculadora y el uso de lápiz y papel.

SEGUNDO AÑO



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar segundo año, los estudiantes serán capaces de:

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.
- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.
- Recurrir a relaciones entre escritura decimal y fraccionaria para resolver problemas que involucren la densidad en el campo de los números racionales.
- Comprender el funcionamiento de la potenciación y la radicación a través de la utilización de las propiedades y el uso de diferentes tipos de calculadoras.
- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones, inecuaciones, y sistemas de ecuaciones considerando la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución, la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución y apelando al recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números, es solución de la ecuación.
- Establecer relaciones entre resolución gráfica y algebraica.
- Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa.
- Comparar áreas de diferentes figuras sin recurrir a la medida.
- Recurrir a las expresiones algebraicas para analizar las variaciones del área de una figura en función de la variación de alguno de sus elementos.
- Apelar al Teorema de Tales para resolver diferentes tipos de problemas.
- Comprender que la elección de un modo de organizar y representar la información pone de relieve ciertos aspectos y oculta otros.
- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central, como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.
- Valorar el intercambio entre pares como promotor del establecimiento de relaciones matemáticas y del establecimiento de la validez de los resultados y propiedades elaboradas.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Números Naturales. Combinatoria</p> <p>Producción de fórmulas para contar. El diagrama de árbol como recurso para contar de manera exhaustiva. Estructura multiplicativa en problemas de conteo. Problemas en los que no se distingue el orden de los elementos.</p>	<p>Se propone ampliar el significado de “contar” usando los números naturales; se busca que los estudiantes encuentren estrategias para resolver problemas que requieren contar exhaustivamente. Se espera que se utilice el diagrama de árbol como una representación adaptada a estos problemas y que se reconozca la estructura multiplicativa de los mismos.</p> <p>No es un objetivo la utilización de las fórmulas de combinatoria sino la producción de estrategias de solución. Interesa destacar aquellos procedimientos de resolución que aseguren la exhaustividad y el papel que juegan las representaciones con las cuales se intenta organizar el conteo de la colección. Las fórmulas serán construidas por los estudiantes a partir de la generalización propuesta en un problema, continuando con la actividad iniciada en álgebra en primer año.</p>
<p>Unidad 2: Números Enteros</p> <p>Divisibilidad. Las nociones de múltiplo y divisor. Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales. La noción de número primo. Múltiplos y divisores en \mathbb{Z}. Análisis de la validez de enunciado. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.</p>	<p>El trabajo con el concepto de divisibilidad busca, en primer lugar recuperar las conceptualizaciones alcanzadas con relación a múltiplos y divisores con números naturales abordadas en la escuela primaria, pudiendo extender a los enteros las características más trascendentes.</p> <p>También se trata de introducir el álgebra como herramienta para conocer propiedades de las operaciones. Los problemas que se presenten a los estudiantes podrán proponer la puesta en juego del trabajo algebraico.</p>
<p>Unidad 3: Números Racionales</p> <p>La propiedad de densidad. Aproximación de números racionales por números decimales. Estimación de resultados de problemas que involucran racionales. Producción de diferentes recursos de cálculo. Estimación del error producido por el redondeo o el truncamiento. Uso de calculadora. Regularidades en colecciones de números racionales. Fórmulas para modelizarlas. Potenciación y radicación en \mathbb{Q}.</p>	<p>En este punto se propone que los problemas propuestos a los estudiantes recuperen la idea de que la fracción $1/n$ es aquella parte que iterada n veces equivale al entero y que la fracción m/n es aquella parte que contiene m veces a $1/n$. Se intentará establecer que para medir una cantidad A con otra B, en algunas situaciones es conveniente iterar ambas hasta encontrar que un múltiplo de una de las dos se iguala con algún otro múltiplo de la otra: es la idea de conmensuración para establecer la razón entre dos cantidades. Es decir se tratará de determinar la medida de un segmento considerando otro como unidad. La medida obtenida deberá resultar ser un número racional. La idea que se debería poner en juego en estos problemas es que “si m veces un segmento a es igual a n veces un segmento b, a tiene una medida racional si se considera b como unidad, y viceversa.”</p> <p>Se propone identificar la existencia de estrategias alternativas para comparar y operar con números racionales, además de la estrategia habitual de reducción a común denominador (en el caso de escritura fraccionaria) y de analizar en qué casos resulta más conveniente cada una.</p> <p>Con el soporte de la recta numérica y de las relaciones entre fracciones y decimales se espera comparar los naturales con los racionales teniendo en cuenta:</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Notación científica de números decimales. La notación a p/q. Valor aproximado de una raíz cuadrada: existencia de números irracionales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • en el conjunto de los números naturales, todo subconjunto tiene primer elemento (en el conjunto de números racionales no se cumple esta propiedad). • un número natural tiene siempre un siguiente y un número racional no. • los números naturales no son densos y los racionales sí. • los números decimales (los que tienen una escritura decimal finita) también son densos. • los números del visor de la calculadora, las fracciones con denominador fijo o los decimales de tres cifras, no forman conjuntos densos. • se puede aproximar un número racional por uno decimal tan próximo como se quiera. • En cuanto al trabajo sobre estimación, se propone discutir diferentes criterios a partir de los cuales se establece el intervalo al que pertenece un número cuya aproximación se conoce. Se reflexionará sobre las “distancias” entre el conjunto de los racionales y el de los decimales de la calculadora, indagando en el funcionamiento de diferentes calculadoras. <p>El trabajo con regularidades recupera lo propuesto en primer año con naturales o con divisibilidad, volviendo sobre expresiones algebraicas y propiedades de las operaciones.</p> <p>Se propone trabajar principalmente los aspectos conceptuales de la potenciación, sus propiedades, y no en la realización de cálculos muy complejos. Las propiedades de la potenciación servirán como un recurso para comparar, sin necesidad de realizar todas las cuentas.</p> <p>Un aspecto que podría ser tratado es el problema de cómo escribir un número decimal de diferentes maneras, usando potencias de diez. Entre estas maneras puede ser identificada la “notación científica”, que es la utilizada por la calculadora para números grandes.</p> <p>Además de las definiciones y propiedades elementales de la potenciación, interesa identificar, entre otras, las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sea $0 < a < 1$. Si n es natural, $a^n < 1$. Si n es un entero negativo, $a^n > 1$. • Sea $a > 1$. Si n es natural, $a^n > 1$. Si n es un entero negativo, $a^n < 1$. <p>Un tipo de problemas que se propone tratar es el que involucra la búsqueda de dos cuadrados consecutivos entre los cuales se encuentre un número. Estas situaciones apuntan al encuadramiento, en términos de aproximaciones a las raíces cuadradas, apoyado en la calculadora.</p> <p>Se propone a su vez que las situaciones permitan poner en debate reglas que apunten a una conceptualización de la potenciación y la raíz. No se propone un trabajo de cálculos para la aplicación de reglas memorizadas.</p>

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Función lineal</p> <p>Revisión de la noción de función lineal como modelo de variación constante. Identificación de puntos que pertenecen al gráfico de la función. Problemas que se modelizan con funciones lineales con una variable. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.</p>	<p>Se propone el estudio de la propiedad fundamental de las funciones lineales ($x/Dy = \text{constante}$) como característica de la forma “recta”. El concepto de pendiente requiere un trabajo en tres niveles: ¿cómo y dónde aparece en la fórmula de las funciones? ¿Qué relación tiene con el aspecto del dibujo de la recta (es una medida de la inclinación de la misma)? ¿Cuál es el sentido que adquiere en cada uno de los contextos de los problemas modelizados con funciones lineales?</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 2: Ecuación de la recta</p> <p>Resolución de problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con dos variables. Ecuación de la recta. Pendiente. Rectas paralelas y perpendiculares. Producción de la representación gráfica y de la ecuación de una recta a partir de ciertos datos: dos puntos cualesquiera, un punto y la pendiente, los puntos donde corta a los ejes. Problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con una incógnita. Ecuación lineal a una variable. Ecuaciones equivalentes y conjunto solución. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución. Resolución de ecuaciones que involucren transformaciones algebraicas. Inecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas que se modelizan por una inecuación lineal. Representación en la recta numérica de las soluciones de una inecuación lineal con una incógnita.</p>	<p>Se propone que el trabajo implique la resolución de problemas en contextos de manera de avanzar en la idea de modelización mediante una ecuación con dos variables pero que incorporen restricciones de manera de resultar un conjunto finito de pares como solución. El tratamiento de conjuntos infinitos implica una complejidad con la cual los estudiantes deben enfrentarse. Hay una complejidad para describir las soluciones de una ecuación y también si se quisiera probar alguna propiedad que debiera cumplir ese conjunto. La representación gráfica del conjunto de pares que conforman la solución de una ecuación lineal con dos variables, permitirá considerarla como "ecuación de una recta". En particular obliga a una revisión del concepto de pendiente. La discusión y análisis acerca de cómo determinar la ecuación de una recta que pase por dos puntos, o que pase por un punto y tenga una cierta pendiente enriquece la conceptualización de recta. Es por eso que en este punto se busca recuperar cuestiones tratadas en la unidad anterior. Se aspira a que las ecuaciones lineales sean presentadas a partir del trabajo con funciones, en la búsqueda de aquellos valores de la variable independiente donde la función tome un cierto valor predeterminado. Plantear problemas para los cuales las ecuaciones que los modelizan tengan única solución, infinitas soluciones o no tengan solución y discutir acerca de sus semejanzas y diferencias, podrían contribuir a una mejor conceptualización de la ecuación lineal con una variable y del papel que juegan las letras allí. Se propone que la ecuación no sea solamente una "igualdad con incógnita" sino la expresión de una condición sobre un conjunto de números que tiene asociada un conjunto solución. En ese sentido, las ecuaciones sin solución y las ecuaciones con infinitas soluciones deben ser tratadas en igualdad de condiciones y no como casos "raros". La noción de ecuación equivalente y la discusión acerca de distintas operaciones que dejan invariante el conjunto solución deben estar incluidas en el trabajo en torno al tratamiento de las ecuaciones. Se propone el tratamiento de inecuaciones con una variable pero no se pretende avanzar en problemas de mucha complejidad técnica en estos rubros. Es posible apelar a las representaciones gráficas para proponer una forma de resolución.</p>
<p>Unidad 3: Función de proporcionalidad inversa</p> <p>Problemas que se modelizan con funciones de proporcionalidad inversa. Estudio de la función $1/x$. Corrimientos. Asíntotas.</p>	<p>Se propone que los estudiantes puedan tratar con problemas que pongan en funcionamiento relaciones de proporcionalidad inversa, puedan avanzar en el trabajo con fórmulas y gráficos así como estudiar las relaciones entre la variación del gráfico y la variación de la fórmula en términos de corrimientos. Es un lugar propicio para iniciar una exploración de la idea de asíntota considerando un dominio apropiado de definición.</p>

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Unidad 1: Áreas de triángulos y cuadriláteros</p> <p>Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas.</p>	<p>Se trata de utilizar la noción de área como magnitud. La técnica de comparación de áreas permite dar un nuevo sentido a las fórmulas para calcular el área de triángulos, rombos y paralelogramos a partir de la del rectángulo. La comparación de áreas usando los elementos de las figuras permite el estudio de las relaciones que se dan al variar estos.</p> <p>Se propone hacer un estudio de la misma problemática desde el punto de vista funcional.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Perímetro y área de cuadriláteros. Variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</p>	
<p>Unidad 2: Construcción de cuadriláteros</p> <p>Construcción de cuadriláteros en función de los elementos que lo componen (lados, ángulos, diagonales, etc.). Análisis de soluciones posibles a partir de los datos. Discusión de posibles "criterios de congruencia" para cuadriláteros y comparación con los criterios construidos para triángulos. Construcción de cuadriláteros dados tres o cuatro elementos. Condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.</p>	<p>Los estudiantes deben aprender que las construcciones de triángulos constituyen un punto de apoyo para las construcciones de polígonos en general. La construcción de posibles criterios de igualdad para cuadriláteros se trabaja en relación con los criterios de igualdad para triángulos. La discusión con los estudiantes de preguntas como ¿es cierto que si dos cuadriláteros tienen sus cuatro lados iguales son iguales?, permite re trabajar el conocimiento acerca de los cuadriláteros, y volver a dar sentido a los criterios construidos para triángulos. Se propone tomar como punto de apoyo las propiedades de los paralelogramos para las relaciones entre ángulos formados por dos paralelas que se cortan por una secante. No se plantea la memorización de los nombres " alternos internos, externos, conjugados, etc.", sino la elaboración por parte de los estudiantes de las relaciones entre los distintos ángulos.</p>
<p>Unidad 3: Teorema de Tales</p> <p>Construcción de figuras semejantes y criterios de semejanza entre triángulos. Teorema de Tales. División de un segmento en partes iguales como recurso para representar números racionales en la recta numérica.</p>	<p>El Teorema de Tales podrá ser presentado a partir de la construcción de figuras semejantes y de las condiciones que hace posible la semejanza entre triángulos. Una demostración del teorema accesible se basa en la fórmula del cálculo del área de un triángulo. A partir de ella se deduce que, si dos triángulos tienen alturas iguales, la razón entre sus áreas es igual a la razón entre sus bases. El problema de la partición de un segmento en n partes iguales puede ser planteado a los estudiantes, evitando presentar estas cuestiones como algoritmos ya dados.</p>

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Situaciones que requieren la recolección y organización de datos. Tabla de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Promedio, moda y mediana. Introducción a la idea de desvío. Uso de la computadora como herramienta en la estadística.</p>	<p>En primer término se plantea un trabajo relacionado con la recolección de datos. Se trata de promover un análisis en torno a las características que deben poseer las situaciones que ameriten tal recolección: para qué se buscan datos, de dónde es pertinente extraerlos, mediante qué herramientas es posible recabar la información que se precisa, etc. En segundo término se plantea un trabajo con problemas que demandan la búsqueda y el análisis de medidas de tendencia central. Se espera que los estudiantes sean capaces de reconocer la pertinencia o no de utilizarlas como representantes de una muestra, en función de lo que se trata de averiguar o informar. Identificar las "falacias" o los abusos de la estadística, implica reconocer que las representaciones gráficas pueden ser elaboradas a partir de escalas convenientes o elegir una medida que no sea la medida más representativa, o elegir variables de manera tal de obtener resultados no del todo fiables. Se recurrirá siempre que sea posible a trabajar con los estudiantes, la configuración de gráficos recurriendo a la computadora.</p>

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática, segundo año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Evocación de problemas resueltos a lo largo de un cierto período de tiempo en función de establecer similitudes y diferencias entre ellos y sus procedimientos de resolución.
- Uso de diferentes registros y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función con la tarea que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Elaboración de criterios para la producción de una síntesis sobre un aspecto de un contenido en particular con diferentes finalidades: contarle a un compañero, estudiar para una prueba, etc.
- Establecimiento de criterios para la elaboración de una prueba escrita (tipo de problemas que se incluiría, consideraciones para la corrección, etc.).
- Producción de explicaciones de ciertos temas a sus compañeros.
- Establecimiento de relaciones entre conceptos que, en principio, parecieran no tenerla. Por ejemplo, entre el estudio de la variación del área de una figura en función de la variación de la base o altura y la idea de función.
- Identificación de problemas que no se pueden resolver con un concepto que se está trabajando.
- Elaboración de un índice de temas –a modo de un libro– a partir del tratamiento de un contenido o varios a lo largo de un conjunto de clases.
- Resolución de un mismo problema en diferentes marcos: algebraico, geométrico, analítico, con y sin computadora y comparación de los procedimientos utilizados y las relaciones o propiedades que sostienen cada una de las estrategias de resolución.
- Lectura de alguna demostración de un teorema de un libro de texto –por ejemplo el Teorema de Tales– y debate acerca de las particularidades del proceso de demostración.

ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

Se sugiere que cada profesor desarrolle un programa de evaluación.

Un programa de evaluación es una estructura compuesta por distintas instancias e instrumentos de evaluación, que permiten evaluar aprendizajes diversos y atienden a los diferentes propósitos de la evaluación.

El programa de evaluación debe diseñarse a partir de los objetivos anuales de la asignatura.

La evaluación se orienta a la mejora de los procesos de aprendizaje y de enseñanza y brinda información a estudiantes y docentes para tomar decisiones orientadas a la mejora continua.

El diseño de un programa de evaluación debe contemplar las siguientes características:

- Incluir al menos tres instancias de evaluación por alumno por trimestre y/o cuatrimestre.
- Contemplar la evaluación de distintos tipos de aprendizaje (conocimientos, procedimientos, habilidades, actitudes, etcétera).
- Contemplar la evaluación del proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- Incluir situaciones de evaluación de inicio, formativa y final.

- Promover la utilización de diversas propuestas de evaluación (pruebas escritas y orales, pruebas de desempeño, producciones, coloquios, portfolios, análisis de casos, matrices de valoración).

El diseño del programa debe atender a aquellas cuestiones o aspectos priorizados en el marco de la enseñanza. En este sentido, resulta importante introducir la reflexión a propósito del trabajo personal y el estudio independiente como tareas propias del estudiante que la escuela tiene la responsabilidad de planificar, promover y ayudar a organizar.

“El estudio es hoy el eslabón perdido entre una enseñanza que parece querer controlar todo el proceso didáctico y un aprendizaje cada vez más debilitado por la exigencia de que se produzca como una consecuencia inmediata, casi instantánea, de la enseñanza. Pretendemos restituir el estudio al lugar que le corresponde: el corazón del proyecto educativo de nuestra sociedad. (...) Proponemos considerar la educación de manera más amplia como un proyecto de estudio cuyos principales protagonistas son los estudiantes. El profesor dirige el estudio, el alumno estudia.”³

³ Yves Chevallard, Marianna Bosch, Joseph Gascón (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, Horsori.

Sostenemos, como los autores citados, que:⁴

- el aprendizaje no es la consecuencia inmediata de la enseñanza;
- no hay aprendizaje sin un trabajo personal del estudiante, es decir, sin estudio;
- contribuir a la organización del estudio del estudiante debería ser parte del proyecto del profesor.

En la medida en que el estudio independiente de los alumnos no se incluya explícitamente en el proyecto de enseñanza, no se reflexiona acerca de la complejidad que este supone. El docente tiende a veces a considerar el estudio fuera de la clase como una actividad privada del alumno y acerca de la cual no tiene ninguna responsabilidad. A su vez, resulta difícil para los alumnos comprender la especificidad que adquiere el estudio en matemática –como también la tiene estudiar en cada una de las disciplinas–. Estudiar significa mucho más que resolver ejercicios de la carpeta o similares, aunque esta actividad está incluida en el estudio. Sabemos que estudiar un concepto involucra, entre otras cosas, relacionarlo con otros conceptos, identificar qué tipos de problemas se pueden resolver y cuáles no con esta herramienta, saber cuáles son los errores más comunes que se han cometido en la clase como parte de la producción y por qué. Como es sabido, cada disciplina tiene una especificidad en su quehacer, tiene formas particulares de producir, de comunicar y validar conocimientos. Estas formas específicas deben estar incluidas en el momento del estudio; es decir, el estudiante no puede estudiar desconociendo, por ejemplo, las

maneras de establecer la verdad en matemática. Estas formas específicas de producir conocimiento, de validarlo y de comunicarlo deben estar incluidas en el estudio del alumno. Estudiar supone, pues, resolver problemas, construir estrategias de validación, comunicar y confrontar con otros el trabajo producido y reflexionar sobre el propio aprendizaje.

La evaluación en la escuela puede ser pensada tanto para tener elementos relativos a la marcha de los aprendizajes de los estudiantes como para obtener información que permita tomar decisiones de manera más racional y fundamentada para mejorar la enseñanza. Una preocupación central en esta área es la fuerte tendencia que ha habido de catalogar a los estudiantes de “buenos” o “duros” en matemática. Esta distinción reposa sobre el supuesto de que la matemática es una disciplina para algunos que son rápidos, inteligentes, etc. Partimos, por el contrario, del supuesto de que todos los estudiantes pueden aprender matemática bajo ciertas condiciones didácticas. Sin duda, existen diferencias individuales entre los estudiantes, y pueden ser necesarias propuestas específicas que consideren alternativas en tiempos y modalidades, pero en el marco de las mismas finalidades y enfoque.

El desafío consiste en evaluar los progresos de cada alumno en relación con los conocimientos que él mismo tenía y en relación con lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo y ahora es evaluado. Es necesario dar nuevas y variadas oportunidades de aprender a quien no lo ha hecho todavía. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos de cada alumno con su propio punto de partida y no solamente con los conocimientos de los otros estudiantes. Aquello que un estudiante no ha logrado todavía puede lograrlo

⁴ Extraído de: *Apoyo a los alumnos de 1º año en los inicios del nivel medio. Documento N° 2*. Secretaría de Educación, G.C.A.B.A., 2000.

en otro momento. ¿Este estudiante progresa en dirección a aquello que se espera? ¿En qué medida lo que sabe ahora lo pone en mejores condiciones para seguir aprendiendo? ¿Cuáles son los problemas que ahora puede resolver y antes no? ¿Cómo han progresado sus procedimientos de resolución? ¿Ha incorporado nuevas formas de representación?

Si la evaluación permite reconocer una distancia entre los conocimientos de algunos estudiantes en relación con lo que se espera, la escuela tiene el compromiso de organizar una nueva enseñanza específicamente dirigida a que dichos estudiantes aprendan.

La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes no se reduce a evaluaciones individuales, escritas, sumativas. Los docentes utilizan diversas herramientas que permiten conocer la evolución de los aprendizajes de los estudiantes. Es importante diversificar las formas de evaluación en matemática incluyendo la observación de la clase, de la participación de los estudiantes en tareas grupales, del tipo de intervenciones y preguntas que despliegan, de los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, etcétera. De allí que el docente se podrá hacer otras preguntas tales como: ¿qué intervenciones realizan?, ¿cuáles son los errores que aparecen?, ¿qué procedimientos han utilizado? Un buen momento para tomar registro de dos o tres estudiantes por clase es la fase de resolución individual o grupal de las situaciones planteadas. Luego del momento de resolución, en algunas clases se procede a la comunicación de procedimientos y resultados, a su discusión y comparación. Es importante también observar y registrar las evoluciones de los estudiantes con respecto a estos aprendizajes vinculados al trabajo colectivo.

Partimos del supuesto de que el profesor no es el único que evalúa la marcha de los aprendizajes de los estudiantes. Creemos importante que los estudiantes también participen en la evaluación de lo realizado, tanto en tareas grupales como individuales. Para ello, es imprescindible que tomen conciencia de qué están aprendiendo. El trabajo colectivo y las intervenciones del docente dirigidas a que los estudiantes reconozcan qué es aquello que han aprendido luego de un conjunto de actividades favorecerán las reflexiones sobre el quehacer individual. Es decir, en la medida en que se supere la idea tan difundida de que la evaluación de la producción la hace otro (el profesor, el que sabe), será posible un compromiso de los estudiantes con la evaluación de sus aprendizajes.

PRIMER AÑO

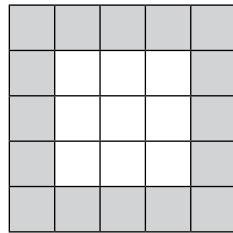
Para el diseño del programa de evaluación de Matemática para primer año, adquiere especial relevancia:

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes y obtener nueva información y producir argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.

Se espera que los estudiantes, frente a un problema que demande, por ejemplo, establecer una regularidad en una configuración, puedan identificar las variables en juego, las relaciones que entre ellas se puedan establecer, producir una escritura matemática que dé cuenta tanto de la relación entre las variables como de la regularidad que se ha podido

establecer. Por otro lado, se podrá indagar sobre la unicidad o no de la fórmula a partir de equivalencias entre expresiones diferentes que pudieran haberse elaborado. El contexto y las propiedades de los números y las operaciones servirán como recursos para validar lo producido. El siguiente problema sirve como ejemplo:

Este dibujo es un cuadrado formado por cuadraditos y tiene sombreado solamente el borde:



- ¿Cuántos cuadraditos hay sombreados en la figura?
- Calcular el número de cuadraditos sombreados en un cuadrado de 37 cuadraditos de lado.
- Intenten ahora encontrar una fórmula que permita determinar la cantidad de cuadraditos sombreados en función de la cantidad de cuadraditos que hay en cada lado del cuadrado.

- Usar los números racionales para resolver problemas de medida y de proporcionalidad identificando las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros.

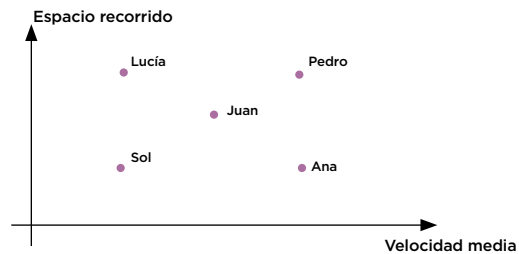
Se espera que los estudiantes puedan, en diferentes situaciones, identificar las fracciones como la herramienta más pertinente para representar una medida o una relación de proporcionalidad entre magnitudes. En este último caso se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de sustancias, semejanza, velocidad, etc.) que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números. Tanto las equivalencias como las propiedades de las fracciones resultarán insumos para dar cuenta de la validez de los resultados que se obtengan. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Para hacer jugo, se mezclan 9 vasos de agua con 4 vasos de jugo concentrado. Se quiere hacer un jugo que tenga el mismo gusto con 5 vasos de jugo concentrado. ¿Cuántos vasos de agua se deben usar? Si se ponen 8 vasos de agua, ¿cuántos de jugo concentrado se deben usar para conservar el gusto?

- Realizar un tratamiento con gráficos que contemple: el análisis de condiciones que hacen posible anticipar, interpolar y extraer información referida a otras variables; la obtención del gráfico de otro proceso a partir de un gráfico dado; la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.

Se espera que los estudiantes interpreten y analicen, a través de los gráficos, aspectos de las situaciones que estos representan. En particular, es importante que identifiquen cuáles son las variables que se relacionan y cómo varía una en función de la otra. Las situaciones de comparación de fenómenos a través de sus respectivos gráficos pueden contribuir a comprender las convenciones de la representación cartesiana. Es importante que los estudiantes analicen que se trata de representaciones y que, en tanto tales, muestran solo algunos aspectos de la realidad que se representa. En este sentido, será interesante discutir también cuáles son las cuestiones del fenómeno representado que no pueden conocerse a partir de la lectura del gráfico. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Termina una fiesta y cinco invitados salen al mismo tiempo. Cada uno fue directo a su casa en distintos transportes. A partir del siguiente gráfico, responde las preguntas abajo formuladas:



- ¿Quiénes viven más cerca?
- ¿Quiénes viajaron a mayor velocidad?
- ¿Quiénes llegaron primero?
- ¿Quiénes llegaron últimos?

- ¿Hay quienes llegaron al mismo tiempo?
- Marcar otro punto en el gráfico que represente a otra persona que llegó al mismo tiempo que las personas de tu respuesta en el punto anterior.
- Ordenar por orden de llegada.

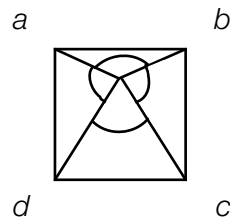
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa, comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.

Se trata de identificar, a partir de la resolución de diferentes tipos de situaciones, las diferencias entre los procesos que varían de forma proporcional de los que varían de manera constante pero no proporcional. En particular, se espera abordar el funcionamiento de las propiedades y sus manifestaciones en cada uno de estos modelos: ambos son rectas, una pasa por el origen y la otra no, el papel de la constante de proporcionalidad, las propiedades que se verifican en uno y otro modelo, etc. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

En la ciudad donde vive Julia C., el pago del servicio de luz tiene un costo fijo de \$60 al cual hay que agregarle \$1,50 por kW consumido. Julia ve que este mes consumió el doble de kW que el mes pasado y le comenta a su vecino que seguro que va a pagar el doble. El vecino, en cambio, afirma que va a pagar menos que el doble. ¿Tiene razón alguno de ellos? ¿Podés explicar por qué?

- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos. Apelar al Teorema de Pitágoras. Posteriormente al trabajo desplegado en torno a los triángulos y sus propiedades y a las relaciones entre ángulos, se espera que los estudiantes tengan la oportunidad de recurrir a dichas relaciones para resolver diferentes tipos de problemas. En particular, se trata de aquellos en los que se debe identificar la validez de ciertas afirmaciones, determinar las medidas de algunos de sus elementos, o algún otro tipo de tarea en la que no resulte posible establecerlos a partir del acto de medir. Al no poder medir, las relaciones que caracterizan a una figura y algunas de sus propiedades resultarán los insumos más pertinentes para dar cuenta de las soluciones que se buscan. A su vez, son estos mismos recursos los que garantizan la validez de las afirmaciones que se establezcan o resultados que se encuentren. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Sabiendo que $abcd$ es un cuadrado, y que el triángulo es equilátero, determinar las medidas de los ángulos señalados, sin medirlos.



SEGUNDO AÑO

Para el diseño del programa de evaluación de Matemática para segundo año, adquieren especial relevancia:

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.

Se trata de que los estudiantes elaboren o recurran a estrategias que permitan contar los elementos de una colección. A su vez, que puedan organizar toda la información de modo tal de garantizar la exhaustividad del conteo. En este punto, el diagrama de árbol es una representación adaptada a estos problemas y permite identificar la estructura multiplicativa de los mismos. No se busca que el único recurso sea el uso de fórmulas de combinatoria, sino que puedan convivir diferentes tipos de procedimientos de conteo. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

En una competencia en la que participan 4 personas (A, B, C, D),

- ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocuparse los tres primeros lugares?
- ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocuparse los tres primeros lugares si se sabe que A nunca sale primero?

- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.

Se trata de que los estudiantes apelen a la equivalencia entre sostener que “a es múltiplo de b” y sostener que “b es divisor de a” y, a su vez, que estas son equivalentes a realizar el cociente $a : b$ y obtener resto 0, de modo tal que los estudiantes puedan tratar con cuestiones sobre divisibilidad.

Por otro lado, interesa que los estudiantes puedan garantizar la validez de los resultados obtenidos en los problemas. Esta explicitación permitirá poner de manifiesto la necesidad de analizar la estructura de ciertos cálculos, poner en juego propiedades y reconocer la posibilidad de transformar una escritura para “ver” cuestiones relacionadas con la divisibilidad. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

¿Es cierto que si se suma un número más su doble, más su triplo, más su cuádruplo, el resultado es siempre un número que termina en cero? ¿Por qué?

- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, considerando la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución, la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución y apelando al recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números es solución de la ecuación.

Se trata de poner de relieve diferentes aspectos:

La idea de función o de ecuación lineal como modelización de las situaciones que se presenta.

La noción de intersección, cuando sea pertinente, como parte del modelo.

La idea de pendiente puede aparecer y servir para anticipar algunas respuestas.

Los tratamientos de tipo más cualitativo que algunos estudiantes podrían desplegar deberán ser considerados positivamente y discutidos en relación con otros más algorítmicos.

Los gráficos de las soluciones de las funciones o ecuaciones involucradas resultan una buena herramienta de resolución; estos podrían realizarse vía algún programa de gráfico de funciones.

Obviamente, también podrá considerarse alguna manera de “maniobrar” con las ecuaciones para obtener una solución común.

La diferencia entre las soluciones que se obtienen a partir de tratar con los modelos (funciones, ecuaciones, sistemas de ecuaciones) y las respuestas a los problemas vuelven a estar comprometidas.

La consideración de un tratamiento que destaque el objetivo de la conservación del conjunto solución en las transformaciones que se realizan para hallar las soluciones de un sistema.

La interacción entre las distintas formas de representación, gráfica, contexto, tabla, resolución algebraica.

Un trabajo que ponga de relieve la interacción entre los aspectos geométricos de las rectas y las soluciones numéricas.

Solo a modo de ejemplo se propone el siguiente problema:

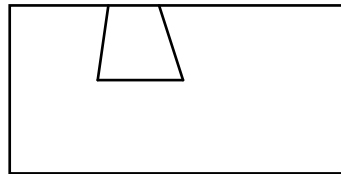
En dos clubes del barrio se organizaron dos bailes distintos para la misma noche. En el club “Estrella de Maldonado”, las entradas costaban \$15 para los hombres y \$12 para las mujeres, y se recaudó un total de \$885 en concepto de entradas. En cambio, en el club “Villa Malcom” el precio fue de \$10 para todo el mundo y se recaudaron \$650.

¿Puede ser que esa noche hayan ido la misma cantidad de hombres y de mujeres a ambos bailes?

- Apelar al Teorema de Tales para resolver diferentes tipos de problemas.

Se trata de propiciar el uso de una colección de relaciones que funcionan en simultáneo al Teorema de Tales; entre otras, la noción de semejanza de triángulos y de polígonos en general así como algunos criterios de semejanza. Estas relaciones podrían estar al servicio de la ampliación y reducción de polígonos y en función de las relaciones entre las áreas de polígonos semejantes. Finalmente, se podrá tratar con problemas que pongan en funcionamiento la idea de base media, también asociada al Teorema de Tales. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Hallar el perímetro de un triángulo del cual es accesible solo una porción, como se muestra en el siguiente dibujo:



- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.

Se espera que, producto del trabajo desarrollado, los estudiantes puedan disponer de recursos que les permitan calcular promedios, modas y medianas, reconociendo las características que adquiere cada una de estas medidas de tendencia central, en función del problema que se trate. Asimismo, resultará interesante que puedan reconocer cuál es la medida más representativa para cada situación que se les presente.

Por otro lado, se espera que los estudiantes puedan disponer de variados recursos que les permitan controlar la información que se les presenta, asumiendo que existe la posibilidad de “manipular” los datos, gráficos, medidas, a partir de determinados intereses por parte de quien presenta la información. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

La nómina de sueldos de una fábrica de 200 empleados es la siguiente: 100 que cobran \$3.500; 50 que cobran \$5.000; 30 que cobran \$7.000; 10 que cobran \$9.000; 5 que cobran \$18.000, 3 que cobran \$34.000 y 2 que cobran \$78.000.

El dueño dice estar conforme, pues la mediana de los sueldos es de \$9.000. Los empleados dicen que no están tan conformes. ¿Qué medida de tendencia central es la más representativa para ellos?

MATEMÁTICA

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

PRESENTACIÓN

PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

TERCER AÑO

CUARTO AÑO

QUINTO AÑO

ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

NUEVA ESCUELA SECUNDARIA
DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

OBJETIVOS

Al egresar de la escuela secundaria se espera que los estudiantes hayan tenido experiencias de trabajo en el aula que les permitan:

- Utilizar recursos algebraicos para decidir sobre la validez de propiedades numéricas y para producir, formular y validar conjeturas relativas a los números naturales, enteros, racionales y reales, considerando el sentido que adquiere cada uno de ellos y las regularidades que es posible establecer.
- Apelar a recursos algebraicos para modelizar diferentes tipos de problemas aceptando la conveniencia de establecer convenciones para las escrituras y los modos de validar los resultados o afirmaciones producidos.
- Disponer de diferentes modos de representar relaciones entre variables, incluyendo el recurso informático, coordinando las informaciones en función del marco que se seleccione (algebraico, aritmético, geométrico, etc.) y el contexto en el que se plantea el problema que se estudia.
- Recurrir a los diferentes modelos funcionales (lineal, cuadrático, exponencial, polinómico, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones y sistemas de ecuaciones asociados para poder estudiar procesos de cambio, apelando a técnicas de trabajo que permitan obtener resultados de tales procesos y contrastarlos para identificar su pertinencia, estableciendo similitudes y diferencias entre los distintos modelos.
- Comprender que los objetos de la geometría (figuras, cuerpos, ángulos, puntos, planos, etc.) no pertenecen al espacio físico real, sino a un espacio conceptualizado y que la exploración, recurriendo a diferentes dibujos, favorecen la formulación de conjeturas.
- Recurrir a propiedades de las figuras o a expresiones algebraicas para resolver diversos tipos de problemas geométricos y de medida (construir figuras a partir de ciertos datos, analizar las variaciones del área de una figura y/o el volumen de un cuerpo en función de la variación de alguno de sus elementos, etc.) y enunciar afirmaciones y validarlas.
- Encontrar la forma más pertinente para comunicar o interpretar datos –incluyendo recursos informáticos–, comprendiendo que la elección de un modo de organizar y representar la información intenta poner de relieve ciertos aspectos o bien ocultar otros; posibilitando el desarrollo de inferencias, cuidando de considerar situaciones en las cuales se elijan las variables de manera tal de obtener resultados fiables.
- Disponer de recursos que permitan determinar la probabilidad de que ocurra un fenómeno aleatorio y utilizar estos resultados para abordar problemas estadísticos.
- Valorar el intercambio entre pares como medio para producir soluciones a los problemas, validar las respuestas obtenidas y las relaciones matemáticas elaboradas.

CONTENIDOS TRONCALES

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Producción de fórmulas que permitan calcular el paso n de un proceso que cumple una cierta regularidad o que surgen de generalizar problemas de conteo. Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas. El uso del recurso algebraico para validarlas.
- Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales y enteros. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.
- Diferentes representaciones de números (naturales, racionales y reales) en la recta numérica. Identificación de segmentos conmensurables.
- Las operaciones y sus sentidos en los diferentes campos numéricos. El recurso algebraico para formular y validar conjeturas que involucren sus propiedades y el orden en cada conjunto numérico. Propiedades que se preservan y propiedades que se modifican en función de cada campo numérico. Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.
- Identificación de números que no se pueden expresar como cocientes de enteros. Representación de números de la forma \sqrt{n} en la recta numérica. Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora para tratar con potencias y raíces.

- Distancia de un número real al 0. Uso de la recta numérica para estudiar condiciones para que dos números se encuentren a una cierta distancia. Intervalos de números reales.
- Identificación de regularidades en sucesiones. Producción de fórmulas de progresiones aritméticas y geométricas. Uso de la fórmula para determinar alguno de los elementos o la razón de una progresión. Suma de los elementos de una progresión.
- Aproximación de números reales por sucesiones de racionales. Noción intuitiva de límite.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

- Interpretación y producción de gráficos cartesianos que representan relaciones entre variables recurriendo, en caso de ser conveniente, al uso de recursos informáticos. Inferencia de información a partir de la lectura de gráficos.
- Funciones dadas en diferentes representaciones, incluyendo recursos informáticos. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas.
- Análisis de procesos que demanden el uso de modelos funcionales (lineal, cuadrático, polinómico, exponencial, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones asociadas. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.
- Estudio del comportamiento de cada modelo funcional (raíces, vértices, crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad, asíntotas, etc.). Uso de recursos informáticos. Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de sus fórmulas y viceversa.

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

- Estudio comparativo del comportamiento de cada modelo funcional. Uso de recursos informáticos.
- Modelización matemática de situaciones apelando a las funciones para anticipar resultados, estudiar comportamientos, etc.
- Estudio del comportamiento de algunas funciones que resultan de combinar funciones trascendentes. Situaciones que ponen en juego la continuidad y discontinuidad.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

- Construcciones de figuras a partir de ciertos datos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones.
- Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de figuras. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia.
- Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas. Perímetro y área de figuras. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.
- Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo. Problemas que se resuelven vía la relación de Pitágoras.

- La noción de semejanza. Teorema de Tales. Base media. Criterios de semejanza de triángulos. Relación entre las áreas de triángulos semejantes. Razón.
- Recta tangente a una circunferencia por un punto dado. Ángulos inscritos en una semicircunferencia. Ángulos inscritos en un arco de circunferencia y relación con el ángulo central correspondiente. Longitud de la circunferencia y área del círculo. Estudio de la variación del área en función de la variación del radio.
- Las relaciones trigonométricas en un triángulo. Seno y coseno de triángulos rectángulos. Tangente. Resolución de triángulos rectángulos. Extensión de seno, coseno y tangente a cualquier ángulo. Teoremas del seno y coseno.
- Producción de expresiones algebraicas para modelizar relaciones entre puntos del plano cartesiano. Distancia entre dos puntos en el plano coordenado y la ecuación de la circunferencia. Distancia de un punto a una recta. Intersección entre circunferencia y una recta. Solución gráfica y analítica. Análisis de la cantidad de soluciones. Ecuación del círculo y de la parábola.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

- Recolección y organización de datos para realizar inferencias y comprender posibles relaciones entre ellos. Elaboración de tablas de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Medidas. Uso de la computadora como herramienta en la estadística. Resolución de problemas que modelizan fenómenos aleatorios.

- Características de los sucesos seguros, sucesos probables, sucesos imposibles. Asignación de probabilidad a un suceso. Definición clásica de probabilidad. La probabilidad como un número perteneciente al intervalo $[0, 1]$. Sucesos equiprobables. Sucesos mutuamente excluyentes. Sucesos independientes; probabilidad compuesta. Dificultad en determinar sucesos independientes: probabilidad condicional. Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Análisis de la frecuencia relativa. Representación gráfica. Escalas. Variable aleatoria. Distribución normal. Dispersión, varianza, desvío estándar.



MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

La enseñanza de la matemática en la escuela secundaria enfrenta el desafío de presentar a los estudiantes una serie de transformaciones esenciales con relación a los conocimientos matemáticos que han sido trabajados en la escuela primaria. Esto plantea un juego delicado de rupturas y articulaciones: los estudiantes deberán renunciar a muchas de las elaboraciones realizadas durante sus años previos, al tiempo que deberán apoyarse en sus prácticas anteriores para producir las modificaciones que los nuevos desafíos les demandarán.

Una idea central consiste en *construir un modelo matemático* de la realidad (matemática o extramatemática) que se quiere estudiar y trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. La actividad de modelización matemática¹ supone la toma de múltiples decisiones: cuáles son las relaciones relevantes sobre las que se va a operar, cuáles son los símbolos que se van a utilizar para representarlas, cuáles son los elementos en los que apoyarse para aceptar la razonabilidad del modelo que se está usando, cuáles son las propiedades que justifican las operaciones que se realicen, cómo reinterpretar los resultados de esas operaciones en el problema.

Otra de las transformaciones esenciales en este nivel de la escolaridad es el tratamiento de lo general, así como la comprensión de qué es un proceso de generalización.² Esta perspectiva supone un juego entre lo particular y lo general que no puede reducirse a hacer surgir lo general solo a partir de muchos ejemplos particulares.

Ocuparse de estos asuntos conlleva considerar el problema del pasaje del trabajo aritmético al trabajo

algebraico, lo que involucra un juego entre el uso de los números y las operaciones y el recurso a las expresiones algebraicas en sus diversos sentidos.

Trabajar en álgebra elemental desde la perspectiva que se plantea supone mucho más que la manipulación de los símbolos. El álgebra puede pensarse como un tipo de práctica, como una manera de abordar, como una forma de pensar; en suma, como una cierta racionalidad, diferente de la racionalidad aritmética. En este sentido es posible identificar distintas funciones del álgebra³ y se propone una enseñanza que apunte a ponerlas en juego: el álgebra como instrumento para conocer propiedades sobre los números, para resolver problemas extramatemáticos en los que hay que reconocer una o más condiciones sobre una o más variables, para modelizar procesos a través de funciones y para representar relaciones geométricas.

También caracteriza a este nivel el desarrollo del razonamiento deductivo.⁴ Se sostiene el criterio de encontrar situaciones en las que los estudiantes se vean en la necesidad de producir argumentos deductivos, apoyándose en los conocimientos que ya poseen. Será necesario proponer problemas que evidencien algunas reglas: varios ejemplos no son suficientes para probar la validez de una propiedad, un contraejemplo sirve para descartar la validez de una propiedad, etc.

Por otro lado, los progresos en la producción de argumentos deductivos se instalan en las interacciones entre los estudiantes y con el docente. En la medida en que demostrar para convencer a otros supone un medio para alentar a los estudiantes a la producción de pruebas, se buscarán condiciones que hagan propicio el debate en

¹ Sadosky, P. (2005)

² Brousseau (1986); Sessa, C. (2005)

³ Chevallard, Y. (1985); Barallobres, G. (2000)

⁴ Balacheff, N. (1987-2000); Barallobres, G. (2004)

la clase acerca de la validez de diferentes proposiciones vinculadas a distintas áreas del conocimiento matemático.

La asignatura Matemática se organiza en el Ciclo Básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.

En el eje *Números y álgebra* se pretende que los estudiantes profundicen sus conocimientos sobre los distintos conjuntos numéricos. Se priorizarán el trabajo sobre el cálculo mental, la estimación, la producción de estrategias particulares de cálculo y el uso de la calculadora como medios de hacer que los estudiantes pongan en funcionamiento las propiedades de las operaciones y produzcan argumentos que validen sus producciones.

El trabajo sobre los conjuntos numéricos también contemplará la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que componen cada una de las operaciones. Parte de este trabajo estará imbricado con el trabajo algebraico, en la medida en que se espera que los estudiantes lleguen a concebir las herramientas algebraicas como instrumentos que contribuyen a la producción de conocimientos sobre los números. Este trabajo busca que los estudiantes recorran el camino que les permita abordar el tratamiento de lo general, aspecto que caracteriza a las propiedades de las operaciones.

Una opción fundamental de esta propuesta es que los aspectos más algorítmicos del funcionamiento algebraico se aborden junto al funcionamiento de las herramientas algebraicas como instrumentos de modelización intra o extramatemática.

En el eje *Funciones y álgebra* se propone una aproximación al estudio de funciones a partir de los gráficos, como soporte para estudiar el comportamiento de las

variables en juego, en lugar de un tratamiento conjuntista. La resolución de problemas vinculados a procesos que varían, a partir de las representaciones gráficas, precederá cualquier definición formal del concepto de función.

Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana, y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto.

El inicio del trabajo con ecuaciones e inecuaciones se plantea a partir del trabajo con las funciones. Más precisamente, como condiciones sobre una o más funciones. Pero sería aprisionar el trabajo sobre ecuaciones pretender que todo se conciba de esa manera. Por eso, si bien la entrada a las ecuaciones se realiza por medio de las funciones, luego se deberán tratar problemas que se resuelvan a través de ecuaciones y en los que el contexto funcional no esté tan en primer plano. Este tipo de trabajo se plantea para todas las funciones que se aborden en los tres niveles.

El eje *Geometría y medida* tiene como objetivo prioritario la producción, por parte de los estudiantes, de argumentaciones deductivas. Es decir, se pretende que la profundización del estudio de las figuras y de los cuerpos se desarrolle a través de actividades que impliquen la puesta en funcionamiento de propiedades, ya sea como medio para anticipar y establecer la necesidad de ciertos resultados, como también para la elaboración de nuevas propiedades, relaciones y conceptos. De esta manera, los objetos con los que se trabaja han sido seleccionados en función de favorecer la entrada de los estudiantes en este tipo de trabajo.



La asignatura Matemática se organiza en el Ciclo Básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.

La presentación de los contenidos en el eje *Estadística y probabilidades* intenta transmitir la idea de que el abordaje de la estadística involucra conceptos y modos de trabajo propios, que no son exactamente iguales a los de otros ejes de trabajo matemático: no es determinista, interviene el azar, la inferencia estadística es una forma de razonar.

Se espera que los estudiantes puedan reconocer la importancia del tratamiento de la información y reconozcan algunas de las características que presentan las representaciones mediante las cuales se organiza y presenta dicha información.

La enseñanza de la estadística es un espacio privilegiado para el uso de programas de informática. El trabajo con probabilidades pone el centro en actividades que lleven a distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son, y utilizar los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad, para luego avanzar sobre el concepto de probabilidad y las ventajas de poder asignarle una medida.

Finalmente, no se espera que los ejes de contenidos sean abordados necesariamente en el orden presentado en la especificación propia de cada año. Es posible plantear distintos recorridos. Por ejemplo: iniciar el trabajo con el eje de números naturales, continuar con geometría, retornar a los números, abordar algunos aspectos de las funciones, u otros caminos posibles.

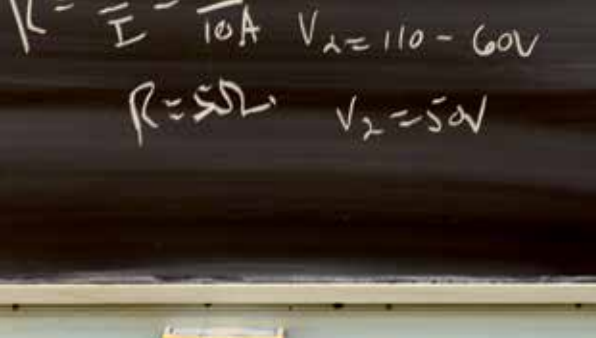
PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

- Proponer situaciones problemáticas que promuevan en los estudiantes la cooperación con sus pares,

la aceptación del error, la descentración del propio punto de vista, la capacidad de escuchar al otro, la responsabilidad personal y grupal.

- Ofrecer a los estudiantes las experiencias necesarias que les permitan comprender la modelización como un aspecto fundamental de la actividad matemática, y conceptualizar las características inherentes al proceso de modelizar.
- Proponer situaciones problemáticas que ofrezcan la oportunidad de coordinar diferentes formas de representación, favoreciendo que los estudiantes puedan usar unas como medio de producción y de control del trabajo sobre otras.
- Ayudar a los estudiantes a distinguir continuidades y rupturas que suponen el pasaje de prácticas aritméticas a prácticas algebraicas, reconociendo los límites de los conocimientos aritméticos para abordar ciertos problemas, pero siendo capaces de utilizarlos como punto de apoyo.
- Desarrollar situaciones de enseñanza que permitan tratar con lo general, brindando la oportunidad de explorar relaciones; conjeturar acerca de la validez o no de propiedades; producir pruebas a partir de los conocimientos que se posean y determinar el dominio de validez de las mismas.
- Generar condiciones que permitan a los estudiantes entrar en prácticas de argumentación basadas en conocimientos matemáticos, acercándose a la demostración deductiva.
- Proponer situaciones problemáticas que generen en el estudiante confianza en las capacidades propias para la resolución de problemas y la formulación de interrogantes.





TERCER AÑO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar tercer año, los estudiantes serán capaces de:

- Producir y analizar fórmulas que surgen al generalizar distintos tipos de problemas de combinatoria y aplicarlas para resolver problemas.
- Modelizar y resolver situaciones problemáticas extra e intramatemáticas que involucran:
 - conteo mediante diagramas, esquemas y aplicación de fórmulas;
 - funciones y ecuaciones lineales;
 - sistemas de ecuaciones lineales con dos o más variables;
 - funciones y ecuaciones cuadráticas;
 - relaciones lineales entre variables e inecuaciones en las restricciones;
 - triángulos rectángulos y razones trigonométricas;
 - circunferencias;
 - variables aleatorias.
- Formular y validar conjeturas usando las propiedades de las operaciones y las relaciones de orden en el campo de los números racionales.
- Justificar informalmente el carácter denso del conjunto de números racionales y la imposibilidad de expresar ciertas medidas con números racionales.
- Representar números racionales en sus diversas formas (fracción, decimal, porcentaje, gráfica).
- Operar con transformaciones algebraicas que dejan invariante el conjunto solución e interpretar gráficamente las ecuaciones equivalentes.
- Establecer relaciones entre los tratamientos algebraicos, la representación gráfica y el contexto del problema que se está resolviendo en las diferentes modelizaciones.
- Analizar, conjeturar y probar informalmente las características de las funciones lineal y cuadrática.
- Establecer relaciones entre las distintas razones trigonométricas.
- Usar las relaciones que surgen a partir del teorema de Thales y los criterios de semejanza de triángulos y polígonos, para hallar nuevas relaciones entre longitudes y áreas y para realizar construcciones.
- Conjeturar y probar informalmente propiedades de las figuras inscritas en una circunferencia.
- Resolver problemas que requieran el uso y el trazado de la recta tangente a una circunferencia por un punto dado.
- Determinar probabilidades de fenómenos en poblaciones finitas.
- Establecer y analizar muestreos para la toma de datos estadísticos.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Números naturales – combinatoria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemas de conteo. • Problemas que involucran permutaciones, variaciones simples y con repetición y combinaciones. • Generalización de métodos para la obtención de los casos. • Conjetura y testeo de las fórmulas que surgen al considerar cada caso de conteo. • Uso de fórmulas para modelizar problemas que involucren conteo. 	<p>Se busca que los alumnos aborden la resolución de problemas de conteo mediante recursos gráficos como los diagramas de árbol. Interesa que distingan cuáles son los casos que deben tenerse en cuenta en cada tipo de conteo (permutación, variación y combinación). Se espera que los estudiantes logren establecer generalizaciones y conjeturar fórmulas para conteo. Resulta pertinente proponer que testeen las fórmulas que conjeturan con algunos casos, descarten las que no funcionan y luego intenten una justificación no formal de su validez. No es objetivo que recuerden las fórmulas.</p> <p>Puede incorporarse el análisis del gran crecimiento en el número de casos que genera el agregado de uno o pocos elementos adicionales. Este análisis permite mostrar las ventajas que proporciona el tratamiento algebraico sobre el aritmético.</p>
<p>Números racionales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Producción de fórmulas en contextos de la medida, la proporcionalidad y el porcentaje. • El recurso algebraico para formular y validar conjeturas que involucren las propiedades de las operaciones y las relaciones de orden. • Densidad del conjunto de números racionales. 	<p>Se propone un trabajo que se apoya en lo abordado durante los dos años anteriores, tanto con números enteros como con racionales, para avanzar simultáneamente sobre las características de los números racionales y sobre la actividad matemática. En este último punto, se promueve la elaboración de conjeturas por parte de los alumnos y la discusión en torno a la validez de las mismas.</p> <p>Se trata de plantear a los alumnos situaciones que exijan un cierto nivel de exploración, de ensayos, de elaboración de relaciones que permita producir y validar una nueva propiedad.</p> <p>Esto permitiría llegar a la formulación de estas propiedades, actividad que tiene un valor formativo importante en la paulatina complejidad del trabajo matemático que deben ir asumiendo los alumnos.</p> <p>Se propone que los problemas se orienten a la búsqueda o elaboración de argumentos que den cuenta de lo correcto y de lo incorrecto, de lo general y de lo particular, de lo verdadero y de lo que no lo es, de las condiciones a partir de las cuales una cierta relación es válida, de la determinación de un cierto dominio de validez, etcétera. Tanto los diferentes sentidos de los racionales como las propiedades de las operaciones y el orden permiten la aparición de nuevas expresiones algebraicas. Algunas representarán fórmulas para determinar porcentajes o relaciones de proporcionalidad (este tipo de situaciones se relacionan de manera directa con las funciones de proporcionalidad directa), otras indicarán condiciones para que se cumplan ciertas igualdades o desigualdades. Tanto en un caso como en el otro, las comparaciones demandan técnicas de transformación de expresiones en otras equivalentes que serán objeto de análisis. Importa destacar información que, en algunos casos, puede obtenerse de una expresión sin necesidad de operar y, en otros, es necesario realizar operaciones o transformaciones para poder obtener la información deseada.</p> <p>Se trata de trabajar con diferentes tipos de expresiones algebraicas simples. Interesa también que la operatoria con dichas expresiones sea un recurso para enriquecer conocimientos sobre las fracciones numéricas y sus propiedades y que, a su vez, el conocimiento sobre los racionales permita avanzar sobre el análisis de expresiones algebraicas.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Números reales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de números que no se pueden expresar como cocientes de enteros. 	<p>Se propone que los alumnos se enfrenten a situaciones que pongan en evidencia que no siempre es posible dar la medida de un segmento usando la longitud de otro, aún fraccionando la unidad de medida. Este tipo de situaciones debería permitir reflexionar sobre la necesidad de nuevos números para expresar algunas longitudes, recuperando el trabajo sobre conmensuración propuesto anteriormente, para avanzar hacia los segmentos inconmensurables.</p>

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Función lineal - ecuaciones lineales con dos variables</p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas que involucran ecuaciones lineales con dos variables. Ecuaciones equivalentes y conjunto solución de una ecuación lineal con dos variables. Producción de soluciones y representación gráfica de las soluciones. Problemas que involucren una ecuación con tres (o más variables): modelización algebraica para decidir si una terna es o no solución del problema, o para obtener características de las soluciones. Problemas que puedan modelizarse con una inecuación lineal con dos variables. Representación gráfica de la solución. Problemas que involucren sistemas de ecuaciones con dos variables. La noción de sistemas equivalentes y la resolución de los sistemas. Representación gráfica de un sistema y de sistemas equivalentes. Rectas paralelas y sistemas con infinitas soluciones y sin solución 	<p>Se trata de recuperar aquellas conceptualizaciones que los alumnos hayan logrado en años anteriores y avanzar en el tratamiento algebraico, remitiendo al concepto de función que, sin duda, sirve de apoyo para su tratamiento. Es interesante destacar aquí que debe ser el alumno, a partir de los requerimientos propios de la tarea que realice, el que debiera decidir el carácter de dependiente o independiente de cada una de las variables involucradas. Partir de problemas cuyas soluciones se modelicen mediante funciones lineales permite que los estudiantes vean la necesidad del tratamiento matemático para encontrar soluciones generales y particulares. Se sugiere que este trabajo comience con la visualización de lo que se busca resolver a partir de la representación gráfica. Sin embargo, es muy importante que en todo el trabajo con funciones se haga hincapié en los cambios de registro (gráfico a algebraico, algebraico a gráfico, etcétera).</p> <p>Es útil comenzar con un tratamiento gráfico y, en la medida de lo posible, utilizar representaciones gráficas 3D mediante software matemático.</p> <p>El trabajo con inecuaciones con una y más variables no pretende avanzar en problemas de excesiva complejidad técnica. Se trata de continuar con el tratamiento gráfico ya realizado con las ecuaciones, recurriendo nuevamente a representaciones mediante recursos tecnológicos. Aunque puede resultar útil hacerlo, no se pretende llegar a la resolución de inecuaciones por métodos no gráficos. Interesa trabajar con casos en los que las inecuaciones fijan las restricciones del problema sobre las relaciones lineales establecidas en el modelo.</p> <p>Se sugiere iniciar el abordaje de sistemas de ecuaciones mediante representaciones gráficas. A partir del trabajo que se plantee, se intentará tratar la ecuación como un objeto matemático que deja de lado el contexto particular de modelización para el que fue propuesto, para expresar solamente las relaciones entre las cantidades involucradas. El tratamiento de los problemas que se modelizan con ecuaciones debería habilitar la discusión sobre el uso de algunas propiedades que permiten conservar el conjunto solución. Sería esperable que las técnicas de resolución se vinculen de alguna manera con lo que se busca resolver y no que aparezcan como algoritmos alejados de la tarea que se plantea o algoritmos que no son justificables por los alumnos (como los métodos de resolución mediante determinantes, por ejemplo).</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Función cuadrática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Producción de fórmulas en diferentes contextos en los que la variable requiere ser elevada al cuadrado. • Función cuadrática. • La parábola como representación gráfica de funciones cuadráticas. <ul style="list-style-type: none"> • Problemas que se modelizan a través de una función cuadrática. • Análisis de la función $f(x) = x_2$. • Estudio comparativo con la función lineal en términos de crecimiento. • Vértice, eje de simetría. • Estudio de la función cuadrática: factorización, ceros, crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad. Diferentes fórmulas. • Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de las fórmulas y viceversa. Incidencia en el vértice y en el eje de simetría. • Uso de <i>software</i> de cálculo y representación para estudiar el comportamiento de funciones cuadráticas. <ul style="list-style-type: none"> • Problemas que se modelicen mediante ecuaciones cuadráticas. • Intersección entre rectas y parábolas. • Análisis de soluciones de la ecuación cuadrática. 	<p>Se propone enfrentar a los alumnos con situaciones que permitan recuperar el trabajo realizado con fórmulas en el conjunto de naturales y en el de racionales, produciendo, en este caso, expresiones cuadráticas que se extienden al conjunto de números reales.</p> <p>Por otro lado, se trata de estudiar procesos en los que pueden identificarse ciertas características de la función cuadrática: simetría, existencia de máximo o mínimo.</p> <p>No se espera que los alumnos memoricen las fórmulas sino que puedan interpretar tanto las expresiones con las que se trabaja como las transformaciones. Por ejemplo, un planteo posible para encontrar el vértice de la parábola puede ser buscar dos puntos x_1 y x_2 que tengan la misma ordenada y luego hallar la abscisa del punto medio del segmento sobre el eje x cuyos extremos son x_1 y x_2. Este procedimiento permite instalar la imposibilidad de despejar la incógnita de la manera en que lo hacían para las ecuaciones de primer grado.</p> <p>Se sugiere comenzar el trabajo con propuestas de representación gráfica.</p> <p>Podría, a su vez, analizarse que la parábola siempre pasa por el punto $(0; c)$ y a partir de esto, estudiar la ventaja de "cortar" la parábola con la recta $y = c$ para encontrar dos puntos de la misma ordenada.</p> <p>Se podría avanzar hacia la idea de que por dos puntos, ambos diferentes del vértice, pasan infinitas parábolas. De la misma manera se puede avanzar en que de acuerdo a la elección conveniente de las variables la parábola puede o no representar una función.</p> <p>El trabajo precedente debería generar las condiciones para tratar con problemas que se modelizan con funciones cuadráticas y habilitar a la búsqueda de técnicas (diferencia de cuadrados y cuadrado de un binomio) que permitan transformar una expresión cuadrática en otra equivalente para estudiar su comportamiento en relación con los problemas que se tratan.</p> <p>Se puede comenzar mostrando que las expresiones polinómica y canónica de una función cuadrática generan el mismo gráfico.</p> <p>En este contexto, se puede proponer el problema del pasaje de toda función cuadrática a la forma $y = a(x - p)^2 + q$ y discutir la información que brindan a, p y q. Se espera poder analizar también la "ventaja" de la forma canónica y concluir que cada forma de representación algebraica pone en evidencia alguna cuestión: coordenadas del vértice o ceros y que, dados el vértice y otro punto, existe una única función cuadrática que tiene ese vértice y pasa por dicho punto. Se puede llamar la atención sobre el desarrollo y la factorización de expresiones cuadráticas (introducir cuadrado de un binomio, por ejemplo).</p> <p>Se propone que, a la luz del trabajo con la función cuadrática, se estudien situaciones que puedan ser modelizadas con ecuaciones cuadráticas de manera tal que los alumnos recurran a los conocimientos sobre funciones cuadráticas para tratar este tipo de ecuaciones.</p>

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Razones trigonométricas – semejanza</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidad de los lados de triángulos rectángulos con ángulos iguales. • Triángulos rectángulos semejantes. • Razones trigonométricas, valores y relaciones. • Modelización y resolución de problemas mediante triángulos rectángulos. • Semejanza de triángulos. Criterios y relación entre la áreas de triángulos semejantes. • Teorema de Thales. • Relación de semejanza entre un triángulo dado y el que se obtiene al trazar una paralela a uno de los lados. • Base media de un triángulo. • Problemas que se resuelven mediante el teorema de Thales. • División de un segmento en partes proporcionales. 	<p>Se propone partir de situaciones problemáticas cuya modelización se pueda realizar mediante triángulos. Se sugiere recurrir a la representación geométrica de triángulos rectángulos, haciendo que el estudiante opere multiplicando por un número la longitud de un cateto y detecte que, para que los ángulos sigan siendo iguales, la medida del otro cateto y la hipotenusa deben multiplicarse por el mismo número. Si se reitera el procedimiento, se puede generalizar la propiedad de que para construir triángulos semejantes basta con mantener las proporciones entre los lados. A partir de dicha semejanza, se puede construir la propiedad de que las razones entre los lados de triángulos rectángulos semejantes son constantes y asignar esas razones a los ángulos. Vale la pena recuperar el teorema de Pitágoras para mostrar la relación pitagórica y aplicar los conceptos a la resolución de situaciones problemáticas.</p> <p>Se sugiere construir el concepto de semejanza de triángulos cualesquiera mediante el uso de triángulos rectángulos convenientes. Puede ser interesante en este punto establecer la proporcionalidad de áreas. Se puede conjeturar y demostrar el teorema de Thales a partir de la semejanza de triángulos rectángulos convenientemente construidos con base en las paralelas.</p> <p>El caso particular de las bases medias de un triángulo permite la formulación de un conocimiento que puede constituirse en punto de apoyo para la elaboración de nuevas propiedades. Para el estudio de la semejanza de figuras es posible plantear problemas que hagan necesaria la consideración de una figura semejante a fin de obtener información sobre una figura dada. El problema de la partición de un segmento en n partes iguales puede ser planteado a los alumnos, evitando presentarlo como un algoritmo para resolver un cálculo intramatemático. Hacerlo de esta forma permite la introducción del número áureo y su relación con la estética a lo largo de la historia de la humanidad.</p>
<p>Posiciones relativas de una recta y una circunferencia. Ángulos inscritos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemas que se modelizan mediante circunferencias. • Rectas tangentes, secantes y exteriores. Caracterización de la recta tangente. • Ángulos inscritos en una circunferencia y relación con el ángulo central correspondiente. • Figuras inscriptas en una circunferencia. • Longitud de la circunferencia y área del círculo. Estudio de la variación del área en función de la variación del radio. 	<p>El concepto de recta tangente es un concepto central en matemática y se propone su tratamiento en relación con la circunferencia pues, en este caso, se puede dar una definición accesible a los estudiantes: una recta es tangente a una circunferencia si se corta con ella en un único punto. Interesa mostrar problemas en los que interviene la modelización mediante circunferencias y en los que interviene la tangente (casos de movimientos circulares en los que desaparece el vínculo y el objeto sale por la tangente, por ejemplo).</p> <p>La relación entre un ángulo inscrito en una circunferencia y el ángulo central correspondiente es propicia para la exploración y formulación de conjeturas; la validación de las mismas se puede apoyar en un caso particular: aquel en que un lado del ángulo inscrito pase por el centro de la circunferencia.</p> <p>El estudio de la variación del área del círculo en función de la variación del radio se propone como una situación que se modeliza con una función cuadrática.</p>

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Estadística y probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemas que se modelizan mediante variables aleatorias. • Características de sucesos seguros, sucesos probables, sucesos imposibles. • Asignación de probabilidad a un suceso. • Definición clásica de probabilidad y relación con la frecuencia relativa. • La probabilidad como un número perteneciente al intervalo $[0;1]$. • Expresión porcentual de la probabilidad. • Sucesos equiprobables. • Caracterización de población, muestra (relevancia). • Medidas de posición: media aritmética, mediana, moda y cuartiles. • Problemas que requieren conteo para cálculo de probabilidades. 	<p>Se propone comenzar con problemas que muestren la necesidad de distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son. Se busca, inicialmente, un acercamiento informal a las ideas de probabilidad (grados, imposibilidad, certeza), variable aleatoria, equiprobabilidad, muestra. Se trata de recorrer diversas formas de representación de datos. Seleccionar convenientemente muestras es una actividad que introduce al alumno en la modelización de situaciones reales en las que se requiere que desarrolle hipótesis para delimitar la muestra.</p> <p>Se intenta formalizar algunos de los conceptos tratados informalmente y avanzar con otros útiles para el análisis de datos y la interpretación de la información.</p>

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, por ejemplo: el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y de síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática de tercer año, cobran particular relevancia:

- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Cambio de una forma de representación matemática a otra.
- Conjetura, validación y aplicación de propiedades generales de los números en diferentes conjuntos.
- Identificación de recursos de representación para formular con precisión la pregunta que se quiere responder.
- Resolución de diferentes tipos de problemas e identificación de las etapas y técnicas de resolución que se fueron desarrollando.
- Análisis de errores en la resolución de problemas.
- Aplicación de propiedades ya validadas en la resolución de nuevos problemas, particularizando fórmulas generales en función de lo que el problema requiera.
- Propuesta y resolución de problemas análogos a otros ya resueltos.
- Distinción entre la estrategia general de resolución de un problema y los procedimientos auxiliares que son necesarios para completar los distintos pasos.

CUARTO AÑO



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar cuarto año, los estudiantes serán capaces de:

- Producir aproximaciones de valores de raíces utilizando truncamiento, redondeo y aproximaciones sucesivas.
- Distinguir medida matemática de medida obtenida en el proceso fáctico de medición.
- Producir e interpretar información sobre la recta numérica en términos de valor absoluto y distancia al cero.
- Modelizar y resolver situaciones problemáticas extra e intramatemáticas que involucran:
 - sucesiones numéricas, en particular las aritméticas y las geométricas;
 - funciones y ecuaciones polinómicas de hasta grado cuatro;
 - funciones racionales;
 - funciones exponenciales;
 - funciones logarítmicas;
 - sucesos aleatorios diversos (excluyentes, no excluyentes, independientes y no independientes).
- Conjeturar y probar informalmente las fórmulas de los términos, de las sumas parciales y de la suma de las sucesiones aritméticas y geométricas y distinguir los tipos de crecimiento de ambas sucesiones.
- Comprender las características, comportamiento gráfico y expresiones algebraicas convenientes de las funciones polinómicas y racionales.
- Dividir polinomios de grado mayor por polinomios de primer grado.
- Comprender las características de comportamiento gráfico y crecimiento de las funciones exponenciales y logarítmicas, incluyendo el concepto de función inversa.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Identificar y usar relaciones trigonométricas para resolver problemas que vinculen lados y ángulos de figuras.
- Operar con el cálculo de probabilidades compuestas.
- Interpretar los conceptos de esperanza, varianza y desviación estándar.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Números reales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representación de números de la forma raíz cuadrada de naturales en la recta numérica. Inconmensurabilidad de segmentos. • Medida matemática y medición fáctica. Errores en la medición. • Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora. Truncamiento y redondeo. <ul style="list-style-type: none"> • Distancia de un número real al 0. • Valor absoluto. 	<p>Se busca la modelización de situaciones mediante números reales que involucren el uso de potencias y raíces. Interesa distinguir que la medida matemática de una magnitud puede ser un número irracional pero que en la medición fáctica de magnitudes solo se puede acceder a intervalos con extremos racionales entre los que se encuentra la medida exacta. Es oportuno también abordar la idea de aproximación de la raíz cuadrada, proponiendo situaciones que demanden "ubicar" números entre los cuadrados de dos naturales consecutivos. Asimismo, es posible incorporar una aproximación con más cifras decimales y raíces de otros índices recurriendo al uso de la calculadora.</p> <p>Interesa proponer a los estudiantes situaciones que demanden comparar números reales, desplegando ciertas técnicas basadas en las propiedades de las operaciones. No se busca centrar la atención en el cálculo, sino avanzar en la lectura de la información que portan tales expresiones y compararlas. Del mismo modo, podrán aparecer expresiones algebraicas sencillas que permitan ir generalizando algunas técnicas de comparación. Este trabajo puede ser desarrollado con la recta numérica como soporte.</p> <p>Se intentará proponer a los alumnos situaciones que pongan en evidencia la idea de distancia entre un número y el 0. El trabajo a partir de la representación en la recta numérica de soluciones de ecuaciones e inecuaciones sencillas con módulo favorecen la comprensión del concepto. No se apunta a resolverlas analíticamente, sino más bien a aprender a leer la información que portan tales expresiones para tomar decisiones.</p>
<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificación de regularidades en sucesiones. • Sucesión de números naturales. Obtención de la fórmula de suma de n términos. <ul style="list-style-type: none"> • Conjetura y prueba informal de fórmulas de sucesiones aritméticas y geométricas. • Fórmula de obtención de términos. • Fórmula de las sumas parciales <ul style="list-style-type: none"> • Uso de la fórmula para determinar alguno de los elementos o la razón de una sucesión aritmética y geométrica. • Modelización de situaciones problemáticas mediante sucesiones. 	<p>Se intenta recuperar el trabajo desarrollado tanto con números naturales como racionales en cuanto a la determinación de regularidades y la explicitación del modo en que se genera una sucesión. Se trata de promover que los estudiantes conjeturen la fórmula de la suma de los n primeros términos de la sucesión de números naturales como antesala de las fórmulas de las sumas parciales de las sucesiones aritmética y geométrica.</p> <p>Una vez más, se trata de involucrar a los alumnos en la producción de fórmulas que den cuenta de ciertas regularidades. Se intenta que el trabajo con las sucesiones permita avanzar en la habilidad de conjeturar fórmulas, ponerla a prueba mediante casos y comprender una demostración de las mismas. A partir de la fórmula obtenida en el punto anterior, se puede construir la fórmula de la suma de una sucesión aritmética y luego llegar a la de la geométrica.</p> <p>Los aspectos mencionados anteriormente deberían conducir a la manipulación de las fórmulas, de modo de avanzar en la complejidad del tratamiento de las sucesiones y a poder operar con ellas en la resolución de problemas que las involucren.</p>

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Funciones polinómicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Producción de fórmulas para modelizar diferentes procesos en los cuales la variable requiera ser elevada a distintas potencias. • Crecimiento, decrecimiento de funciones. • Corrimientos en el gráfico de x^3. • Factorización. Teorema del resto. • Uso de la computadora para estudiar el comportamiento de funciones polinómicas. • Recursos algebraicos para estudiar el comportamiento de una función polinómica: la división de polinomios para hallar las raíces de una función polinómica de grado mayor que 2. 	<p>Se propone el planteo de situaciones que demanden la producción de fórmulas en las que se utilicen potencias de tercer grado o más para las variables involucradas. Es importante iniciar esto como extensión del trabajo realizado anteriormente con funciones lineales y cuadráticas, pero avanzar con las novedades y diferencias que introducen las nuevas funciones.</p> <p>El estudio de los corrimientos que puede sufrir el gráfico de x^3 es un contexto propicio para revisar propiedades de las operaciones que permiten tratar con las expresiones algebraicas. Por ejemplo, analizar si es posible o no que $f(x) = x^3 - 2^3$ tenga el mismo gráfico que $g(x) = (x - 2)^3$. Si bien el gráfico no lo explica, permite comenzar a visualizar que hay operaciones que son distributivas respecto de la suma y otras que no. Para mostrar crecimiento y decrecimiento se recomienda comenzar con el trabajo gráfico e intentar a partir de un conjunto de ejemplos que los alumnos aproximen una definición de estas características de las funciones.</p> <p>El estudio del comportamiento de este tipo de funciones es un contexto adecuado para introducir diferentes técnicas que permitan factorizar expresiones polinómicas para encontrar los ceros, dividir un polinomio por otro de grado uno para bajarle el grado y eventualmente por polinomios de grado mayor, etcétera. Es decir, las técnicas surgirían asociadas a la conveniencia para el estudio del comportamiento de una función evitando brindar algoritmos que no puedan justificar los alumnos.</p>
<p>Funciones racionales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Análisis y usos para modelizar de funciones de la forma $y = k/x$ • Funciones de la forma $y = k/g(x)$, siendo $g(x)$ un polinomio de grado uno • Función homográfica o bilineal. Asíntotas. 	<p>Para el tratamiento de estas funciones se recupera la proporcionalidad inversa ya trabajada en años anteriores. Se busca avanzar en el tratamiento de funciones con mayor dificultad apelando a los recursos gráficos y la relación entre corrimiento de éstos y modificaciones en las expresiones algebraicas con miras a presentar la función homográfica o bilineal. Esta función permite introducir el concepto de asíntota.</p>
<p>Función exponencial y logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemas que involucren el estudio de procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial, discretos y continuos. 	<p>Es esperable que, como producto del trabajo vinculado con la resolución de problemas que involucren el estudio de procesos que crecen y decrecen, se puedan producir fórmulas asociadas a este tipo de funciones y recuperar el trabajo de producción de fórmulas ya se viene realizando desde años anteriores en el tratamiento de cada tipo de función. Para tal fin, se podría recurrir, por ejemplo, a situaciones de crecimiento y decrecimiento de poblaciones y esperanza de vida; análisis de la idea de capitalización e interés compuesto; amortización; devaluación e indexación; situaciones de desintegración de sustancias radiactivas, etcétera.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<ul style="list-style-type: none"> • La función exponencial: gráficos y fórmulas. • Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa. • Uso de computadora para estudiar el comportamiento de una función exponencial. • La función logaritmo como inversa de la exponencial. Gráfico y fórmulas. • Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa. Relaciones entre el gráfico exponencial y logarítmico. • Estudio de funciones logarítmicas y exponenciales: positividad, negatividad, ceros, crecimiento, decrecimiento en el contexto de los problemas que modelizan. • Análisis de propiedades de exponentes y logaritmos. • Problemas que se modelizan mediante ecuaciones exponenciales y logarítmicas. • Aproximación a la resolución gráfica. 	<p>El estudio de los diferentes procesos modelizados mediante funciones exponenciales, el estudio del comportamiento de la función exponencial, la elaboración de gráficos, las relaciones entre las variaciones de la fórmula y las variaciones del gráfico y el análisis de los corrimientos del gráfico podrán ser un contexto propicio para analizar algunas propiedades y los métodos de resolución de ecuaciones exponenciales. Es decir, se espera que las propiedades surjan como parte del estudio de la función.</p> <p>El estudio de esta función involucrará también una nueva mirada sobre la idea de asíntota, que se trató con la función racional.</p> <p>El mismo tipo de trabajo que el utilizado para la función exponencial se propone ahora para analizar las características de la función logaritmo, introduciendo el concepto de función inversa a partir de la relación existente entre aquella y la exponencial.</p> <p>Se sugiere iniciar el tratamiento de las funciones logarítmicas y exponenciales a partir de la representación gráfica. El uso de software matemático y calculadora serán un soporte necesario para algunos elementos del análisis. Resulta necesario brindar la información necesaria de modo que puedan trabajar con estas herramientas.</p> <p>A partir del trabajo desplegado con las funciones exponenciales y logarítmicas, se propone la introducción en la resolución de ecuaciones, conservando el soporte gráfico y funcional. Se espera que los alumnos puedan revisar, a la luz de problemas que se modelizan mediante ecuaciones, aquellas propiedades que han comenzado a ser estudiadas desde la perspectiva funcional.</p>

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Generalización de razones y relaciones trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia trigonométrica • Extensión de seno, coseno y tangente a cualquier ángulo. • Teoremas del seno y del coseno. • Modelización de problemas mediante triángulos. • Métodos de triangulación para localización de objetos lejanos. 	<p>Se busca extender el concepto de razón trigonométrica a cualquier ángulo empleando la circunferencia trigonométrica. Se avanza aplicando los teoremas del seno y coseno para la resolución de problemas modelizados mediante triángulos. La triangulación como recurso para ubicar un barco en el mar a partir de la información obtenida de dos puntos en la costa puede resultar un ejemplo del tipo de problemas útiles para trabajar el tema.</p>

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p data-bbox="163 342 457 367">Estadística y probabilidad</p> <ul data-bbox="163 402 625 570" style="list-style-type: none"><li data-bbox="163 402 558 427">• Sucesos mutuamente excluyentes.<li data-bbox="163 430 590 483">• Sucesos independientes; probabilidad compuesta.<li data-bbox="163 487 625 540">• Dificultad en determinar sucesos independientes; probabilidad condicional.<li data-bbox="163 544 516 570">• Varianza y desviación estándar.	<p data-bbox="676 402 1913 456">Interesa mostrar la insuficiencia de las medidas de posición y la necesidad de introducir otros elementos de análisis como la varianza y la desviación estándar, así como mostrar la necesidad de trabajar con probabilidades compuestas.</p>

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, por ejemplo: el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y de síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática de cuarto año, cobran particular relevancia:

- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Cambio de una forma de representación matemática a otra.
- Conjetura, validación y aplicación de fórmulas obtenidas a partir de regularidades.
- Identificación de recursos de representación para formular con precisión la pregunta que se quiere responder.
- Resolución de diferentes tipos de problemas e identificación de las etapas y técnicas de resolución que se fueron desarrollando.
- Análisis de errores en la resolución de problemas.
- Aplicación de propiedades ya validadas en la resolución de nuevos problemas, particularizando fórmulas generales en función de lo que el problema requiera.
- Propuesta y resolución de problemas análogos a otros ya resueltos.
- Distinción entre la estrategia general de resolución de un problema y los procedimientos auxiliares que son necesarios para completar los distintos pasos.
- Aplicación de herramientas matemáticas para modelizar situaciones.
- Comparación de distintos tipos de crecimiento a partir del análisis funcional.
- Comparación de conjuntos con cantidades muy grandes de elementos y conjuntos infinitos.

QUINTO AÑO



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar quinto año, los estudiantes serán capaces de:

- Utilizar intervalos para representar conjuntos de números reales y determinar distancia entre números.
- Interpretar gráficamente ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto y resolverlas empleando aquel recurso.
- Interpretar gráficamente la definición de número real como sucesión de números racionales.
- Modelizar y resolver situaciones problemáticas extra e intra matemáticas que involucran:
 - funciones trigonométricas, considerando el comportamiento gráfico y la expresión algebraica más pertinente;
 - la función parte entera y funciones definidas por partes;
 - funciones racionales;
 - combinaciones de cualesquiera de las funciones estudiadas durante el ciclo secundario;
 - variables aleatorias con distribución normal.
- Comprender las características de las funciones trigonométricas incluyendo ceros, periodicidad, comportamiento gráfico, dominio, imagen y el significado de los parámetros que aparecen en la formulación algebraica.
- Valorar la utilidad de modelizar matemáticamente diferentes situaciones y procesos identificando que permite estudiarlos con mayor profundidad y realizar.
- Apelar al recurso algebraico para resolver problemas que involucran puntos en el plano y diferentes figuras geométricas.
- Identificar las características de la distribución normal.
- Establecer correlaciones lineales a partir de un conjunto de datos estadísticos.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Números reales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distancia entre números reales. • Intervalos de números reales. • Resolución de ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto apelando a distancia. • Aproximación de números reales por sucesiones de racionales. Concepto de número real. • Concepto de límite: aproximación intuitiva. 	<p>Se retoma el concepto de valor absoluto para definir distancia. El tratamiento a partir de la representación de los números reales sobre la recta numérica colabora en la comprensión de los conceptos. Se busca resolver ecuaciones en inecuaciones sencillas que involucren la expresión $x-a$ a partir de su interpretación en la recta en términos de distancia.</p> <p>Las sucesiones de racionales son un terreno fértil para abordar nuevamente algunas relaciones que permiten comprender mejor el campo de los números reales. Se propone que solo se presenten algunos ejemplos (e, π, raíz de) y no que se aborde el problema de la definición de número real en toda su complejidad.</p>

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Funciones trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distintas definiciones de ángulo y diferentes notaciones. • Distintas formas y sistemas para medir ángulos. • Problemas en contextos matemáticos y extramatemáticos que se resuelven usando las funciones trigonométricas. • El comportamiento de las funciones trigonométricas. Uso de software matemático. • Estudio de las funciones seno y coseno. Dominio e imagen. Periodicidad, ceros. Intervalos de positividad y negatividad. • Representación gráfica. • Estudio de las variaciones de la amplitud y frecuencia. • La función tangente. Representación gráfica. Periodicidad, ceros, imagen. Intervalos de positividad y negatividad, dominio, asíntotas. 	<p>Se propone recuperar el trabajo realizado el año anterior en relación con las medidas de los ángulos y los conceptos de seno y coseno para extenderlos a una concepción funcional de estas nociones.</p> <p>Al igual que con otras funciones, se espera que la resolución de diferentes tipos de situaciones (ondas, rotaciones mecánicas, etcétera) dé lugar a la presentación de las funciones trigonométricas. Es conveniente que este trabajo se despliegue con el recurso de software matemático, para lo cual se deberá ofrecer suficiente información sobre el uso de esta herramienta de modo que los alumnos puedan utilizarla.</p> <p>El trabajo con las funciones trigonométricas incorpora el estudio de amplitudes y frecuencias; y sería interesante que se aborde el reconocimiento de la relación entre la expresión o fórmulas de la función y estos dos conceptos. En particular, interesa poder anticipar cómo varía la amplitud y la frecuencia si cambia la fórmula de la función. El uso de recursos informáticos podría favorecer el estudio del comportamiento de este tipo de funciones.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que se modelicen mediante ecuaciones trigonométricas. 	<p>A partir del trabajo con las funciones trigonométricas, es posible proponer situaciones que permitan introducir las ecuaciones como modelos pertinentes para resolver problemas. Es esperable que los estudiantes puedan recurrir a sus conocimientos sobre aquellas funciones para tratar la resolución de ecuaciones. Las identidades trigonométricas se trabajarán en tanto sean necesarias para dicha resolución. Interesa que los alumnos distingan entre ecuación e identidad</p>
<p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelización matemática de situaciones apelando a las funciones parte entera, valor absoluto y funciones definidas por partes. • Modelización de situaciones mediante funciones racionales. • Modelización de situaciones utilizando funciones vistas en este y otros años. • Estudio de las funciones parte entera, módulo y racionales. 	<p>Se trata de proponer a los alumnos diferentes situaciones que puedan ser tratadas desde las funciones presentadas. La incorporación de las funciones parte entera, valor absoluto y las definidas por partes permite trabajar con funciones compuestas aunque no se haga mención de la operación de composición de funciones ni se la estudie en particular.</p> <p>El énfasis podría ponerse en el estudio de procesos que impliquen definir variables, producir fórmulas, elaborar gráficos, etcétera. Este tipo de situaciones requiere buscar información pertinente, que aporte al proceso de modelización, ya que los conocimientos matemáticos no serán suficientes en muchos de los casos planteados. El estudio de las funciones presentadas puede ser un buen ejercicio para que los alumnos empleen los conocimientos adquiridos sobre qué características y elementos son relevantes en el análisis de funciones. En el caso de las funciones racionales, se busca ampliar lo ya visto en años anteriores para abarcar cualquier tipo de función racional.</p>

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Nociones de geometría analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Producción de expresiones algebraicas para modelizar relaciones entre puntos del plano cartesiano. • Uso del teorema de Pitágoras para elaborar la fórmula de la distancia entre dos puntos en el plano coordenado y la ecuación de la circunferencia. • Distancia de un punto a una recta. Intersección entre circunferencia y una recta. Solución gráfica y analítica. Análisis de la cantidad de soluciones. • Ecuación de la circunferencia y de la parábola. • Intersección entre parábola y recta y parábola y circunferencia. 	<p>Se trata de volver a estudiar los mismos objetos geométricos ya vistos en años anteriores, pero con herramientas algebraicas. Se pueden abordar algunos de dichos objetos a partir del conocimiento de las expresiones de ciertas curvas que representan funciones (rectas, parábola, hipérbola) y extenderlo a curvas no funcionales (rectas verticales, circunferencias, círculos, parábolas e hipérbolas no funcionales, etcétera).</p> <p>Se recurre al teorema de Pitágoras para trabajar la fórmula de la distancia entre dos puntos en el plano. Es interesante extender la fórmula de distancia al espacio. Se pueden presentar las expresiones de rectas en el espacio y revisar la idea de sistemas de ecuaciones desde el punto de vista gráfico, extendiéndolo a tres dimensiones.</p> <p>Se propone trabajar cuestiones geométricas con elementos algebraicos para poner de manifiesto la potencia que la geometría analítica le dio a la matemática. Es una oportunidad también para incorporar un conjunto interesante de problemas que permiten revisar conocimientos ya adquiridos.</p>

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Estadística y probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Correlación lineal entre variables aleatorias. • Lectura, análisis e interpretación de gráficos de dispersión. • Distribución normal. • Uso de herramientas informáticas en la estadística. 	<p>Interesa que los alumnos tengan una aproximación al manejo de grandes cantidades de datos y que vean a la estadística como una herramienta para poder tomar decisiones a partir de tendencias. La distribución normal es un buen ejemplo de cómo el azar está reglado y permite distinguirlo de la visión muy arraigada en los alumnos que consideran que cuando se habla de azar “cualquier cosa puede pasar”.</p> <p>Por otra parte, se intenta que los alumnos identifiquen abusos y falacias en el uso de la estadística, producidos por la manipulación de la información y de las formas de representación.</p>

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, por ejemplo: el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y de síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática de quinto año, cobran particular relevancia:

- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Cambio de una forma de representación matemática a otra.
- Resolución de diferentes tipos de problemas e identificación de las etapas y técnicas de resolución que se fueron desarrollando.
- Aplicación de propiedades ya validadas en la resolución de nuevos problemas, particularizando fórmulas generales en función de lo que el problema requiera.
- Propuesta y resolución de problemas análogos a otros ya resueltos.
- Identificación de recursos de representación para formular con precisión la pregunta que se quiere responder y seleccionar la más conveniente.
- Aplicación de herramientas matemáticas para modelizar situaciones.
- Comparación de distintos tipos de crecimiento a partir del análisis funcional.
- Comparación de conjuntos con cantidades muy grandes de elementos y conjuntos infinitos.
- Comparación de situaciones de azar reglado con situaciones de azar caótico e identificar aquellas que puede tratar la matemática.



ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

Se sugiere que cada profesor desarrolle un programa de evaluación.

Un programa de evaluación es una estructura compuesta por distintas instancias e instrumentos de evaluación, que permiten evaluar aprendizajes diversos y atienden a los diferentes propósitos de la evaluación.

El programa de evaluación debe diseñarse a partir de los objetivos anuales de la asignatura.

La evaluación debe orientarse a la mejora de los procesos de aprendizaje y debe brindar información a alumnos y docentes para tomar decisiones orientadas a la mejora continua.

El diseño del programa deberá contemplar las siguientes características:

- Incluir al menos tres instancias de evaluación por alumno por trimestre.
- Contemplar la evaluación de distintos tipos de aprendizaje (conocimientos, procedimientos, habilidades, actitudes, etcétera).
- Contemplar la evaluación del proceso de aprendizaje de los alumnos.
- Promover la utilización de diversas propuestas de evaluación (pruebas escritas y orales, coloquios, portfolios, análisis de casos, matrices de valoración).

El diseño del programa de evaluación debe atender a aquellas cuestiones o aspectos priorizados en el marco de la enseñanza. En este sentido, resulta importante introducir la reflexión a propósito del trabajo personal y el estudio independiente como tareas propias del estudiante que la escuela tiene la responsabilidad de planificar, promover y ayudar a organizar.

“El estudio es hoy el eslabón perdido entre una enseñanza que parece querer controlar todo el proceso didáctico y un aprendizaje cada vez más debilitado por la exigencia de que se produzca como una consecuencia inmediata, casi instantánea, de la enseñanza. Pretendemos restituir el estudio al lugar que le corresponde: el corazón del proyecto educativo de nuestra sociedad. (...) Proponemos considerar la educación de manera más amplia como un proyecto de estudio cuyos principales protagonistas son los alumnos. El profesor dirige el estudio, el alumno estudia.” (Chevallard-Bosch-Gascón¹)

Sostenemos, como los autores citados, que:²

- el aprendizaje no es la consecuencia inmediata de la enseñanza;

¹ Yves Chevallard, Marianna Bosch, Joseph Gascón. *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Horsori, Barcelona, España. 1997.

² Extraído del Documento N° 2: *Apoyo a los alumnos de 1° año en los inicios del nivel medio*. Secretaría de Educación. G.C.A.B.A. 2000.

- no hay aprendizaje sin un trabajo personal del alumno, es decir sin estudio;
- contribuir a la organización del estudio del alumno debería ser parte del proyecto del profesor.

En la medida en que el estudio independiente de los alumnos no se incluya explícitamente en el proyecto de enseñanza, no se reflexiona acerca de la complejidad que este supone. El docente tiende a veces a considerar el estudio fuera de la clase como una actividad privada del alumno y acerca de la cual no tiene ninguna responsabilidad. A su vez, resulta difícil para los alumnos comprender la especificidad que adquiere el estudio en matemática –como también la tiene estudiar en cada una de las disciplinas–.

Estudiar significa mucho más que resolver ejercicios de la carpeta o similares, aunque esta actividad está incluida en el estudio. Sabemos que estudiar un concepto involucra, entre otras cosas, relacionarlo con otros conceptos, identificar qué tipos de problemas se pueden resolver y cuáles no con esta herramienta, saber cuáles son los errores más comunes que se han cometido en la clase como parte de la producción y por qué. Como es sabido, cada disciplina tiene una especificidad en su quehacer, tiene formas particulares de producir, de comunicar y validar conocimientos. Estas formas específicas deben estar incluidas en el estudio; es decir, el alumno no puede estudiar desconociendo, por ejemplo, las maneras de establecer la verdad en matemática. Estas formas específicas de producir conocimiento, de validarlo y de comunicarlo deben estar incluidas en la enseñanza y en el estudio del alumno. Estudiar supone, pues, resolver problemas, construir

estrategias de validación, comunicar y confrontar con otros el trabajo producido y reflexionar sobre el propio aprendizaje. Resulta entonces fundamental dar lugar, en clase, a la orientación de la tarea personal tanto como a su recuperación posterior.

La evaluación en la escuela puede ser pensada tanto para tener elementos relativos a la marcha de los aprendizajes de los alumnos como para obtener información que permita tomar decisiones de manera más racional y fundamentada para mejorar la enseñanza. La falta de aprendizaje no puede ser inmediatamente asumida como responsabilidad de los estudiantes por su falta de compromiso con la tarea; tampoco ser adjudicada a la falta de capacidad para la actividad matemática. Una preocupación central en esta área es la fuerte tendencia que ha habido a catalogar a los alumnos de “buenos” o “duros” en matemática. Esta distinción reposa sobre el supuesto de que la matemática es una disciplina para algunos que son rápidos, inteligentes, etcétera. Partimos, por el contrario, del supuesto de que todos los alumnos pueden aprender matemática bajo ciertas condiciones didácticas. Sin duda, existen diferencias individuales entre los alumnos, y pueden ser necesarias propuestas específicas que consideren alternativas en tiempos y modalidades, pero en el marco de las mismas finalidades y enfoque.

El desafío consiste en evaluar los progresos de cada alumno en relación con los conocimientos que él mismo tenía y en relación con lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo y ahora es evaluado. Es necesario dar nuevas y variadas oportunidades de aprender a quien no lo ha hecho todavía. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos

de cada alumno con su propio punto de partida y no solamente con los conocimientos de los otros alumnos. Aquello que un alumno no ha logrado todavía puede lograrlo en otro momento. ¿Este estudiante progresa en dirección a aquello que se espera? ¿En qué medida lo que sabe ahora lo pone en mejores condiciones para seguir aprendiendo? ¿Cuáles son los problemas que ahora puede resolver y antes no? ¿Cómo han progresado sus procedimientos de resolución? ¿Ha incorporado nuevas formas de representación? Los resultados de la evaluación constituyen una fuente valiosa de información para la toma de decisiones para la enseñanza, permiten revisar las estrategias implementadas y proponer nuevos cursos de acción acordes con las características de los grupos, los logros alcanzados y las dificultades detectadas.

Si la evaluación permite reconocer una distancia entre los conocimientos de algunos alumnos en relación con lo que se espera, la escuela tiene el compromiso de organizar una nueva enseñanza específicamente dirigida a que dichos alumnos aprendan.

La evaluación de los aprendizajes de los alumnos no se reduce a evaluaciones individuales, escritas, sumativas. Los docentes utilizan diversas herramientas que permiten conocer la evolución de los aprendizajes de los alumnos. Es importante diversificar las formas de evaluación en matemática incluyendo la observación de la clase, de la participación de los alumnos en tareas grupales, del tipo de intervenciones y preguntas que despliegan, de los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, etcétera. De allí que el docente se podrá hacer otras preguntas tales como: ¿qué intervenciones realizan?, ¿cuáles son los errores

que aparecen?, ¿qué procedimientos han utilizado? Un buen momento para tomar registro de dos o tres alumnos por clase es la fase de resolución individual o grupal de las situaciones planteadas. Luego del momento de resolución, en algunas clases se procede a la comunicación de procedimientos y resultados, a su discusión y comparación. Es importante también observar y registrar las evoluciones de los alumnos con respecto a estos aprendizajes vinculados al trabajo colectivo.

Partimos del supuesto de que el profesor no es el único que evalúa la marcha de los aprendizajes de los alumnos. Creemos importante que los alumnos también participen en la evaluación de lo realizado, tanto en tareas grupales como individuales. Para ello, es imprescindible que tomen conciencia de qué están aprendiendo. El trabajo colectivo y las intervenciones del docente dirigidas a que los alumnos reconozcan qué es aquello que han aprendido luego de un conjunto de actividades favorecerán las reflexiones sobre el quehacer individual. Es decir, en la medida en que se supere la idea tan difundida de que la evaluación de la producción la hace otro (el profesor, el que sabe), será posible un compromiso de los alumnos con la evaluación de sus aprendizajes.

CICLO ORIENTADO

La evaluación en el Ciclo Orientado merece alguna consideración aparte en lo que se refiere a la modelización. La evaluación de los aprendizajes no está desligada de la forma que se adopte para la presentación de los contenidos involucrados. En este diseño se propone abordar los temas a partir de problemas significativos para

los alumnos y modelizar matemáticamente algunos de los elementos involucrados en el problema. Si se parte de esta idea para el desarrollo de la enseñanza, podemos distinguir tres aspectos del proceso de modelización una vez delimitado el problema y el aspecto del mismo que se va a abordar:

1. Determinar el modelo conveniente (esto incluye, entre otras cosas, determinar las variables que están en juego, qué características tienen y cómo se relacionan entre ellas, elegir una forma conveniente de representación y hacer hipótesis de relevancia y de simplificación). En la enseñanza, este proceso es de ensayo y error junto con los alumnos y conviene hacerlo a partir de las propuestas que ellos tengan, guiando el proceso hacia la conveniencia de un determinado modelo. En la evaluación, es importante el registro de las propuestas y del trabajo de ensayo que realizan los alumnos.
2. Comprender cómo funciona el modelo y aplicarlo a situaciones similares. En la evaluación, esto incluye registrar cómo determinan los estudiantes cuáles son los insumos del modelo (*input*), cuáles son las respuestas que da el modelo y cómo las interpretan.
3. Operar con el modelo. Esto involucra el uso de los conceptos matemáticos junto con algunos algoritmos y otras herramientas matemáticas empleadas para hacer que el modelo brinde los resultados que se pretenden. Acá se incluye la operatoria con los conceptos empleados para modelizar y la comprensión de cómo funciona el modelo en la situación particular para la que fue propuesto. Estos tres puntos sirven de base para determinar

pautas de evaluación de los aprendizajes. En términos generales, se puede sostener que aquellos alumnos que logran determinar el modelo conveniente han logrado incorporar las habilidades y formas de pensamiento que se pretenden en esta etapa de su educación y han ido un poco más allá logrando poner en juego su creatividad en la actividad matemática. Una situación parecida se da con aquellos estudiantes que sin determinar el modelo pueden emplearlo para resolver situaciones problemáticas similares aplicándolo por sí mismos. La comprensión de cómo funciona el modelo en la situación particular para la que fue planteado y cómo operar convenientemente con los elementos involucrados en el modelo deberían ser las expectativas mínimas para poder sostener una formación razonable en matemática.

TERCER AÑO

En tercer año, es importante tener en cuenta algunos elementos particulares en la evaluación:

En las situaciones de conteo, es interesante considerar dos etapas:

1. la obtención de los casos que deben contarse;
2. el conteo de los casos.

Para la primera etapa, el uso que hacen los estudiantes de diagramas es un elemento a tener en cuenta para la evaluación, aunque esta no debe limitarse a esta herramienta. Algunos alumnos estarán más capacitados para emplear otros métodos de detección que resultan igualmente eficaces. En cualquier caso, la evaluación

buscará ver los avances en la comprensión de problemas de conteo y en la sistematización y orden que pongan en práctica en la determinación de los casos.

Para la evaluación del conteo de los casos, es conveniente atender a las capacidades para conjeturar fórmulas, para validarlas y para aplicarlas correctamente. Se espera que los alumnos accedan, al menos, a una correcta aplicación.

En la evaluación de las propiedades de los conjuntos numéricos, el foco está puesto en el establecimiento de relaciones de orden y el concepto de densidad de los racionales.

Respecto de las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones, así como en lo que hace al uso de funciones y razones trigonométricas, es importante recuperar lo antes señalado para las modelizaciones. No se pretende que los estudiantes puedan aplicar una variedad de algoritmos resolutivos, sino que puedan acceder a la solución de ecuaciones y sistemas y sean capaces de explicar el sentido de lo realizado. Un criterio a considerar en la evaluación será el reconocimiento de la existencia de problemas sin solución y de problemas con múltiples soluciones, lo que supone una ruptura respecto de la idea de que todo problema matemático tiene solución y que la misma es única.

Respecto de las funciones, es importante que los estudiantes asimilen la relación entre la representación algebraica y la representación gráfica de una función, además de su utilidad como herramienta de modelización. Pueden proponerse a los estudiantes actividades que exijan cambiar de una forma de representación a otra o reconocer que una forma corresponde a otra de otro tipo.

En lo que hace a los conceptos probabilísticos, interesa focalizar en la identificación de situaciones azarosas sobre magnitudes finitas, el cálculo de probabilidad entendida de la manera clásica y su relación con la frecuencia relativa en un experimento aleatorio. En cuestiones estadísticas, un punto muy importante a considerar es la relevancia y representatividad de las muestras. Resulta útil, en estos casos, trabajar con el análisis de encuestas, distinguir las distintas alternativas seleccionadas para el muestreo de casos y analizar sus implicancias a la hora de extender los resultados a la población tomada como universo del estudio.

CUARTO AÑO

La evaluación en cuarto año continuará valorando los avances en muchos de los elementos ya vistos en el año anterior. La aplicación de propiedades que se sustentan en el orden en los conjuntos numéricos, la capacidad de conjeturar fórmulas generales, aplicarlas y validarlas continúan siendo uno de los focos de la evaluación, en este caso a partir del trabajo con sucesiones.

Las capacidades para seleccionar y desarrollar modelos, aplicarlos a nuevas situaciones y operar con ellos en la resolución de problemas son aprendizajes a continuar desarrollando durante este año. Se incorporan nuevas herramientas como las funciones exponencial, logarítmica, polinómicas de grado mayor que dos y racionales. Sigue siendo un foco de atención la evolución en el análisis de funciones, por ejemplo la capacidad para detectar dominios, imágenes, ceros o las características del gráfico. Un elemento que debe tomarse en cuenta,

al evaluar, es la capacidad de los estudiantes para distinguir diferentes tipos de crecimiento. Este punto se puede evaluar también cuando se tratan las sucesiones.

En lo que hace al análisis de funciones, además del concepto de crecimiento, cobra relevancia el concepto de función inversa. Es posible retomar este último a partir de las funciones ya vistas anteriormente para tener indicios de su comprensión.

La extensión de las razones trigonométricas a cualquier tipo de ángulos y el trabajo con triángulos pueden ser evaluados a partir de su uso en la modelización de situaciones. Los triángulos son una herramienta importante para poder organizar el espacio que nos rodea y poder expresarlo en términos algebraicos. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el tratamiento de las relaciones en los triángulos despojado de toda relación con el espacio físico-geométrico suele resultar poco significativo y, por lo tanto, se espera que la evaluación de dicho tratamiento sea realizada sobre situaciones problemáticas en las que se apliquen triángulos para su resolución.

Durante este año, será objeto de particular atención el manejo del lenguaje matemático, además de las transformaciones algebraicas de expresiones matemáticas.

En lo referido a las probabilidades, interesa que los alumnos puedan comprender las posibilidades que brinda la matemática de tratar con problemas que involucren probabilidades compuestas.

QUINTO AÑO

En este año, se continúan aplicando los criterios explicitados para años anteriores, incorporando algunos elementos específicos.

La modelización de situaciones (establecer, comprender cómo se aplica y operar con el modelo) sigue siendo un logro a evaluar. Interesa ver los avances de cada estudiante en este aspecto, incorporando ahora nuevas funciones.

Respecto de las funciones, se incorporan los conceptos de periodicidad y de distribución normal, cuyo conocimiento se evaluará en función de cómo los alumnos lo utilizan en situaciones particulares. Es útil recurrir a algunas propiedades conocidas de las funciones como la inyectividad y la sobreyectividad y pedir a los alumnos que establezcan propiedades sencillas, por ejemplo la imposibilidad de tener funciones periódicas que sean inyectivas. Del mismo modo, resulta relevante la relación entre la biyectividad de una función y la existencia de función inversa. Interesa registrar la capacidad de los alumnos para reconocer la inexistencia de inversas de las funciones trigonométricas y la manera como restringen sus dominios y sus conjuntos de llegada para que sean biyectivas. La introducción de las funciones inversas de las trigonométricas puede ser un buen elemento para la evaluación de estos puntos.

Un punto que adquiere relevancia para la evaluación en este año es la capacidad de moverse de la representación algebraica a la geométrica y viceversa. Las relaciones que brinda la geometría analítica son cruciales en esto. Es importante evaluar la capacidad de reconocer, en la forma de las expresiones, la ecuación de una determinada curva y poder, en la medida de lo posible, brindar su representación en el plano. Para ello, se sugiere presentar ecuaciones y pedir una representación gráfica posible y, al revés, presentar

curvas en el plano y pedir que identifiquen a qué ecuaciones pueden corresponder. La identificación correcta es una expectativa mínima de logro en este período. Para la evaluación en este caso es útil retomar lo trabajado en años anteriores con ecuaciones lineales, circunferencia, recta tangente y representación gráfica de funciones.

En lo que hace a la evaluación de conceptos estadísticos, es importante que los estudiantes puedan desarrollar una actividad de manejo estadístico de

información, lo que involucra organización de la muestra, toma de datos, sistematización y análisis. Es bueno poner el foco en casos en los que la distribución normal es una herramienta útil. Puede considerarse como estrategia recurrir a actividades que involucren la revisión crítica de la información estadística que se brinda a través de los medios de comunicación. En estos casos, se sugiere trabajar con los estudiantes la comparación entre la interpretación de la información difundida por los medios con aquella realizada por especialistas.

