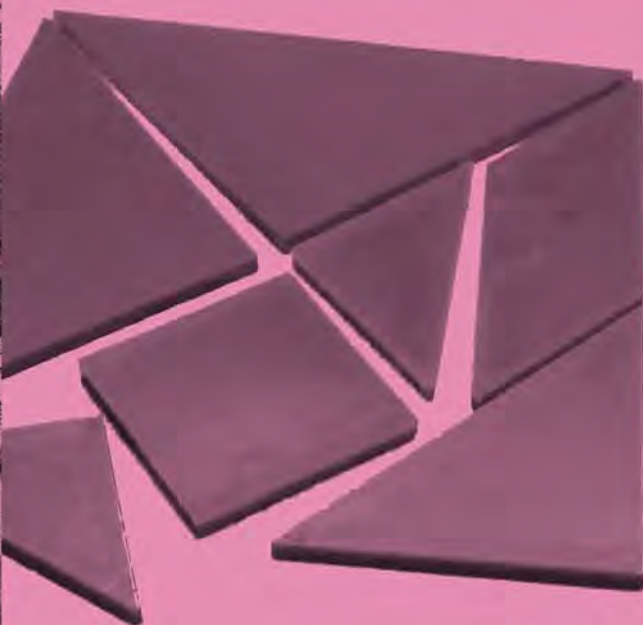


Teorías y prácticas en capacitación

MATEMÁTICA

**Análisis de una experiencia
de capacitación distrital.
Aportes para la reflexión
entre capacitadores**



CePA
ESCUELA DE CAPACITACIÓN DOCENTE
CENTRO DE PEDAGOGÍA DE ANTECIPACIÓN



MATEMÁTICA

Análisis de una experiencia de capacitación distrital. Aportes para la reflexión entre capacitadores

Colección Teorías y prácticas en capacitación

ISBN N° 978-987-25366-0-2

Guibourg, Flavia

Matemática : análisis de una experiencia de capacitación distrital. Aportes para la reflexión entre capacitadores / Flavia Guibourg y Pierina Lanza ; coordinado por Victoria Fernández Caso y Adriana Díaz ; dirigido por Dafne Vilas . - 1a ed. - Buenos Aires : Escuela de Capacitación Docente - CEPA, 2012. 60 p. ; 22x16 cm. - (Teorías y prácticas en capacitación / Dafne Vilas; 9)

ISBN 978-987-25366-9-5

1. Formación Docente. 2. Matemática. I. Lanza, Pierina II. Fernández Caso, Victoria, coord. III. Díaz, Adriana, coord. IV. Vilas, Dafne, dir. V. Título
CDD 371.1

COORDINADORA GENERAL Dafne Vilas

CePA
ESCUELA DE CAPACITACIÓN DOCENTE
CENTRO DE PEDAGOGÍAS DE ANTICIPACIÓN

Ministerio de Educación



Buenos Aires
Gobierno de la Ciudad

Como parte integrante del sistema formador, el CePA participa del conjunto de las políticas, las estrategias y los ámbitos desde los cuales el Ministerio de Educación de la Ciudad atiende al desarrollo profesional de maestros y profesores.

La Escuela de Capacitación Docente desarrolla acciones que se vinculan con el acceso y la movilidad de la carrera profesional, incluyendo cursos en diversas modalidades y propuestas de acciones institucionales, todas en pos de acompañar a directivos y docentes en su trabajo cotidiano.

Entendemos que la capacitación docente es, fundamentalmente, una práctica que opera en el vínculo que establecen el educador y el conocimiento. Se construye a partir de diferentes concepciones que, a su vez, muestran distintas formas de pensar dicha relación. En esta complejidad, nuestras concepciones acerca de la capacitación forman parte de un acto de enseñar que afecta y propone condiciones al aprendizaje.

En la continuidad y desarrollo de estas acciones, los equipos docentes del CePA compartimos un conjunto de reflexiones sobre nuestro quehacer profesional e institucional, que tienen como base una experiencia acumulada. Ella nos permite avanzar en la formulación y sistematización de saberes en torno de la formación continua. Es en esta línea que se inscribe esta nueva colección de publicaciones que presentamos.

Cabe destacar que la modalidad de gestión hacia el sistema educativo que venimos llevando adelante propicia el diálogo sin dejar de construir direccionalidad. En ese sentido, les acercamos una mirada sobre las orientaciones que hoy guían nuestras propuestas: la Colección Teorías y prácticas en capacitación viene a mostrar algunas de nuestras respuestas y muchas de las preguntas que nos desafían a seguir trabajando.

Dafne Vilas
Coordinadora General
CePA

Teorías y prácticas en capacitación

Sujetos y prácticas se juegan en las distintas situaciones de enseñanza, no sólo en el aula sino también en las distintas escenas de capacitación. Construir un texto posible que hable de teorías y prácticas, que ponga en escena los aspectos conflictivos – habitualmente no explicitados o negados– al momento de referirse una experiencia educativa concreta, es una forma de comenzar a construir un nuevo saber acerca de las prácticas de capacitación o, al menos, acercar una nueva mirada sobre ellas. Años atrás, el CePA puso la mirada en las escrituras. Se produjeron distintos documentos de trabajo acerca de cómo poner la práctica en texto, precisando funciones y buscando configurar formatos que respondieran a los propósitos de nuestras acciones. Se buscó un modo de poner en el centro la escritura de lo que sucede en la capacitación, con el fin de identificar elementos para su análisis y contar con materiales que permitieran volver a pensar las diversas propuestas que se realizaban. Retomando esta línea de trabajo, las actuales experiencias de formación se traducen en variadas escrituras, que ponemos a disposición en una nueva colección titulada Teorías y prácticas en capacitación. La misma está compuesta por un conjunto de materiales que tratan problemas de la enseñanza en los distintos espacios curriculares, abordados en las escuelas de todos los niveles educativos de la ciudad. El foco de esta colección está puesto en la relación entre teoría y práctica, en lo que hace a la formación continua y el desarrollo curricular.

Los trabajos que se incluyen proponen colaborar en la búsqueda de estrategias y abordajes que desde la capacitación impacten sustantivamente en el trabajo pedagógico-didáctico de las escuelas. Entendemos que la capacitación se construye a partir de un diálogo entre los saberes que cotidianamente ponen en juego los docentes a la hora de enseñar y las perspectivas que se ofrecen desde los aportes disciplinares y didácticos de cada área de conocimiento. Por ello, las ideas que se exponen en cada material de esta colección son producto de un recorrido entre capacitadores y docentes, en las escuelas. Los textos han sido escritos por integrantes de los equipos del núcleo de formación Currículum, saberes y conocimiento escolar, a partir de su participación en experiencias colectivas de debate y construcción de saberes sobre la formación.

Queremos saber más acerca de la capacitación. Los textos realizados en el marco de esta colección proponen un espacio rico para el análisis de la propia práctica y colaboran en la construcción de una identidad en y a partir de las acciones de capacitación. En ellos, capacitadores que se constituyen como tales narran y se narran, a la vez que exhiben la especificidad de la tarea al reflexionar sobre ella. “Dialogan los docentes”, “opinan los directivos”, “proponen los bibliotecarios”, “construimos entre todos” son expresiones que convocan escenas, que marcan una posición acerca de la tarea de capacitar. Teorías y prácticas en capacitación propone pensarlas y dialogar a partir de ellas.

Adriana Laura Díaz y Victoria Fernández Caso

Coordinadoras – Núcleo Currículum, Saberes y Conocimiento Escolar

NÚCLEO DE FORMACIÓN

Currículum, saberes y conocimiento escolar

Colección Teorías y prácticas en capacitación

Coordinación pedagógica

Adriana Laura Díaz y Victoria Fernández Caso

Autoras de este material

Flavia Guibourg y Pierina Lanza

Edición, diseño gráfico y corrección:

Escuela de Capacitación Docente - CePA

Índice

I. Introducción

A. Sobre la formación docente continua en Matemática	9
B. Sobre el análisis de una experiencia	12

II. Tratamiento del contenido matemático en la capacitación. El caso de las fracciones y la geometría

A. Acerca del concepto de fracción	
1. Antecedentes históricos	14
2. Número racional	15
3. La noción de fracción	17
4. Caracterización del campo numérico de los números racionales. Diferencias con los naturales	19
5. Distintos significados para el concepto de fracción.	20
B. Acerca del tratamiento de la Geometría	25

III. Prácticas de capacitación que problematizan la enseñanza de la matemática: las fracciones y la geometría

A. Actividades matemáticas para reflexionar acerca de las fracciones	26
1. El caso de las fracciones	27
2. El caso de la geometría	34
B. Gestión de la clase y otras reflexiones didácticas	39
C. Análisis de textos escolares	55

I. Introducción

A. Sobre la formación docente continua en Matemática

Diferentes etapas en la formación y dimensiones de las prácticas, nos ubican en la necesidad de focalizar algunos criterios respecto de la formación continua o permanente de los docentes de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

En los espacios de capacitación, se desea construir algunos criterios para avanzar sobre la reflexión de las prácticas de enseñanza y la toma de decisiones en el ámbito de la clase. ¿Cómo se hace? ¿Cómo se avanza en un proceso en el cual la propuesta es que los docentes construyan conocimiento? ¿En cuáles situaciones estas actividades cobran sentido?

Para empezar, se puede acordar con la posibilidad de transmitir resultados de diferentes investigaciones, en nuestro caso, en didáctica de la matemática, o de compartir aquellos trabajos que surgen de las actualizaciones curriculares de las jurisdicciones, a modo de primeros insumos para esos espacios de formación. Esto, de manera conjunta con la reflexión y el análisis de las propias prácticas.

Sin poner títulos, pero intentando avanzar en la idea de “transmisión”, un especialista en didáctica francés dedicó su tesis doctoral al análisis de las prácticas de formación profesional y a su evolución. Kuzniak* distingue cuatro tipos principales de dispositivos:

- las estrategias culturales, que ponen la mirada sobre el contenido disciplinar y dejan lo pedagógico librado al trabajo del profesor;
- las estrategias basadas en la “mostración”, que constituyen el modelo más viejo de formación profesional;
- las estrategias basadas en la homología, que trabajan sobre la analogía entre la formación del adulto y la del niño;
- las estrategias basadas en la transposición, que se paran en un saber teórico que organiza y estructura la práctica, centradas en la transposición de este saber.

*Kuzniak, Alain (1993) *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré* (tesis de doctorado - Université Paris VII)

Estos dispositivos, en forma pura o mixta, conforman a su vez, modos de intervención, donde el recorte o reformulación de los problemas son punto de partida para los espacios de formación continua gestionados por los equipos de capacitadores del CePA.

En este marco de trabajo, nos preocupa la necesidad de definir cuáles son los objetos de saber en la formación continua de docentes en ejercicio. Más aún, ¿se trata de saberes? De ser así, ¿quién o quienes los legitiman? No es intención de esta comunicación dar respuesta a semejante pregunta, pero no podemos evadir realizarla. Se parte de considerar que la cuestión del reconocimiento del carácter erudito de un saber es un problema social, sobre todo teniendo en cuenta que se trata de saberes ligados a la profesionalización docente. En este aspecto, la noosfera¹ cumple un papel importante, pero en este caso las instituciones que la conforman tienen poca o nula visibilidad social o esta no es permanente.

Para avanzar, se puede considerar el trabajo de Arsac (1992), cuya presentación de la teoría de la transposición didáctica ubica las relaciones entre el saber y las instituciones, dando lugar a la “ecología de los saberes”:

“Este juego de los saberes en las instituciones de la sociedad lleva a distinguir varios tipos de prácticas relativas a los saberes:

- producción (ejemplo típico, la comunidad científica),
- utilización,
- enseñanza,
- transposición: manipulación del saber que permitirá hacer vivir en ‘nichos institucionales’ ciertos aspectos del saber.

El estudio global de estos fenómenos constituye la antropología de los saberes”.²

Para Arsac, se trata de estudiar la enseñanza y, en general, el estudio sistemático de situaciones en las cuales un individuo busca modificar la relación de otro con el saber. En este sentido cabe destacar cierto juego dialéctico entre saber e instituciones:

- Todo saber aparece en una institución, que define una relación institucional con él, generando juicios sobre el establecimiento de las relaciones individuales con ese mismo saber;

¹ “La noosfera es el centro operacional del proceso de transposición, que traducirá en los hechos la respuesta al desequilibrio creado y comprobado”. Chevallard, Yves (2005) *La transposición didáctica*, Buenos Aires: Aique.

² Arsac, Gilbert (1992) *La evolución de una teoría didáctica: el ejemplo de la transposición didáctica*, Buenos Aires: Ministerio de Cultura y educación de la Nación.

- En el establecimiento de la relación personal con el saber, influye las concepciones que tiene el sujeto sobre lo que es aprender, su historia.

Parece que trabajáramos en círculo, sin llegar a destino. Esto nos obliga a tomar una posición respecto a la formación continua. Se trata de acciones que se realizan en un tiempo y en un espacio determinado, orientadas por una lógica específica. Lo que hace necesario la existencia de estas acciones no es “lo novedoso”, no es “la moda pedagógica”, tampoco son las reformas educativas, las crisis sociales o el desempleo. Es, en cambio y entre otras cosas, la complejidad del acto de enseñar y la necesidad de situar esa complejidad en contextos altamente cambiantes.

Es, al mismo tiempo, la necesidad de recuperar la historicidad de las prácticas de enseñanza, poner a disposición el saber socialmente construido y producir conocimiento sobre problemas específicos en torno al trabajo del docente.

A su vez, sabemos que la formación permanente de los docentes, como todo acto de transmisión, es mediado y que la transmisión no ocurre en el vacío. En el análisis de las situaciones de formación resulta relevante el papel mediador fundamental que juegan los sujetos en la relación con el conocimiento. Quizás, el rasgo fundamental es la centralidad que allí adquiere la presencia de los docentes y formadores, así como de las instituciones de las cuales son parte.

La construcción de una posición para esta formación docente requiere plantearse los procesos de aprendizaje de los educadores como un fenómeno específico. El reconocimiento de sus modos de aprender y la transformación de los mismos, eventualmente, inciden en la transformación de las prácticas docentes. Éste no es un problema sólo cognitivo, sino también cultural y social, y se encuentra cruzado por las representaciones de los sujetos y las expectativas y normas institucionales, es decir, por las culturas escolares.

Entendemos que esta formación docente es, centralmente, una práctica que opera en el vínculo del docente con el conocimiento. Práctica que alberga diferentes concepciones que, a su vez, expresan distintas formas de pensar esta relación. Las concepciones que prevalecen construyen relaciones que afectan el intercambio: estas relaciones forman parte de la enseñanza y proponen condiciones al aprendizaje. El rescate en positivo de los saberes pedagógicos de los docentes, es decir, su legitimación como conocimiento válido y su posterior análisis crítico es uno de los ejes que dotan a las actividades en estos espacios de un “status teórico y práctico”, capaz de apoyar de manera sustantiva la asunción de un rol docente de carácter profesional para la enseñanza.

B. Sobre el análisis de una experiencia

En estas páginas propondremos el análisis de algunas propuestas de capacitaciones distritales para el Segundo Ciclo de la enseñanza del nivel primario, que resultaron significativas al equipo de capacitadores de matemática por varias razones:

- Se desarrollaron contenidos desafiantes desde lo matemático, en un contexto de trabajo áulico comprometido con un enfoque en que el hacer matemático genuino y la construcción del saber se plantearon como aspectos centrales.
- El dispositivo de capacitación, tal como fue diseñado, permitió la práctica de un hacer matemático genuino por parte de los docentes, y favoreció la presencia del equipo de conducción.
- Existió un notable retorno de experiencias y producciones en las capacitaciones siguientes.
- Pudo corroborarse en las escuelas la presencia de prácticas que dan cuenta de la recuperación del trabajo realizado en las capacitaciones por parte de los docentes.

En la presente escritura hemos buscado recuperar las reflexiones construidas en nuestras lecturas, seminarios internos y reuniones con compañeros de equipo, además de aquellas que tienen lugar en nuestra propia práctica de capacitación. Durante esa práctica, realizamos una síntesis permanente e inmediata entre el marco teórico que llevamos a los docentes, las experiencias que ellos comparten sobre sí mismos y sobre los alumnos, nuestras experiencias previas de capacitaciones y como docentes de aula. Nuestro objetivo aquí es abrir un espacio de reflexión conjunta con otros capacitadores, para la construcción de diversos saberes sobre la formación continua utilizando nuestra experiencia como una herramienta más.

Pensamos a la capacitación docente como un espacio de aprendizaje para el que un capacitador diseña un dispositivo específico que integra contenidos matemáticos y cuestiones didácticas asociadas. Las diferentes elecciones para organizar este dispositivo de manera de lograr los objetivos planteados son aspectos a problematizar a la hora de decidir cómo abordar esta tarea de enseñanza y aprendizaje en la que los destinatarios son docentes.

En el corto plazo de una acción, desde la capacitación nos proponemos lograr instalar la discusión alrededor de ciertas prácticas y concepciones acerca del trabajo matemático en el aula y también la revisión y actualización de los contenidos

matemáticos abordados. Idealmente, a mediano plazo apuntamos a la progresiva transformación de ciertas prácticas áulicas en relación a la enseñanza de la matemática; y a largo plazo a la presencia de un hacer matemático real en la escuela. En todos estos casos necesitamos tener en cuenta los problemas que se plantean en la práctica escolar cotidiana.

La elección o elaboración de buenas secuencias para la enseñanza de un contenido es una preocupación cotidiana para los docentes. Nuestro desafío es elaborar un dispositivo que incluya buenas secuencias de actividades a desarrollar a lo largo de las sucesivas capacitaciones con el mismo grupo de maestros.

Durante los encuentros de capacitación, nos proponemos trabajar sobre los saberes disciplinares, los saberes individuales, la relación de éstos últimos con nuevos saberes sociales y las propuestas matemáticas para los niños que se despliegan en el aula; así como reflexionar sobre diversas cuestiones didácticas, especialmente la gestión de la clase.

Seguramente hay muchas respuestas a la pregunta “¿Cómo aprende un maestro?” Muchas son las variables en juego. Pero, parafraseando el enfoque sobre la didáctica de la matemática que expresan los autores que constituyen nuestro marco teórico, podríamos decir que un maestro aprende partiendo de sus saberes previos, enfrenando situaciones problemáticas y a partir del trabajo cooperativo con otros frente a los cuales tiene que validar y cuestionar su saber. En las páginas que siguen buscaremos dilucidar cuáles son las situaciones problemáticas que deberían plantearse a los docentes para que sientan la necesidad de construir un nuevo saber.

II. Tratamiento del contenido matemático en la capacitación. El caso de las fracciones y la geometría

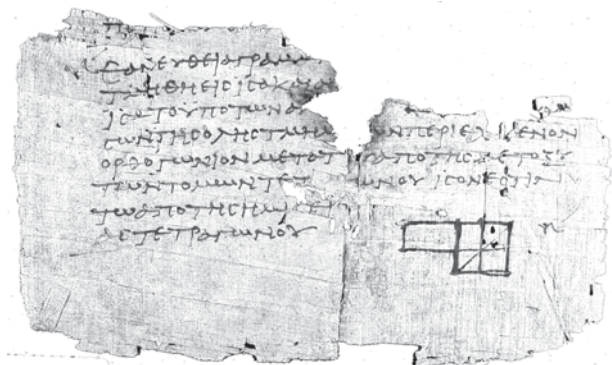
A. Acerca del concepto de fracción

1. Antecedentes históricos

El conocimiento de los números fraccionarios es anterior, en muchos siglos, al de los números negativos (que tuvieron su origen alrededor del siglo XV) y nació con la necesidad de resolver cuestiones de la vida cotidiana para las cuales se necesitaba medir, comprar, vender, pesar, etc.

En el papiro Rhind (año 1700 a. C., descifrado en 1877) se encuentra que los egipcios operaban, casi exclusivamente, con fracciones de numerador 1. Construyeron tablas para la descomposición de una fracción en suma de fracciones de numerador 1. En Babilonia se usaban fracciones sexagesimales, es decir, de denominador igual a 60, $60^2 = 3600$, etc., que se introdujeron en Grecia hacia el siglo II a. C. Han quedado huellas de las mismas en las unidades angulares y de tiempo que se conocen de esa época.

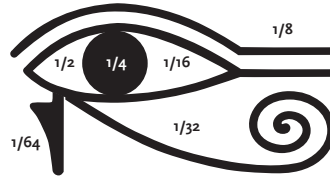
En la Grecia antigua, en distintos “libros de los elementos”, Euclides habla de las fracciones: fracción irreducible, las proporciones (fracciones equivalentes) y divisibilidad.



También conocido como Papiro de Ahmes, el Papiro Rhind contiene diversos problemas matemáticos. Está redactado en escritura hierática y mide unos seis metros de longitud por 32 cm. (Wikipedia).



Representación egipcia de un tercio.



El ojo de Horus contiene los símbolos jeroglíficos de los primeros números racionales (Wikipedia).

2. Número racional

El sistema de los números naturales resulta insuficiente desde el punto de vista práctico cuando tratamos de medir magnitudes continuas como longitud, área, peso, capacidad, etc., y desde el punto de vista teórico, cuando intentamos resolver ecuaciones que no tienen solución en $\mathbb{N}$ (conjunto de números naturales). Es necesario ampliar el sistema numérico hasta conseguir que permita resolver los problemas numéricos teóricos y prácticos.

En el conjunto de los números naturales la sustracción no siempre es posible, es decir la diferencia entre dos números naturales no siempre es otro número natural. La operación $a - b$, no tiene sentido dentro del campo de los números naturales, cuando $a < b$. Se supera esta restricción con la introducción del cero, puesto que

$$a - a = 0$$

y con la introducción de los números negativos: se introducen los símbolos -1 , -2 , -3 , etc., junto con la definición $a - b = - (b - a)$ para $a < b$.

Los números naturales, el cero y los números negativos constituyen los tres subconjuntos que conforman los números enteros. Sin embargo, este campo numérico también resulta insuficiente para resolver algunos problemas prácticos y teóricos, pues el cociente entre dos números enteros no siempre es otro número entero.

El cociente $a : b$ de dos números enteros a y b con b distinto de cero solamente será un entero cuando b sea un divisor de a . Por ejemplo, $34 : 2 = 17$, aunque 2 es divisor de 34 y 17 es un número entero. Pero si b no es divisor de a , el resultado de $a : b$ será un número fraccionario. Dentro de esta posibilidad podría suceder que:

- $a > b$, pero que a no sea múltiplo de b . Entonces, $a : b$ es un fraccionario mayor que la unidad. Por ejemplo, $3 : 2 = 3/2 = 1\frac{1}{2} = 1,5$.
- $a < b$, entonces $a : b$ es un fraccionario menor que la unidad. Por ejemplo, $1 : 5 = 1/5 = 0,2$.

En un caso el cociente es un número fraccionario; en el otro, un entero. En ambos casos se trata de un número racional. Los enteros y las fracciones forman la clase de los números racionales. En ella siempre es posible la división, excepto la división por cero. Entonces, cuando queremos resolver la ecuación $a \cdot x = b$, con a y b enteros si b no es múltiplo de a , encontramos que no tiene solución en $\mathbb{Z}$ (conjunto de números enteros). La comprensión de la ampliación de los campos numéricos –de los naturales a los enteros, de los enteros a los racionales, de los racionales a los reales – constituye una base para el trabajo en la búsqueda de soluciones de ciertos tipos de ecuaciones. Si bien el abordaje de algunos de estos campos numéricos no corresponde a los contenidos del nivel primario, los docentes deben comprender esta progresión y las clases de ecuaciones que tienen, o no, solución en cada conjunto. Por ejemplo, $2 \cdot x = 1$ no tiene solución entera pero si racional.

Para encontrar el sentido del trabajo en los diferentes conjuntos numéricos, resulta importante estudiar los números racionales, lo cual no significa perder de vista el conjunto de los enteros. En $\mathbb{Q}$ (conjunto de números racionales) encontramos un conjunto más potente donde la división siempre es posible y, por lo tanto, todas las ecuaciones de la forma $a \cdot x = b$ con $a \neq 0$ tienen solución, debido a que el cociente b/a es ahora un número. Asimismo, permiten resolver problemas relacionados con la medida que no tienen solución a través de los números enteros. La intención es trabajar con situaciones que permitan “ver” la necesidad de estudiar los números racionales para resolver problemas extra e intra matemáticos³; y no presentarlos solamente como un “nuevo” contenido del que estudiaremos especialmente su aspecto técnico y no teórico.



³ La matemática suele analizar problemas que provienen de otras ramas del conocimiento que no son la propia matemática. Así, cuando planteamos “¿Cuánto cuestan 5 lápices si cada uno cuesta \$3?” es un problema de la economía.

Distintas representaciones

Surge un problema desde el momento en que una fracción tiene muchos símbolos para ser representado. Por ejemplo,

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}, \text{ etc.}$$

El número racional a/b es equivalente al número racional ac/bc siempre que c sea distinto de cero. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ etc. son diferentes expresiones del mismo número racional.

Las fracciones pueden clasificarse en clases, cada una de las cuales expresa la conservación de una cantidad, les corresponde un mismo punto de la recta numérica y define un único número racional.

3. La noción de fracción

La expresión implica “romper” o “separar en partes un todo” (múltiple o unidad) y etimológicamente hace referencia a los términos fractio-onis, de frangere, romper, según terminología del siglo XVI, porción de una cosa. Tal sentido resulta insuficiente para determinar con claridad ese concepto: Una fracción implica operativamente algo más, a saber:

- Las partes en las que se separa el todo son equivalentes.
- La partición no debe dejar resto.
- La reunión de las partes reconstituye el todo.
- El número de partes en las que se puede dividir el todo está en relación inversa con la extensión (continua) o con el número de elementos (discontinua) de cada parte (ley de compensación).
- “Cada parte puede ser considerada como un nuevo estado inicial, y, en consecuencia ser susceptible de una nueva partición”⁴.

La definición que encontramos habitualmente en las escuelas (no sólo en los docentes que las esgrimen implícitamente o explícitamente, sino también en muchos de los ejercicios y problemas que aparecen en libros de textos) suele ser: *es una “parte” de algo que está dividido en partes iguales*. Esta definición resulta insuficiente para

4 Rey, María Esther (1991). *Didáctica de la matemática, Nivel Primario 2° ciclo*, p. 36., Buenos Aires: Estrada.

introducir este campo de números en el Segundo Ciclo, ya que no sólo descuida la génesis que da sentido a estos números sino también escatima la posibilidad de establecer relaciones, por un lado, con las operaciones con números naturales (que son aquellos con los que los niños vienen trabajando) y, por otro, con el campo de los números racionales; campo al que pertenece. Además, esta simplificación de la noción no recupera la variedad de situaciones que brindan distintos significados: de reparto, en el contexto de la medida, y de proporcionalidad.

Por ejemplo, si para la siguiente representación se pregunta si la parte sombreada es $\frac{1}{3}$, la mayoría dice que no porque la figura no está dividida en tres partes iguales: Por lo tanto, es imprescindible abordar la complejidad de este campo numérico con los docentes, no sólo para “recordar” un concepto que han construido oportunamente a lo largo de su biografía escolar sino también para “aprender” definiciones que muchas veces desconocen, ofreciendo oportunidades para complejizar los conceptos de fracción, número racional y números enteros y estableciendo relaciones necesarias entre los distintos conjuntos numéricos, las operaciones que se definen en los mismos, las notaciones y las representaciones.



Una primera definición adecuada sería: *la fracción $\frac{1}{n}$ es tal que n veces esa fracción forma un entero y la fracción $\frac{m}{n}$ es m veces $\frac{1}{n}$* . Esta definición permite “destrabar” la imposibilidad de darse cuenta que dos números naturales se pueden dividir uno por otro, pudiéndose indicar el resultado exacto mediante una fracción.

La dificultad para ver $4 : 5$ como $\frac{4}{5}$ puede tener su raíz en la familiarización de los individuos con la interpretación parte-todo del concepto de fracción. Posiblemente, ven a $\frac{4}{5}$ como la descripción de la situación: de cinco partes cuatro están pintadas; y no, por ejemplo, el proceso de repartir 4 alfajores entre cinco chicos.

La interpretación de la fracción como una división de dos números naturales aparece en un contexto de reparto, como en el ejemplo anterior. Dividir una unidad en cinco partes y tomar 4, resulta bastante diferente a dividir 4 unidades entre 5 chicos, aunque el resultado sea el mismo.

Si presentamos las fracciones desde las situaciones de reparto, además de verlas como una división indicada, las consideraremos como los elementos de una estructura algebraica, como los elementos de un conjunto numérico en el que se definió una relación de equivalencia (cada número racional representa a una familia de fracciones), y las operaciones de adición y multiplicación que cumplen ciertas propiedades que dan a $\mathbb{Q}$ una estructura algebraica de cuerpo conmutativo.

4. Caracterización del campo numérico de los números racionales. Diferencias con los naturales

Si bien los números naturales N son un apoyo para trabajar con racionales Q , al mismo tiempo muchos procedimientos eficientes con el primer conjunto dejan de serlo con el segundo. Por lo tanto, es fundamental tener en cuenta dónde residen las diferencias entre estos conjuntos para poder considerarlas en la enseñanza. El trabajo con este segundo campo marca una ruptura respecto a lo aprendido en los primeros años de escuela. Algunas características que diferencian estos conjuntos son:

- **Densidad:** En N , cada número tiene un siguiente. En Q , en cambio, es imposible determinar cuál es el número que le sigue a otro. Dicho de otra manera: entre dos números racionales siempre hay infinitos racionales. Por ejemplo, un error epistemológico común entre los niños es pensar que el número siguiente a 3,4 es 3,5. Este error se basa en el obstáculo epistemológico de considerar que el siguiente de un número es siempre una unidad mayor que él. Este conocimiento tiene un dominio de validez limitado al conjunto de los números naturales considerando siempre racionales positivos.
- **Multiplicación:** En N , el resultado de la multiplicación es siempre mayor o igual que cada uno de los factores. En Q , la multiplicación no necesariamente es así. Si se multiplica por un número menor que 1, es menor; si se multiplica por 1 queda igual y si se multiplica por uno mayor que 1 aumenta. Por ejemplo, $\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$, y 4 es menor que 2. A su vez, no siempre se puede pensar como una suma abreviada, como en N .
- **División:** En N , el cociente es siempre menor o igual que el dividendo. En Q , un dividendo no necesariamente disminuye. Si se divide por un número menor que 1 aumenta; queda igual si se divide por 1 y es menor si se divide por uno mayor que 1. Por ejemplo: $9 : 0,5 = 18$ y $18 > 9$ y $9 : 1,5 = 6$ y $6 < 9$.

5. Distintos significados para el concepto de fracción

¿Por qué abordar los distintos significados de un concepto en el marco de la capacitación docente?

Un objetivo fundamental de la enseñanza de Matemática es hacer posible que los alumnos desarrollen, en relación a un contenido específico, una actividad de creación. Aprender matemática significa construirla.

Es responsabilidad del docente proponer situaciones que provoquen la aparición de verdaderos problemas matemáticos, para los cuales el conocimiento en cuestión aparezca como la solución óptima a dichos problemas, y con la condición de que dicho conocimiento sea construible por los niños. En las situaciones de aprendizaje, lo que se hace tiene carácter de necesidad independientemente de la voluntad del educador. La resolución de un problema es responsabilidad del alumno, que debe encargarse de obtener un resultado. Desde esta perspectiva, el alumno aprende matemática, si:

- **Se hace cargo del problema que plantea la situación.** Pero para que sea una situación de aprendizaje es necesario que la primera respuesta que da el niño no sea la que pretendemos enseñarle. Justamente si el niño dispone inmediatamente de la respuesta no estaríamos ante una situación de aprendizaje, sino ante una de aplicación de conocimientos aprendidos.
- **Pone en funcionamiento una estrategia básica.** La primera respuesta que da el niño le debe permitir construir una estrategia básica con la ayuda de sus conocimientos anteriores. Cuando la estrategia básica se torna ineficaz, trata de realizar modificaciones en su sistema de conocimientos para responder a la situación propuesta, anticipando y emitiendo hipótesis.

Por lo expuesto anteriormente, una secuenciación lineal de este contenido empobrecería el concepto de fracción, ya que no permitiría desde el comienzo establecer relaciones entre las fracciones y la variabilidad de problemas que permite resolver. Asimismo, esta secuenciación, que facilitaría su adquisición, lo vuelve aún más complejo. Recordemos que la utilización de este concepto encierra múltiples significados. Puede ser usado tanto en situaciones que parecieran no tener nada en común, como para referirse a conceptos diferentes entre sí. Desde este encuadre, por lo tanto, resulta fundamental el tratamiento de sus diferentes significados en el marco de la capacitación.

¿Cuáles son los diferentes significados que encierra la utilización del concepto de fracción?

Como parte de un todo

La fracción puede describir la relación entre las partes que se consideran y el número de partes en que se divide el todo. Podemos considerar un todo continuo o discreto.

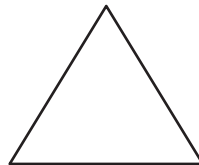
En el caso de cantidades continuas, hacemos referencia a que las partes sean equivalentes. Además, la partición no debe dejar resto; la reunión de las partes reconstituye el todo; a mayor cantidad de partes, menor extensión en cada una de ellas; la cantidad de partes no tiene por qué ser igual al número de cortes.

En general podríamos considerar si se consideran contextos discretos, las partes ya no son “trozos” simples como en las magnitudes continuas, son subconjuntos con la misma cantidad de elementos contruidos a partir de un conjunto numerable.

Desde la capacitación, resulta fundamental la discusión acerca de la forma y el tamaño que deben tener las partes.

Por ejemplo, una posible situación:

¿Cómo pueden sombrear en este triángulo, de dos maneras diferentes, una zona que ocupe $\frac{1}{2}$ del total? ¿Y $\frac{1}{4}$ del total?

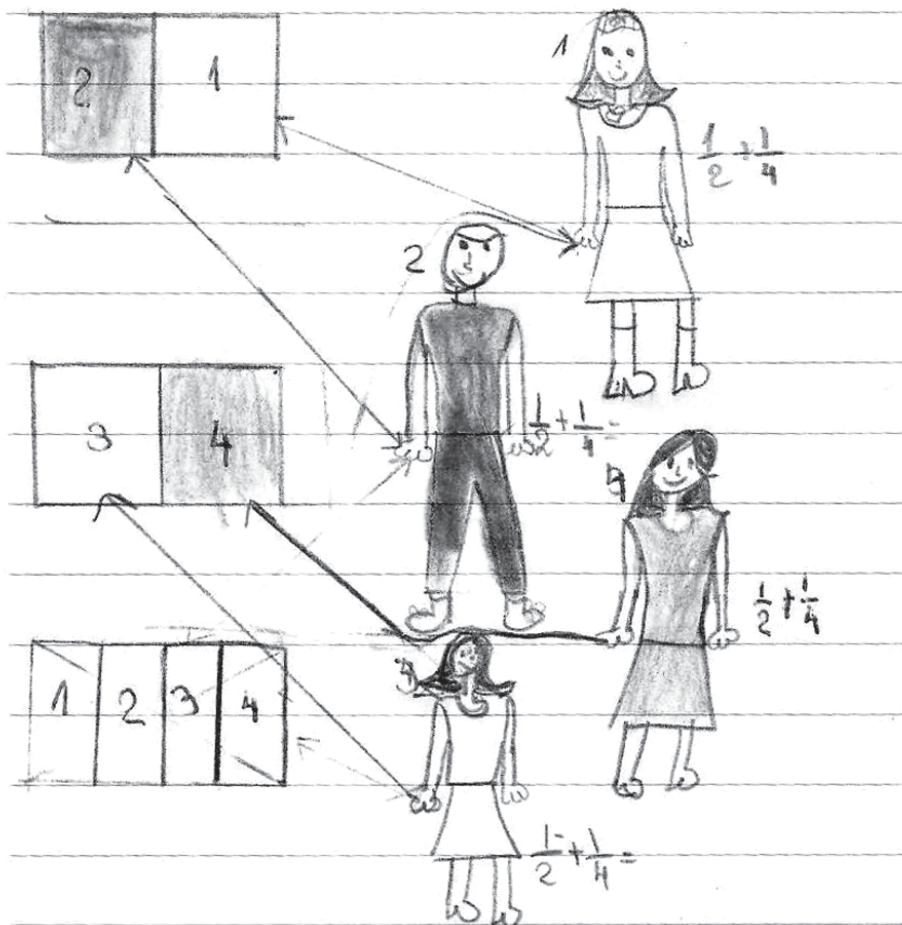


Como resultado de un reparto

Las fracciones como resultado de una manera de repartir es tal vez uno de los primeros sentidos a trabajar. Aquí es necesario diferenciar entre aquellos problemas en los que tiene sentido seguir repartiendo el resto (magnitudes continuas) y aquellos en los que no.

De esta manera podemos mostrar a los docentes qué problemas fuerzan la entrada de otros números, ya que los naturales no son suficientes para resolverlos. En ellos resulta necesario expresar de alguna manera la relación entre la parte y el todo. De esa manera, aparece la necesidad de construir un modo de “escribir” esa relación. Este tipo de problemas privilegia a la fracción como cociente.

① Quiero repartir 3 chocolates entre 4 chicos



Producciones de alumnos de Cuarto y Quinto Grado, Distrito Escolar 11, primer cuatrimestre de 2011.

Como operador

Las fracciones son consideradas en su papel de transformadoras de una cantidad, como una sucesión de multiplicaciones y divisiones o viceversa. Desde la capacitación resulta fundamental discutir los diferentes procedimientos que se pueden presentar en función de los operadores. Por ejemplo, para resolver $2/5 \times 15$, dos procedimientos posibles son:

en cada unidad se determinan $2/5$, entonces en el total de las 15 unidades quedan tomados $30/5$, equivalentes a 6 enteros.

se unen los enteros obteniéndose otro entero continuo equivalente a 15 unidades enteras, luego se determinan los $2/5$ del total.

Como porcentaje

En este caso el todo es dividido en 100 partes iguales. Este sentido debe trabajarse especialmente por la complejidad que adquiere su tratamiento en la escuela.

El porcentaje suele enseñarse como un procedimiento algorítmico. Se presenta como una aplicación de la proporcionalidad directa. Este tratamiento, en general, provoca la mecanización del concepto y la resolución no comprensiva de las situaciones que lo requieren como herramienta de resolución.

Como una probabilidad

Es un tipo de comparación entre el número de casos favorables y el número de casos posibles. La asignación de una probabilidad es un número racional entre 0 y 1.

Como una razón

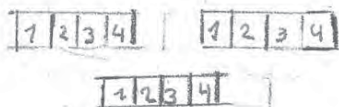
En este caso no existe un todo como en los casos anteriores, las fracciones son un índice comparativo de las mismas magnitudes como en el caso de las escalas, o diferentes como en el caso de los kilómetros por hora.

Como medida

Al medir magnitudes continuas, los números naturales se muestran insuficientes. Se plantean aquí dos posibilidades: que lo que se desea medir pueda obtenerse a partir de una subdivisión de la unidad (número racional) o que eso no sea posible (es un número irracional). En el primer caso es donde aparecen las fracciones. Si bien las fracciones no sirven para representar cantidades irracionales, podemos usarlas para aproximarnos tanto como queramos al valor de la medida. Aunque no se obtenga un resultado exacto, por el momento se lo considerará de esa manera.

- 1) ¿Cómo repartirías 3 chocolates entre 4 chicos?
- 2) ¿Cómo repartirías 23 chocolates entre 5 chicos?
- 3) ¿y 8 chocolates entre 3 chicos?

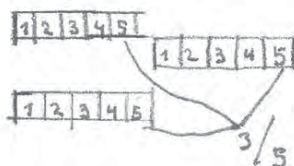
1.



Van a tener $3/4$ cada chico

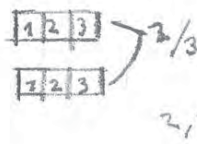
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 23} \\ \underline{20} \\ 3 \end{array}$$

$$4 + 3/5 = 4, 3/5$$



Se daría $4, 3/5$ cada chico

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ \underline{6} \\ 2 \end{array}$$



Se les da $2, 2/3$ a cada chico

$$2, 2/3$$



B. Acerca del tratamiento de la Geometría

En las acciones de capacitación, proponemos discutir con los maestros aspectos generales del hacer geométrico, centrándonos en las prácticas particulares de la Geometría del Segundo Ciclo. En general, se trata de contenidos a los que se les dedica menos tiempo escolar, lo que requiere de mayor problematización de nuestras tareas.

Las construcciones

Al construir en Geometría se debe poder evaluar las posibilidades de hacerlo y la cantidad de soluciones involucradas. El trabajo geométrico en la escuela primaria debe contemplar situaciones de copia, dictado y pedido de datos, pero también las clásicas actividades de construcción usando diferentes instrumentos geométricos. Los tres primeros tipos de actividades se refieren a una figura que ya está construida y que los alumnos deben reproducir. Aunque todos los tipos de actividades significan una construcción por parte del niño, sólo la última permite discutir las condiciones de posibilidad para realizar la construcción.

Las actividades de construcción involucran el uso de los instrumentos geométricos: regla no graduada, regla graduada, escuadra, transportador y compás. En las diferentes situaciones de clase es preciso indicar los instrumentos que deben utilizarse, con la intención de generar condiciones en la construcción y poder identificar las diferentes relaciones entre los elementos de las figuras y las propiedades que permiten definirlas.

En general, en la capacitación se presentan diferentes actividades que favorecen el análisis de las características y propiedades de las figuras geométricas (de dos dimensiones) y el desarrollo de razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas. Se pueden clasificar a las diferentes actividades geométricas, desde la intencionalidad didáctica que se pretende:

- Para analizar las propiedades y determinar los atributos de las distintas figuras geométricas (por ejemplo, las actividades sobre ángulos y triángulos).
- Para explorar las relaciones entre objetos geométricos, formular y comprobar conjeturas (por ejemplo, las actividades sobre cuadriláteros).
- Para establecer la validez de conjeturas geométricas, a partir de la deducción y demostración de teoremas.

III. Prácticas de capacitación que problematizan la enseñanza de la matemática: las fracciones y la geometría

Cuando elaboramos el dispositivo para cada encuentro de una capacitación tenemos en cuenta la inclusión de distintos ejes:

- Actividad matemática para el docente.
- Actividad matemática para el alumno.
- Gestión de la clase y otras reflexiones didácticas.

Decimos ejes y no bloques o momentos, porque se tejen entre sí en cada instancia, aunque, según el encuentro, podamos hacer foco más en uno que en otro.

A. Actividades matemáticas para reflexionar acerca de las fracciones

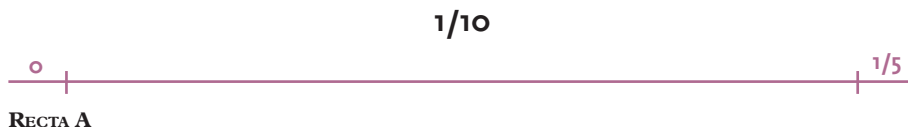
A continuación desplegamos un conjunto de propuestas presentadas con el objetivo de problematizar, actualizar y profundizar los saberes en relación a las fracciones. Los conocimientos sobre los que queremos focalizar la mirada son los descriptos en el apartado anterior. Estas son algunas de las propuestas que provocan discusiones intensas e interesantes. Todas ellas fueron punto de partida para la elaboración de actividades para el aula.

1. El caso de las fracciones



Propuesta 1

Ubicar en cada una de las rectas siguientes las fracciones que se indican, a partir de los datos presentados en la misma recta:



Lo que se plantea en esta actividad es:

- Reconocer la parte que permite la reconstrucción del entero;
- Identificar si la fracción es menor o mayor que $\frac{1}{5}$. Uno de los errores más frecuentes es considerar al conjunto de las fracciones con las mismas características que el conjunto de los números naturales por lo que muchos docentes en un primer momento y a simple vista consideran la posibilidad de “alargar” la recta numérica para ubicar $\frac{1}{10}$, como si $\frac{1}{10}$ fuera el doble de $\frac{1}{5}$;
- Encontrar una estrategia matemática para poder validar por qué ubicamos a $\frac{1}{10}$ como mitad de $\frac{1}{5}$.

$7/4$ y $7/8$ **RECTA B**

Lo que se plantea en esta actividad es:

- Reconocer la parte que permite la reconstrucción del entero;
- Identificar si la fracción es menor o mayor que la unidad;
- Aprehender la dificultad del intervalo planteado: la recta no empieza en 0. Un error frecuente es ubicar $7/8$ después de 1 y $7/4$ después de 2, porque se piensa en el orden de las fracciones fuera del resto del conjunto numérico. Siendo las fracciones y los números naturales subconjuntos de los números reales, podemos expresar al 1 como $4/4$ y $8/8$; y al 2 como $8/4$ y $16/8$.

Esta actividad pone en evidencia la potencialidad de la equivalencia de fracciones como herramienta matemática adecuada para ubicarlas. Tal herramienta también es útil para validar el trabajo en la propuesta 1.

 $7/6$ **RECTA C**

Lo que se plantea en esta actividad es:

- Reconocer la parte que permite la reconstrucción del entero;
- Aprehender la dificultad del intervalo planteado, en este caso “muy lejano” de 1. Es frecuente el reclamo, en este tipo de situaciones, de un segmento “más largo” para poder ubicar $7/6$. Podría verse este reclamo como la presencia del contrato didáctico entre docente y capacitador, similar al que se observa en el aula: “si me das este segmento y esta fracción, la fracción tiene que poder ser ubicada en este segmento”;
- Identificar si la fracción es menor o mayor que la unidad.

Propuesta 2

¿Cuáles de los siguientes números se encuentran más cerca de $125/10$? Justifiquen su respuesta

$$12 \qquad 38/3 \qquad 115/10$$

Lo que se plantea en esta actividad es:

- La utilidad de expresar la fracción como un número decimal;
- La puesta en juego de la fracción como un cociente entre números naturales;
- La elección de una estrategia para comparar estos números: expresarlos como números decimales, expresar al 12 como fracción decimal y aproximar el resultado de $38 : 3$ a una fracción decimal;
- Que no todas las fracciones son decimales ($38/3 = 12,666\dots$);
- El concepto de distancia.

Propuesta 3

a. Dar diez multiplicaciones diferentes que den por resultado 5. ¿Cuántas multiplicaciones posibles hay?

b. Resolver:

$$\frac{1}{4} \times 4 =$$

$$\frac{1}{3} \times 3 =$$

$$\frac{1}{9} \times 9 =$$

c. Resolver:

$$4 \times \dots = 1$$

$$3 \times \dots = 1$$

$$\frac{1}{5} \times \dots = 1$$

Una respuesta para a) que siempre nos llama la atención es “ 5×1 ” indicada como única solución: resulta difícil ver como factor de una multiplicación a un número fraccionario. Los docentes tienden a mantener como primera opción el trabajo en el conjunto de los números naturales. Sin embargo, no dudan en el resultado cuando presentamos las situaciones de la actividad b), porque pueden asociar el cálculo a la multiplicación ligada al aumento (*4 veces $\frac{1}{4}$ es un entero*, el resultado es más que el punto de partida: la fracción, en este caso $\frac{1}{4}$) y pueden pensar la multiplicación como la suma repetida de “tantas veces” la fracción.

En los dos primeros cálculos de c) se provoca una ruptura de la asociación que acabamos de explicitar: el resultado es menor que el punto de partida, 4 o 3, y además está la dificultad de encontrar el factor que indica cuántas veces sumar un número natural mayor que el resultado de la multiplicación. En este caso ese factor es una fracción y no podemos pensar la operación como una suma reiterada.

Aunque el orden de los factores no altera el producto, no es lo mismo proponer $\frac{1}{4} \times 4 = \dots$ que $4 \times \dots = 1$, la tarea involucra otras dificultades.

Ubicada en primer lugar, la situación a) tiene un nivel de potencia que perdería significatividad si estuviera ubicada en el tercero. Presentada al inicio, produce un desequilibrio que invita a la revisión de los saberes. Esta actividad permite entrar en la búsqueda de regularidades, cuando los docentes encuentran una lógica posible para determinar los factores de la multiplicación, la sostienen y todos los ejemplos están en este marco. Algunas veces, si lo resuelven en grupo, se ve la entrada a diferentes lógicas. Por ejemplo:

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$$50 \times 0,1 = 5$$

$$2,5 \times 2 = 5$$

$$10 \times 5/10 = 5$$

$$20 \times \frac{1}{4} = 5$$

$$500 \times 0,01 = 5$$

$$1,25 \times 4 = 5$$

$$20 \times 5/20 = 5$$

$$40 \times 1/8 = 5$$

$$5.000 \times 0,001 = 5$$

$$0,625 \times 8 = 5$$

$$30 \times 5/30 = 5$$

Estas lógicas permiten la discusión sobre las distintas operaciones y propiedades en los campos numéricos.

Propuesta 4

Resolver el cálculo: $1/7 \times \dots = 3$. Presentar la escritura matemática “que traduce” lo pensado para la resolución

Algunas escrituras explicitan: *Si quiero obtener 3 enteros necesito pensar en 3 veces 7 para poder simplificar los 7.*

$$1/7 \times (7 + 7 + 7) = 3$$

Ante esta expresión se argumenta: *Siete veces $1/7$ es un entero, entonces para tener tres enteros hace falta sumar 3 veces $7/7$.*

$$1/7 \times 7 + 1/7 \times 7 + 1/7 \times 7 = 3$$

Para esta escritura se explicita: *Me doy cuenta de que es 21 porque hago la relación 7×3 , pero no lo sé explicar o como necesito un factor que multiplicado por $1/7$ me de 3, obtengo 21, porque 21 dividido 7 es 3.*

$$1/7 \times 21 = 3$$

Otra escritura posible, que no hemos visto en los encuentros realizados, podría explicitarse así: *Si es una igualdad, necesito obtener un 3 en el primer miembro de la igualdad y ello significa multiplicar a $1/7$ por un número de tal manera que el resultado sea 1, es decir 7. Lo que significa, entonces, multiplicar a $1/7 \times 21$ para obtener un 3.*

$$1/7 \times 7 \times 3 = 3$$

El pedido de la “traducción del pensamiento” a una escritura matemática es un avance en la complejidad de lo matemático. La resolución de algunas actividades implica un hacer matemático pasible de ser desplegado en múltiples procedimientos, que incluyan lo intuitivo, lo gráfico, lo concreto, el “sentido común”... El pedido de escritura exige una reflexión conceptual que tiene que ver con el lenguaje específico y con las propiedades de los números y las operaciones involucradas, entre otras cosas.

Propuesta 5

Ordenar los siguientes números, de menor a mayor:

$25/12$ $1/3$ $1/12$ $5/6$ $7/6$ $12/12$ $1/6$ $2/3$ $17/6$

Esta actividad motiva al uso de la recta numérica como una buena herramienta matemática para comparar los números, aún sin construirla a escala. Es un objeto que permite pensar en los “espacios” entre los números.

Estas son algunos procedimientos puestos en juego en las resoluciones

Solución A

- observar que hay denominadores que se repiten y agruparlas de acuerdo a los mismos: las que tienen denominador 12, las que tienen 6 y las que tienen 3;
- ordenar las del mismo denominador, por ejemplo $1/12$, $12/12$, $25/12$, dejando un espacio entre los números;
- intercalar las que tienen denominador 3;
- intercalar las que tienen denominador 6.

En el momento de ubicar tercios y sextos se generan algunas reflexiones potentes:

- ¿ $1/3$ es mayor o menor que $1/12$?

- ¿ $5/6$ es mayor o menor que $2/3$?
- ¿ $17/6$ es mayor o menor que $25/12$?

Solución B

- observar que hay fracciones mayores, iguales y menores que 1 y agruparlas según ese criterio;
- ubicar $12/12$ en el “lugar central”;
- comparar las mayores que 1: $25/12$, $17/6$ y $7/6$. $25/12$ es “casi 2”, $17/6$ es “casi 3” y $7/6$ “un poquito más que 1”;
- comparar las menores que 1: $1/3$, $2/3$, $1/12$, $5/6$. $1/3$ está antes que $2/3$, $1/12$ está antes que $1/3$ porque dividido al entero en más partes, $5/6$ es mayor que $2/3$ porque “es casi 1, para llegar a 1 desde $5/6$ falta $1/6$, en cambio para llegar a 1 desde $2/3$ falta $1/3$ ”.

Solución C

- observar que hay tres denominadores diferentes, uno es múltiplo de los otros dos: 12 es múltiplo de 6 y de 3, lo que facilitaría la búsqueda de las fracciones equivalentes;
- buscar las fracciones equivalentes a las dadas de denominador 12;
- ordenar.

A menudo, dada la mecanicidad de la búsqueda de fracciones equivalentes, la propuesta es ordenar estos números sin utilizar este procedimiento, con la intención de provocar un trabajo más reflexivo sobre las fracciones.

Solución D

- llevar todas las fracciones a expresiones decimales a través de la división;
- ordenar.

En la resolución del problema se ponen en juego diferentes estrategias que se reconocen como válidas matemáticamente y se tornan disponibles para futuras resoluciones a la hora de compartirlas en la puesta en común. También se observa que algunos procedimientos, si bien son válidos, no son óptimos.

Propuesta 6

Ordenar los siguientes números en orden decreciente, dejando entre ellos el espacio suficiente como para escribir otro número, de manera tal que respete el ordenamiento y completarlo.

1,1001 1,1 1,01 1,001 1,11 1,101

En esta actividad, no es casual la elección de los “números con coma” cuyas cifras decimales son solamente ceros o unos. Al no variar las cifras, la mirada tiende a focalizarse en lo posicional; además, al trabajar con las cifras decimales iguales a 0 y 1 se provoca una confusión, entre otras cosas, por la cercanía al entero.

Propuesta 7

Encontrar un número racional entre $2 \frac{1}{4}$ y $\frac{10}{4}$

Este caso convoca la discusión acerca de la densidad de los números racionales. Implica comenzar a tomar conciencia de lo que significa el infinito, no en un conjunto no acotado, sino en un intervalo acotado. No es lo mismo pensar el infinito en el conjunto de los números naturales que pensarlo en un intervalo entre dos fracciones.

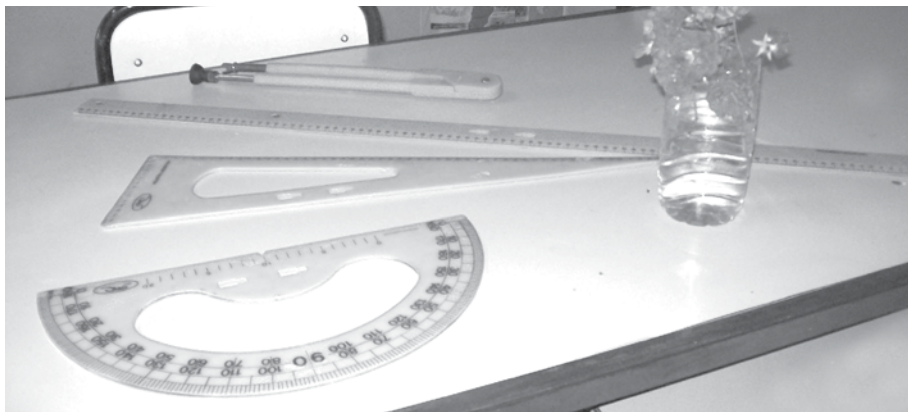
En general, a muchos docentes les cuesta salir del marco de los naturales y pensar qué otras fracciones hay entre $2 \frac{1}{4}$ y $2 \frac{2}{4}$. Usualmente, las primeras respuestas a este planteo son “no hay” o “si cuento es $2 \frac{1}{4} - 2 \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2} - 2 \frac{2}{4}$ ”. Otros transforman las fracciones involucradas en expresiones decimales y de esta manera determinan un decimal entre ambas.

Propuesta 8

¿Cuántos números decimales de tres cifras hay ente $\frac{5}{8}$ y $\frac{6}{8}$? ¿Y si se permitieran cualquier cantidad de cifras decimales?

Este problema se apoya en el anterior, pero en este caso resulta necesario pensar en la expresión decimal para poder encontrar la respuesta.

2. El caso de la geometría



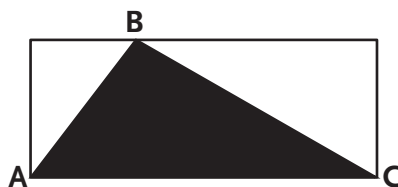
Propuesta 1

¿Cuántos triángulos distintos pueden construir que verifiquen que sus lados midan 3 cm., 4 cm. y 6 cm.? ¿Y cuántos triángulos pueden construir cuyos lados midan 3 cm., 4 cm. y 9 cm.?

La discusión en este caso se centra en las condiciones de posibilidad para la construcción de una figura geométrica, en particular un triángulo, para poner en juego la propiedad vinculada a los lados de un triángulo. La actividad de construcción es característica del trabajo en el Segundo Ciclo.

Propuesta 2

Sea ABC un triángulo cualquiera. Trazar (si es posible) sobre la paralela a la recta AB que pasa por C , un punto D tal que el área del triángulo ABD sea mayor al área del triángulo ABC .



Con esta actividad se pretende poner en discusión el concepto de área para un triángulo, usando la noción de altura.

Propuesta 3

Se sabe que AB es una cuerda de una circunferencia. Construirla e indicar cuántas se pueden construir y explicar por qué.



En los contenidos a desarrollar en el Segundo Ciclo tiene un lugar especial el concepto de lugar geométrico.

Decir que una figura es el lugar geométrico de los puntos que cumplen una condición dada, significa que:

1. Todo punto de la figura cumple la condición.
2. Todo punto que cumple la condición pertenece a la figura.

Es decir, cuando una figura contiene todos los puntos que cumplen una determinada propiedad, y, recíprocamente, sólo contiene puntos que la cumplen, se dice que es el lugar geométrico de dichos puntos. Por ejemplo, la mediatriz de un segmento AB es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos A y B del segmento.

El concepto de lugar geométrico es potente para comenzar a trabajar implícitamente con el quehacer de la Matemática vinculada al desarrollo de razonamientos deductivos.

Propuesta 4

Analizar y explicar las respuestas:

- a. ¿Puede haber un triángulo isósceles que tenga un solo ángulo de 60° ?
- b. Uno de los ángulos interiores de un triángulo mide 60° . ¿Es posible asegurar que ese triángulo es equilátero?
- c. Se sabe que un triángulo rectángulo es isósceles. ¿Cuánto miden sus ángulos?
- d. ¿Puede un triángulo tener más de un ángulo obtuso?
- e. Las medianas de un triángulo, ¿pueden coincidir con las alturas?
- f. Si un triángulo es rectángulo y uno de sus ángulos interiores mide 40° , ¿puede dicho triángulo ser isósceles?

Todas estas preguntas permiten el análisis y discusión de las propiedades que vinculan lados, ángulos y alturas de los triángulos.



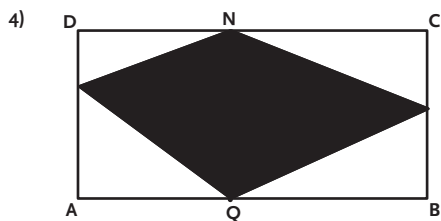
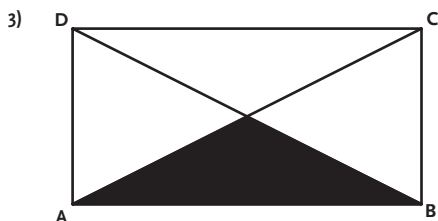
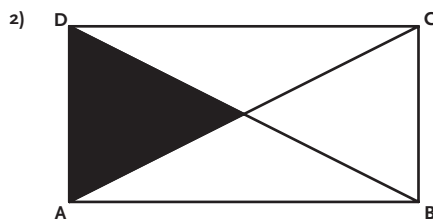
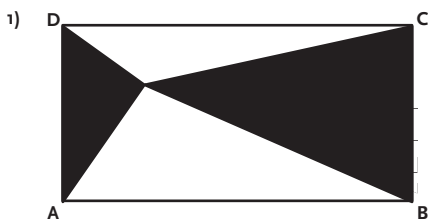
Propuesta 5

Sin medir, comparar el área gris con el área blanca del rectángulo:



Propuesta 6

A continuación se presentan cuatro rectángulos ABCD. Comparar en cada caso el área del rectángulo con el área de la figura sombreada:



NQ es paralela a AD

Propuesta 7

Determinar de cuatro maneras distintas una región que tenga como área la cuarta parte del rectángulo

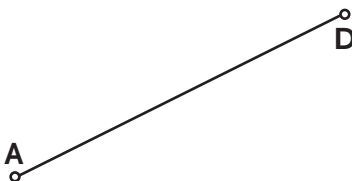
En las propuestas 5, 6 y 7, la discusión se centra en torno al concepto de superficies equivalentes, haciendo uso de ciertas relaciones entre los elementos de las figuras. Su estudio resulta fundamental para la comprensión del concepto de área. Las figuras que ocupan la misma superficie se llaman equivalentes. Y podríamos decir que todas ellas tienen la misma área. Las figuras formadas por la suma de figuras congruentes son equivalentes en superficie. La noción de conservación de una superficie, aunque sus partes se distribuyan de diferente manera, se basa en la idea de que la adición y sustracción de partes equivalentes de dos estados equivalentes en superficie genera superficies también equivalentes.

Propuesta 8

El segmento AD es la diagonal de un cuadrilátero:

Completar el dibujo si:

- I) ABCD es un cuadrado.
- II) ABCD es un rectángulo.
- III) ABCD es un paralelogramo.



¿Cuántas soluciones hay en cada caso? ¿Por qué?

Propuesta 9

Se propone un desafío trabajando con cuadriláteros:

- a) Construir varios cuadriláteros distintos entre sí.
- b) Marcar en cada uno los puntos medios de sus lados.
- c) ¿Qué cuadrilátero se forma uniendo los puntos medios de los lados de un cuadrilátero cualquiera?
- d) Sacar las primeras conclusiones y probar con algún cuadrilátero cóncavo. ¿Se llega a los mismos resultados? ¿Por qué?

Propuesta 10

Dibujar un paralelogramo que tenga un lado de 5 cm. y otro de 3 cm. Compararlo con otros, con lados de igual medida, dibujados por compañeros. ¿Qué dato debería agregarse para que todos hubieran dibujado paralelogramos exactamente iguales? En estos casos se ponen en discusión las condiciones de posibilidad para la construcción de un cuadrilátero, para evidenciar las relaciones que condicionan las distintas clases.

Propuesta 11

A continuación se muestran tres clasificaciones de cuadriláteros extraídas de textos escolares

- Analizar la coherencia de cada clasificación.
- Comparar las clasificaciones ¿Son correctas? Fundamentar.
- ¿Qué se entiende por “definición” y qué por “propiedad”? ¿Puede una figura tener distintas definiciones?

Al estudiar los cuadriláteros se pueden utilizar distintas características para su clasificación. Por ejemplo, se definen en función de la cantidad de lados congruentes. No todos los textos plantean esta clasificación. Otra posible es considerar que tengan por lo menos uno o dos pares de lados paralelos. Con esta definición se clasifican en trapezios y no trapezios (trapezoides). De esta manera, los paralelogramos también serían trapezios.

En general, la más utilizada es la que clasifica los cuadriláteros en trapezios, paralelogramos y cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos (trapezoides). Así, el cuadrado es rombo y también es rectángulo. Los cuadrados, rectángulos y rombos son paralelogramos.



B. Gestión de la clase y otras reflexiones didácticas

Durante los encuentros de capacitación tienen lugar múltiples momentos de reflexión en torno a ideas fundamentales de la didáctica de la Matemática. En los encuentros realizados, fueron abordadas temáticas propias de la gestión de la clase, algunas veces en momentos específicos destinados a tal fin, otras veces de manera no planificada. A continuación destacamos algunos temas y reflexiones que surgieron entre los docentes, a modo de posibles conclusiones:

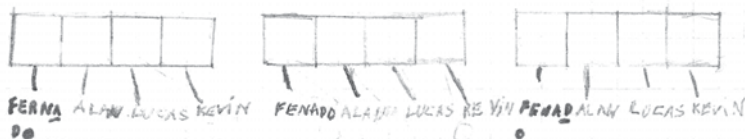
En relación con el juego:

- El trabajo con situaciones de juego simuladas no reemplaza el momento de juego real, ya que éste habilita la problematización de algunos conceptos matemáticos que queremos poner en discusión.
- Cuando se propone trabajar con algunas jugadas, la intención es reflexionar sobre situaciones matemáticas que tal vez no parecieron durante el juego y queremos hacer explícitas, ya que remiten a distintos aspectos del tema matemático a desarrollar.
- Sin la situación de juego las escenas que es posible proponer pierden significatividad y muchas veces se tornan demasiado complejas de abordar, ya que remiten a “un problema que no es problema” (es decir, no hubo un juego donde el problema tuviera lugar).
- Las dinámicas de juego son estratégicas y pueden ser utilizadas en muchos otros momentos además de los planteados en la capacitación. Como práctica, estas dinámicas incluyen la comunicación de un saber en relación con un objeto matemático, el uso de lenguaje matemático, la argumentación, la representación, la entrada a un proceso deductivo.

En relación con números y operaciones:

- Es fundamental seguir trabajando con las hipótesis que tienen los alumnos acerca de los números racionales, aún cuando ellos estén avanzados en el tema.
- Una buena estrategia es utilizar los errores de construcción que manifiestan los alumnos para que indaguen, reflexionen, validen, construyan reglas, etc.

1) Repartir cada uno de los 3 chocolates entre 4 chicos



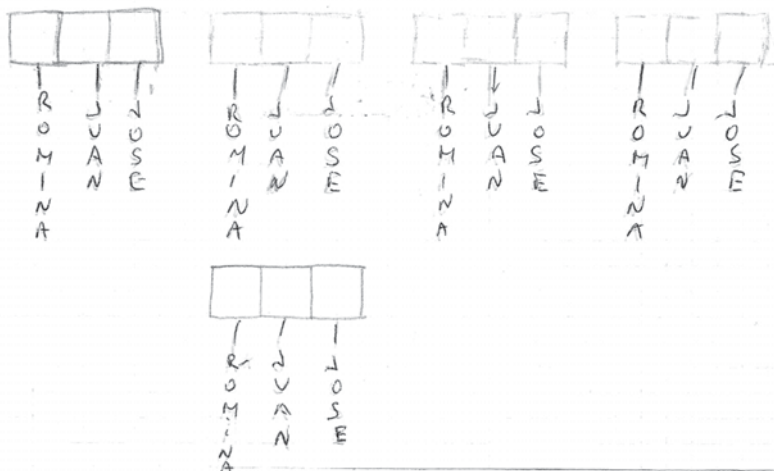
Respuesta: cada chico come 3 pedacitos

2) Repartir 23 chocolates entre 5 chicos

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 53} \\ \underline{20} \\ 3 \end{array} \quad 5 \times 4 = 20$$

Respuesta: cada chico come 4 chocolates y sobra 3

Repartir 5 chocolates en 3 chicos



Respuesta: Cada chico come 5 chocolates

- El trabajo con las hipótesis de los chicos es uno de los puntos a partir del cual proponer un avance, compartiendo las estrategias que utilizan para la comparación y el ordenamiento.
- Las intervenciones del docente, a partir de preguntas, temas a conversar en grupo o afirmaciones, han de apuntar a la reflexión y a la sistematización partiendo del hacer matemático.
- Es importante considerar que la búsqueda de sentido de las propiedades se da en su uso como herramienta de resolución. La definición de las propiedades ha de ser posterior a la resolución de problemas que impliquen su uso.
- El trabajo que los chicos puedan hacer con los obstáculos que les presentan los números racionales demanda una gestión de la clase que ofrezca estos obstáculos como objeto de reflexión y análisis, generando un cuestionamiento de las concepciones previas como parte del aprendizaje que se propone.
- Permitir las anotaciones. Cuando los alumnos exploran posibles procedimientos de resolución, realizan anotaciones que es interesante recuperar en los momentos de intercambio. El lápiz y el papel se convierten en el espacio concreto en el que se ensayan procedimientos, se registran pasos y resultados intermedios, se piensan soluciones. La escritura plasma algunos aspectos del conocimiento en construcción, e incluso se convierte en un objeto sobre el que reflexionar durante o a posteriori del intercambio.
- Planificar o utilizar secuencias ya planificadas (como las presentes en los documentos de la disciplina de la Ciudad de Buenos Aires), buscando que incluyan una variedad de situaciones que involucren diferentes aspectos de los conceptos a trabajar. Es necesario organizar una progresión de aprendizajes y evitar trabajar las clases aisladamente.
- Los intercambios que se generan en esos momentos de reflexión conjunta, facilitados por la gestión del docente, posibilitan que se expliciten y validen los procedimientos y las reglas que los alumnos han ido encontrando a medida que resolvían. Además de estas validaciones, en algunas ocasiones, diferentes estrategias de alcance más general han de ser señaladas y nombradas por el docente. En esos casos, es preciso desarrollar una ampliación de actividades en torno a esas estrategias.

En relación con la gestión de la clase, las puestas en común y los procedimientos de los alumnos:

- Es importante poder cuestionar las prácticas que se desarrollan a partir del enseñar antes de aplicarlas.
- Es necesario dar un tiempo para que los chicos resuelvan una situación planteada como les parece o pueden. Aunque algunas veces esta situación sea sólo la apertura del tema, es necesario detenerse el tiempo suficiente para que ellos exploren en conjunto diversos procedimientos para encontrar una respuesta, sostener la tarea.
- Es importante partir de las estrategias producidas por los chicos, por ejemplo, porque tienen como base la comprensión que cada uno de ellos tiene de los conceptos que están en juego, la comprensión real de las relaciones que ellos han podido establecer sus hipótesis.
- Para que los alumnos muestren cómo resolvieron las situaciones es conveniente proponer un primer momento de resolución individual, en parejas, o en grupos pequeños; y luego realizar una puesta en común. Una posibilidad es que en ese momento sean presentados los distintos procedimientos en el pizarrón, y los chicos tengan la posibilidad de revisar su producción y argumentar sobre la validez de la misma. Al mismo tiempo, buscar semejanzas y diferencias en los procedimientos genera una profundización en la comprensión y un avance en la complejidad de los mismos.
- Estos momentos de compartir habilitan generalizar de los resultados que se obtuvieron, volver sobre algún momento del trabajo realizado y hacer foco en él, para avanzar en la construcción del concepto. Así, lo hecho va tomando un lugar en un campo conceptual que se va ampliando.
- Después de compartir y confrontar es el momento de analizar procedimientos y ver la posibilidad de generalizar e institucionalizar su utilización.
- Es necesario que las afirmaciones de los alumnos y el docente sean abiertas y permitan el cuestionamiento, la reflexión y la elaboración en el aula. Los alumnos deben aprender a ser capaces de explicar, justificar y argumentar acerca de lo que han pensado. Es necesario revisar el valor central que tan frecuentemente se le da al resultado, poner foco en el aprendizaje y valorar la importancia de observar y compartir las formas en las que los alumnos han pensado e intentado resolver, sus procedimientos y estrategias, el modo de proceder.

- Las reflexiones entre pares son situaciones por completo diferentes de las explicaciones dadas por el adulto y ejercitadas mecánicamente.
- El docente ha de generar condiciones en el espacio del aula y el ámbito del grupo para el hacer matemático, por ejemplo pedir a los alumnos que comuniquen a través de una explicación por qué proponen una cierta resolución, o cómo resolverían una situación, es decir, que elaboren argumentos.
- Si los alumnos no tienen ejercicio previo de este tipo de prácticas en el aula, es necesario abrir paulatinamente el espacio del compartir y el debatir.
- La confrontación entre los chicos es un modo de interacción muy interesante y fecunda para avanzar hacia la conceptualización.

Resolver:

1) Reparte en partes iguales 3 chocolates entre 4 chicos sin que sobre nada.

$$\frac{3}{4}$$



2) Reparte 23 chocolates entre 5 niños en partes iguales, sin que sobre nada.

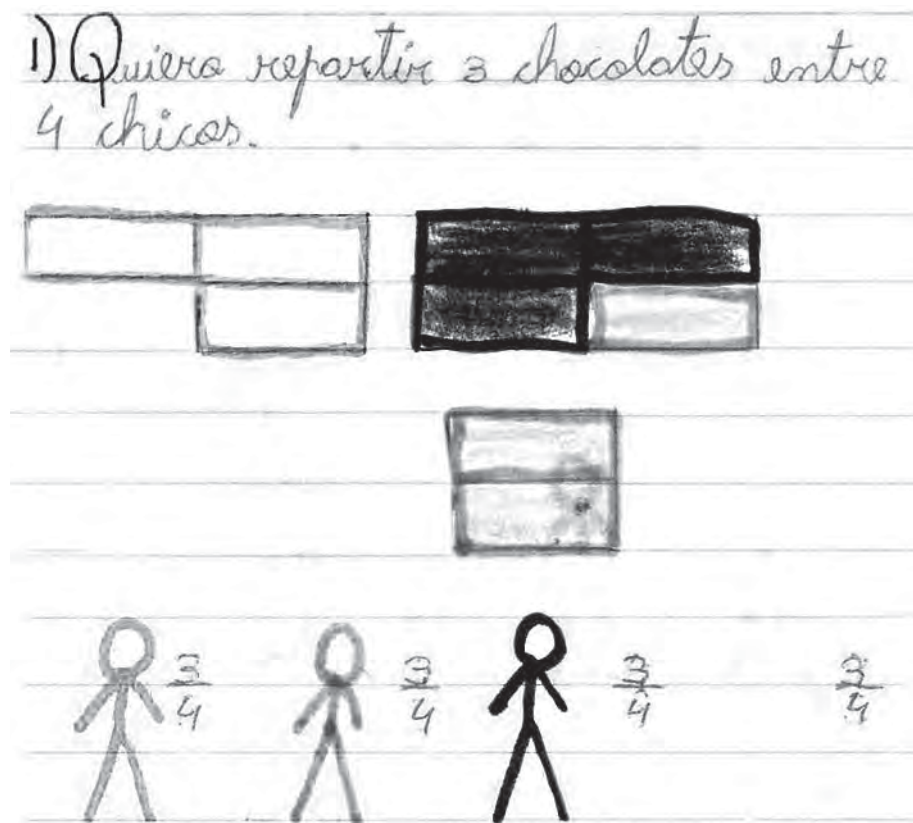
$$\frac{5}{23}$$



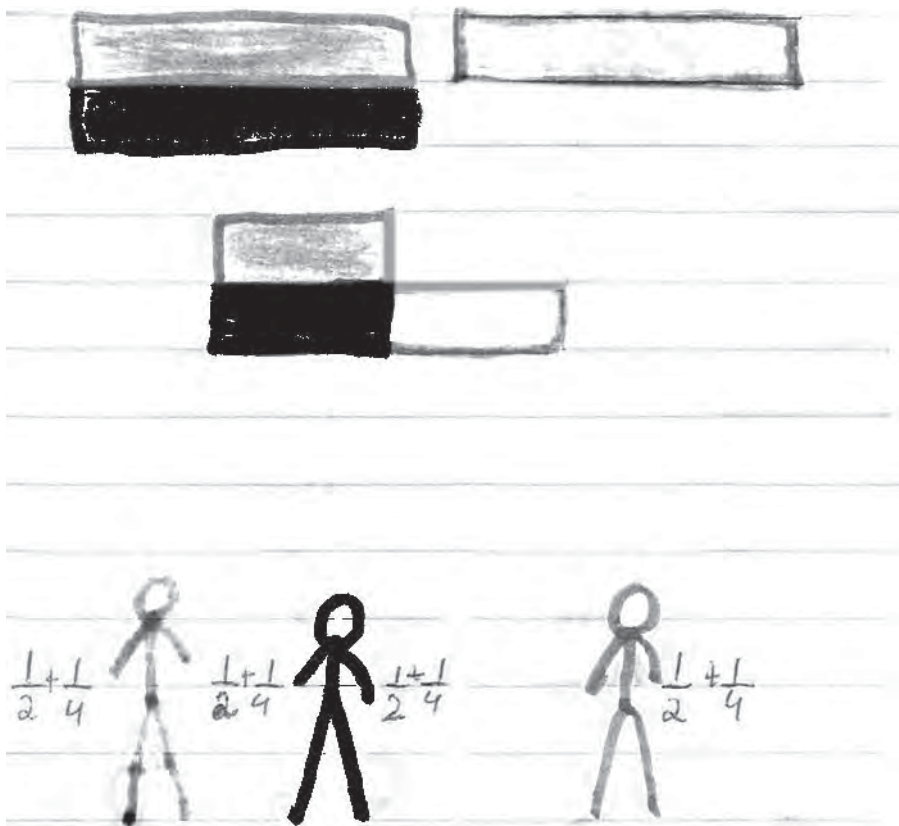
- Es necesario que el maestro pueda pensar cuáles son las interacciones que han de facilitarse en el grupo, y las que han de propiciarse en relación a una situación planteada, un problema, un contenido, una actividad, una idea o procedimiento.
- En el transcurso de la clase es importante plantear preguntas que provoquen reflexiones sobre lo que se está estudiando, con el objetivo de abrir el tema.
- Enfrentar un problema compromete movilizaciones de distinto orden. Hace falta realizar acuerdos tempranos, dado que los problemas implican la movilización de saberes previos; los conocimientos han de transitar por un proceso de confrontación con el nuevo planteo y, en ese proceso, serán confirmados o cuestionados y seguramente reestructurados a partir de su utilidad para la resolución. En ese tránsito, se pasa (incluso internamente) por momentos que no son fijos ni lineales: anticipación, resolución, validación.
- El trabajo que los chicos hacen con los obstáculos que les presentan los números racionales demanda una gestión de la clase que presente a estos obstáculos como objetos de reflexión y análisis, y genere un cuestionamiento de las concepciones previas como parte del aprendizaje.

En relación con las fracciones:

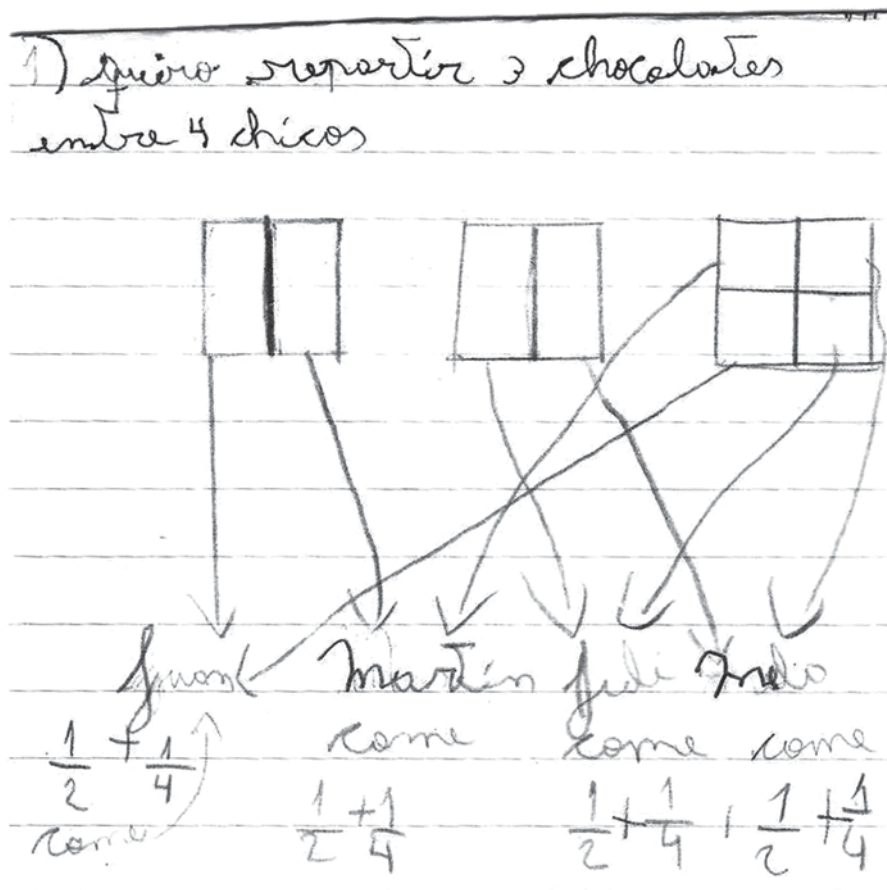
- La construcción del concepto de fracción merece un espacio y un tiempo propios antes de avanzar hacia las operaciones. Cuando hablamos de la construcción del concepto, entre otros aspectos, nos referimos al hecho de que un alumno pueda encontrarse con la posibilidad de resolver diversos problemas a través del uso de fracciones, poniendo en juego distintos significados y representaciones.
- Es fundamental recorrer una variedad de situaciones que pongan en juego diferentes sentidos del uso de las fracciones, por ejemplo, que un número fraccionario puede ser:
 - ▮ la expresión de una relación parte-todo;
 - ▮ el resultado de una situación de reparto;
 - ▮ el resultado de una medición.
- Las reflexiones que apuntan hacia la construcción del concepto de fracción van a ser base de las situaciones de cálculo mental.
- El sentido de las fracciones como “una manera de repartir” es tal vez uno de los primeros a trabajar. Es posible plantear una situación en la que es necesario analizar cómo puede establecerse qué cantidad va a corresponder a cada una de



las partes en los casos en que sí tiene sentido continuar repartiendo. Es necesario diferenciar entre aquellos problemas en los que se puede seguir repartiendo un resto (magnitudes continuas) y aquellos en los que no. De esta manera, los alumnos se enfrentan a una situación que hace surgir otros números, ya que los naturales no son suficientes para solucionar este tipo de problemas. Resulta entonces necesario expresar de alguna manera la relación entre la parte y el entero.



- Al analizar los resultados de un reparto se apunta a que los chicos puedan confrontar éstos con sus propios procedimientos y analizar las diferentes expresiones como referencia a la hora de resolver otros problemas usando el mismo campo numérico. Por eso se propone que los niños realicen el reparto primero con sus propias estrategias, y después analizar otras posibilidades. No se debe saltar este paso inicial, donde los alumnos se encuentran con el problema y buscan cómo resolverlo de manera autónoma.



- Es posible plantear la comparación de fracciones usando la representación como base, con la intención de facilitar la argumentación sobre las equivalencias de los diferentes repartos. Pero esta no puede ser la única estrategia, se deben proponer otras situaciones.
- Cuando se les pide a los alumnos que expresen numéricamente el resultado del reparto, “se da un paso más”. Lo mismo sucede al pedirles que fraccionen una fracción, o que expresen “la parte de la parte”. Cuando se los pone en situación de analizar un reparto ya hecho aparece un desafío nuevo, porque ya no se trata de “hacer” el reparto y representarlo, sino de analizar distintas expresiones para una misma cantidad.

- También se deben plantear situaciones en las que el problema deje de ser un reparto para pasar a ser la equivalencia, propiciando así la construcción de argumentos que pongan en juego las características de este campo numérico.
- El pedido de argumentación, de validación de las propias conjeturas y la confrontación con un campo numérico con lógica propia, piden construcciones nuevas en relación a la lógica con la que se manejaban con los números naturales.
- En las planificaciones, es importante romper con la lógica en la que primero se trabaja con fracciones de igual denominador y luego con las de diferente denominador. Es necesario proponer que el trabajo gire en un principio alrededor de ciertas relaciones entre fracciones y entre ellas y los números naturales.
- Desde el punto de vista del saber matemático, no es fecunda la tradicional clasificación de fracciones (propias, impropias: y aparentes). La mirada debe dirigirse a la relación numerador-denominador. Pensar las fracciones como menores que 1, iguales a 1, mayores que 1, favorece el trabajo de comparación, facilita su ubicación en la recta numérica, ubica en un contexto que posibilita la resolución de situaciones.
- La recta numérica presenta niveles de dificultad que varían mucho entre uno y otro alumno. Hay algunos para quienes es un instrumento fácil de comprender y otros a los que se les hace un poco o mucho más difícil. Hace falta que el docente observe las posibilidades de su grupo y deje a sus alumnos explorar los posibles usos de la recta.
- es importante tener en cuenta que los intervalos entre los números han de sostenerse a lo largo de la misma recta. Si la recta no está dada, la elección del intervalo entre naturales puede elegirse según las fracciones que se han de ubicar. El nivel de dificultad para ubicar una fracción dados los enteros que la encuadran es siempre menor que el de ubicar un entero dada la fracción.

En relación con los números decimales:

- Los alumnos han de enfrentar una ruptura esencial, ya que muchas de las certezas construidas y válidas en el trabajo con los números naturales (ya cuestionadas con la introducción de las fracciones), recibirán nuevos cuestionamientos, propios de los decimales.

- La organización del sistema de notación decimal que utilizamos presenta significados específicos, que es necesario explorar y resignifican este campo. Ahora bien: la notación decimal y la notación fraccionaria no permiten un reconocimiento inmediato del mismo número; por eso es necesario proponer situaciones de traducción que hagan observables diferentes aspectos y al mismo tiempo, su equivalencia. Estas actividades no deben tener como base el uso de reglas.
- El hecho de que las expresiones decimales son una forma de representar los números racionales es un saber a construir, y mucho de lo trabajado con las fracciones se convierte en conocimiento recuperable para tratar los números con coma.
- Apuntamos a que los alumnos dispongan de mayores conocimientos sobre el sistema de numeración, enfrentando nuevas situaciones que involucren las propiedades del sistema decimal y las operaciones básicas con los decimales, para comprender la organización de los agrupamientos y el significado de la posición de las cifras.

En relación con las operaciones y las estrategias de cálculo. El cálculo mental:

- Se habla de cálculos algorítmicos, cálculos mentales, cálculos reflexionados, cálculos aproximados, cálculos estimativos... Cada uno presenta una especificidad propia, pone en juego saberes previos, a veces individuales y a veces compartidos.
- Existen diferentes maneras de calcular y se puede elegir la que mejor se adapta a una determinada situación. Es importante favorecer el trabajo con diversas situaciones, permitiendo a los niños aprender a elegir entre el cálculo mental, el exacto, el aproximado y el uso de la calculadora.
- El contexto, la pregunta y los números utilizados juegan un papel importante en la elección del tipo de cálculo a utilizar. Por ejemplo, los alumnos han de considerar el contexto del problema para determinar si es necesario un cálculo exacto o aproximado, decidir si utilizan un cálculo mental o algorítmico en función de la “forma” de los números que aparecen, y considerar el uso de la calculadora en función del tamaño de los mismos.
- A través de la escuela primaria, el cálculo mental debe tomar importancia creciente en las propuestas didácticas.

- Las diferencias entre el cálculo algorítmico y el cálculo mental no dependen de que se use o no escritura, lápiz y papel. Debemos evitar este error.
- El enfoque presente en el Diseño Curricular define los procedimientos de cálculo mental por contraste con aquellos procedimientos que responden a cálculos algorítmicos.
- El **cálculo algorítmico** se define como “una serie de reglas que se utilizan, que se aplican en un orden pre-establecido, siempre el mismo y del mismo modo, independientemente de cuáles sean los números que estén en juego”. Estas reglas aplicadas en cierto orden garantizan alcanzar el resultado buscado en un número finito de pasos.
- Cuando hablamos de cálculos algorítmicos con fracciones nos referimos, por ejemplo, al algoritmo para obtener fracciones equivalentes (multiplicar o dividir al numerador y al denominador por un mismo número), al uso de este algoritmo en las operaciones de suma y resta.
- El **cálculo mental** se define como un conjunto de procedimientos que no refieren a un algoritmo, sino que se despliegan a partir del análisis de los datos con los que se cuenta, para obtener resultados exactos o aproximados. Este conjunto de procedimientos es diverso y difiere según el sujeto que los utiliza, ya que cada uno cuenta con saberes diferentes, los articula de forma distinta, tiene afinidades propias y rutas de pensamiento preferidas (por ejemplo, hay quien para restar mentalmente suma por complemento, quien va quitando, quien agrega de a partes, quien usa cálculos conocidos, etc.)
- En relación con las actividades de cálculo mental no se espera un único camino posible para llegar a la resolución.
- Las actividades de cálculo mental favorecen la aparición y uso de relaciones y propiedades de los números y las operaciones.
- El cálculo mental permite trabajar con los números en lo que llamamos un “contexto intramatemático”.
- Es un objetivo construir, seleccionar y utilizar diversos procedimientos de cálculo en la resolución de los problemas y verificar la razonabilidad de los resultados.
- Los métodos de cálculo (en particular los algoritmos) que se practican repetidamente sin comprenderlos, con frecuencia se olvidan o se aplican incorrectamente. Comprender sin poseer la soltura necesaria para calcular puede obstaculizar el proceso de resolución de problemas.

- El docente debe estimular en los alumnos el desarrollo de procedimientos propios de cálculo, articulados con la operación a tratar y no con un algoritmo preestablecido, para la elaboración de resultados exactos o aproximados.
- El cálculo mental es un cálculo reflexionado que no significa hacer solamente trabajar “con la cabeza”: también es posible utilizar lápiz y papel. Su principal característica es no ser algorítmico. En él, las estrategias guardan relación con los números implicados y los conocimientos previos de cada sujeto sobre el sistema de numeración y las operaciones.
- Cada día, la mayoría de los cálculos que se hacen fuera de la escuela son mentales. Muchas veces la respuesta no tiene por qué ser exacta y ser suficiente una aproximación o estimación. Incluso cuando se utiliza la calculadora es necesario asegurarse de haber tecleado bien los datos y contrastar el resultado a partir de la estimación del mismo.
- Es necesario tener en cuenta que los tiempos de afianzamiento de estrategias de cálculo mental se dan a mediano y largo plazo. El cálculo mental implica un aprendizaje que se logra gracias un tipo de práctica sostenida en el tiempo, que incluye una mirada reiterada sobre ciertas regularidades.
- La presencia de diferentes procedimientos en los libros o los documentos de trabajo no implica necesariamente la enseñanza de los mismos. Los procedimientos que aparecen en libros y documentos no deben convertirse en un nuevo objetivo de enseñanza, no se trata de enseñar alguno de ellos en vez del algoritmo tradicional. El sentido de incluirlos es facilitar la gestión de la clase. Si alguno de los alumnos hubiera presentado un procedimiento distinto conviene tomarlo y presentarlo también.
- La aproximación, además de tener valor en si misma, juega un papel importante en la construcción y el buen uso de los algoritmos.
- Un objetivo primordial es instalar en el hacer matemático cotidiano del aula una práctica que exija, de parte de los chicos, el uso de diversas estrategias, basadas en propiedades de las operaciones. En ese contexto, se vuelve posible analizar las estrategias en función de las relaciones que están implicadas.
- Proponer situaciones que sean abordables desde diferentes conocimientos. No es posible pensar el trabajo sobre una estrategia de cálculo con la lógica del “tema dado”. Es necesario volver a una estrategia tantas veces como haga falta, adaptándose a los progresos que el grupo y cada alumno experimentan.

- El trabajo sobre las diferentes estrategias de cálculo mental ha de ser flexible en el sentido de mantener la plasticidad del ir y volver sobre algo, ya que el aprendizaje que se va dando en los alumnos no es lineal.
- Identificar los nuevos conocimientos que los chicos van elaborando al recorrer propuestas, situaciones, juegos, planteos y otras actividades de cálculo mental. A menudo hemos observado que estos nuevos conocimientos salen a la luz durante la puesta en común en grandes grupos, luego del trabajo en grupos reducidos.
- Es imprescindible gestionar las clases de cálculo mental activamente, de manera que los alumnos observen regularidades, estrategias posibles y propiedades de las operaciones. Con ellos se busca promover en cada alumno una actitud reflexiva, de indagación, que se argumente, confronte, analice, compare, se saquen conclusiones, se conjeture.
- La intervención del docente en estos intercambios es central: ordena el intercambio, explicita ideas y consignas, hace preguntas que guíen, resume, acuerda conclusiones provisionarias, re-pregunta, y, en algunos casos, explica un procedimiento.
- No es tarea sencilla expresar una idea o conclusión empleando lenguaje matemático. Los alumnos suelen decir “lo hice con la cabeza, con la mente” o “cuando lo digo está bien, pero cuando lo escribo está mal”, para referirse al dificultad que representa el pasaje de “la mente” al papel.
- Los algoritmos convencionales también remiten a propiedades de las operaciones y de los números, pero para comprenderlas es necesario haber construido su sentido.
- Cuando los adultos hacen una cuenta apelan al uso de las propiedades de números y operaciones en forma automática. Distinguir las propiedades de los números y las operaciones en juego en cada cálculo demanda tomar cierta distancia y reconstruir los pasos que se fueron haciendo. Estos pasos incluyen cálculos mentales en varios momentos.

En relación con las dinámicas durante la clase:

- Es importante diferenciar los objetivos de los momentos de trabajo conjunto de aquellos que se ponen en juego en el trabajo individual. El trabajo junto con otros está pensado para el tratamiento de ciertas complejidades, para abrir la

discusión, para habilitar la entrada de los saberes previos. El trabajo individual permite al alumno tomar contacto con lo que verdaderamente ha logrado apropiarse de lo trabajado en clase o para poner en acción sus saberes previos, antes de la confrontación con otros.

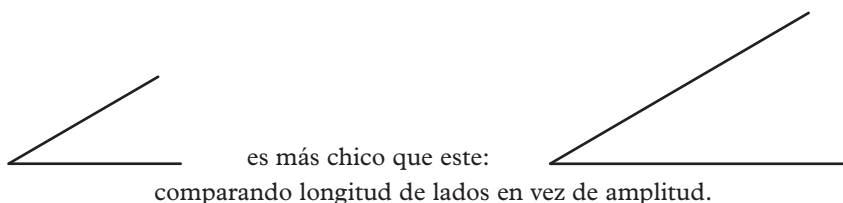
- La reflexión en grupos grandes a menudo tiene la intención de sistematizar procedimientos y conceptos matemáticos desplegados en actividades anteriores. Es un buen momento para que el docente se comprometa con la fase de institucionalización, entendida como un proceso.
- Mirar en conjunto diferentes soluciones a un problema posibilita descentrar la mirada de la propia producción y observar con más objetividad lo hecho por uno mismo y por los otros. Desde el punto de vista del aprendizaje matemático, el trabajo en grupo genera avances sobre el conocimiento del comportamiento de los números, las relaciones entre ellos, las operaciones posibles, la diversidad de caminos de resolución, etc.
- La puesta en común permite habilitar diferentes procedimientos y también argumentar a favor o en contra de alguno de ellos.
- El debate, la discusión acerca del valor de verdad de una idea y la confrontación de distintos puntos de vista respecto de los procedimientos y resoluciones son prácticas esenciales para ampliar y enriquecer la visión que los chicos tienen del hacer matemático.

En relación con la geometría:

- El estudio de las figuras planas en uno de los principales objetivos en el Segundo Ciclo. Es esperable que en esta instancia los niños accedan a las propiedades que caracterizan a las figuras.
- El trabajo geométrico en algunas actividades propuestas tiene por objetivo la elaboración y sistematización de las propiedades de los triángulos y el inicio en la conceptualización de los distintos cuadriláteros. Este hacer geométrico implica momentos de construcción, discusión y validación.
- Algunas actividades favorecen la identificación de las figuras a partir de sus propiedades. Representan una posible entrada a un razonamiento claramente matemático, un razonamiento deductivo.
- Es importante permitir que los procedimientos e hipótesis de los chicos se manifiesten sin darles un formato previo, para que puedan elaborar

progresivamente conocimiento sobre los objetos geométricos. En esta elaboración, con la intervención docente, irán logrando conceptualizaciones parciales que se convertirán en el saber previo de las actividades de las próximas tareas.

- Una dificultad para los alumnos de este ciclo es reconocer que dos ángulos son iguales si tienen la misma abertura, sin confundir la magnitud que se compara. Así una de las primeras hipótesis en relación a la medida de un ángulo es, por ejemplo, que este ángulo:



- Las construcciones realizadas mediante la utilización de instrumentos geométricos son indispensables para la “mejor representación” de la figura. Es necesario avanzar en la caracterización de las figuras a partir de las relaciones que observamos en las mismas. Cuanto mejor sea la representación más fácil será avanzar en las definiciones de las figuras.
- El objetivo de las construcciones es avanzar en la identificación de las propiedades.
- Es importante discutir sobre los elementos geométricos necesarios para construir un único cuadrilátero, cuáles son los que fijan su forma y sus dimensiones.
- Es importante considerar el uso de hoja lisa como variable didáctica que permite la entrada de otro instrumento. Al trabajar con hoja cuadrículada, los alumnos suelen determinar la dirección de cada uno de los segmentos, contando “tantos cuadraditos” en dirección horizontal y “tantos cuadraditos” en dirección vertical, para llegar desde un extremo del segmento al otro.
- Que los niños busquen nuevas relaciones para caracterizar la figura trasciende la interpretación perceptiva.

C. Análisis de los textos escolares

En los encuentros entre docentes y en las acciones de capacitación, una actividad que proponemos es el análisis de los textos escolares con los que los docentes trabajan: los textos que le solicitan a los alumnos, los textos que utilizan para consulta y el armado de sus clases. Además de analizar los textos propios, compartir el análisis de otras propuestas de actividades con terceros puede colaborar a ampliar la mirada del docente. La mirada crítica, instrumentada a través de una guía de análisis, habilita la reflexión sobre la toma de decisiones en relación con este recurso.

Consignas de trabajo

A continuación se presenta un listado de posibles aspectos a tener en cuenta para evaluar la calidad de los libros escolares, en particular los textos de matemática. Se pueden agregar aquellas que deben considerarse para evaluar el tratamiento de la Matemática en el Segundo Ciclo de la escuela primaria, vinculadas, por ejemplo, al tratamiento particular de los números racionales.

Lenguaje escrito y gráfico

- ¿El vocabulario es apropiado a la edad?
- ¿Es clara la redacción?
- ¿Se expresan las ideas en lenguaje sencillo y preciso?
- Las imágenes-gráficos, fotos y dibujos, ¿ayudan a comprender las ideas del texto? ¿Son suficientes? ¿Son excesivas? ¿Son claras o confunden al lector?

Contenidos

- ¿Son relevantes dentro del tema y la disciplina?
- ¿Son actuales?
- ¿Están bien organizados?
- La proporción de conceptos mencionados y desplegados, ¿se corresponde con los conocimientos previos de los alumnos?
- ¿Favorecen la transferencia y uso de los conocimientos nuevos?
- ¿Promueven procesos de atención, comprensión y lectura reflexiva?
- ¿Está contextualizada la información? ¿Se incluyen referencias al proceso de construcción de los conocimientos?

Tareas que refiere

- ¿Se solicitan opiniones personales?
- ¿Se atiende a las experiencias y a los contextos culturales del probable lector?
- ¿Proponen actividades para resolver con otros?
- ¿Propician momentos de puesta en común?
- ¿Estimulan al lector a asumir responsabilidades personales, expresar sus opiniones dentro de los grupos de trabajo?
- ¿Llevan a los alumnos a comprender la importancia de la diversidad y el disenso?
- ¿Propician el análisis de una misma situación desde diferentes perspectivas?
- ¿Favorecen el uso de los conocimientos más allá del ámbito escolar?

Tratamiento pedagógico

- La concepción de aprendizaje subyacente, ¿es congruente con las aceptadas dentro del ámbito profesional?
- Las actividades, ¿son pertinentes en relación con los aprendizajes esperados?
- Los contenidos y actividades, ¿atienden a los programas vigentes?

Aspectos matemáticos específicos

Las actividades / situaciones problemáticas, ¿son buenos problemas? Es decir:

- ¿Permiten el despliegue de distintas estrategias de resolución?
- ¿Ponen en juego distintos conceptos?
- ¿Permiten la construcción y reelaboración progresiva de los conceptos?
- ¿Permiten avanzar en distintos grados de abstracción?
- ¿Se plantean buenas preguntas para los momentos grupales de discusión?
- La transposición didáctica realizada, ¿responde al conocimiento científico matemático?

Colección *Teorías y prácticas en capacitación*

CIENCIAS NATURALES

La capacitación en las escuelas primarias. Una experiencia de producción en equipo

Mirta Kauderer y Beatriz Libertini

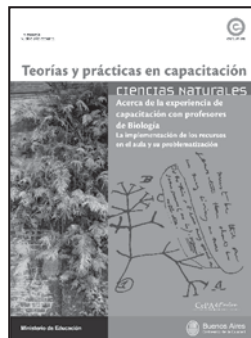
Una propuesta de recorrido para la capacitación institucional en Ciencias Naturales para los colegas y para los nuevos capacitadores que se integran al equipo. Dicho recorrido es producto de la tarea compartida por los capacitadores que trabajamos en las instituciones de nivel primario desde 2001, y que plasma nuestros debates, nuestras infinitas discusiones... En la primera parte de esta publicación, desarrollamos las diferentes etapas de este recorrido a modo de hipótesis de trabajo. En la segunda parte, presentamos la colección de materiales que ponemos a disposición de maestros y coordinadores de ciclo, que dialoga con la preocupación por dejar alguna “huella” en nuestro tránsito por las escuelas.



Acerca de la experiencia de capacitación con profesores de Biología

Beatriz Libertini y Adriana Schnek

Esta publicación tiene un doble propósito. Uno de ellos es compartir con los capacitadores el trabajo que venimos llevando adelante desde hace más de tres años con profesores de Biología, tanto en los cursos de cartilla como en la modalidad de Educación a distancia que ofrece el CePA. El segundo propósito es poner a disposición de los profesores algunas de las propuestas que consideramos potentes, fruto del intercambio que sucedió con muchos colegas. Para ello, este material se organiza de modo que a lo largo de su desarrollo, se recorra la bibliografía, las secuencias y el conjunto de los recursos analizados con los docentes participantes de la capacitación entre los que se incluyen algunos instrumentos de evaluación.



CIENCIAS SOCIALES

Orientaciones para la construcción de secuencias didácticas

Gisela Andrade, Betina Akselrad, Anabel Calvo y Marisa Massone

Este material, destinado a docentes, es producto de las reflexiones y el trabajo del equipo de Ciencias Sociales del CePA y pretende constituirse en insumo para la capacitación. Estas Orientaciones recorren caminos para la elaboración de secuencias didácticas, analizando las diferentes instancias que componen las mismas desde una perspectiva teórica y a través de ejemplos que ayuden a los maestros a elaborar sus propuestas. Aquí los docentes encontrarán aportes para pensar recorridos de trabajo en el aula, con las distintas instancias que esto implica: selección de un eje temático-problemático, elección del tema, selección de contenidos, organización de las actividades a partir de variados recursos y definición de instancias de evaluación a lo largo de la misma. Esta propuesta busca reflexionar sobre los sentidos de la escritura de la enseñanza y plantea caminos para lograrlo.



EDUCACIÓN FÍSICA

La capacitación de capacitadores: desafíos y propuestas

Andrea Parodi y Silvia Ferrari

Se procura ofrecer un aporte a la construcción de acuerdos entre los capacitadores que integran el equipo de Educación Corporal, vinculados con algunos de los aspectos considerados relevantes en la didáctica de la capacitación. Se trata de concebir a la capacitación como una situación de formación entendida, según Gilles Ferry, como una dinámica de desarrollo personal y profesional. Se convoca a los sujetos en formación a revisar sus propias matrices de aprendizaje, biografías escolares, *habitus*, posicionamientos ideológicos, entre otros. En este sentido, se propone un recorrido que favorezca la reflexión acerca de la planificación, la puesta en marcha y la etapa posterior de la propuesta de capacitación. No se pretende aquí agotar la problemática de la didáctica de la capacitación, sino propiciar su tratamiento a partir del planteo de algunos interrogantes con relación a estos tres momentos.



EDUCACIÓN TECNOLÓGICA

Abordaje didáctico en el nivel secundario

César Linietsky, Silvina Orta Klein

La enseñanza de la Educación Tecnológica en primero y segundo año de la escuela secundaria centra su mirada en las tecnologías contemporáneas. Se trata de promover un abordaje significativo, rico y crítico de las tecnologías actuales, relacionándolas con las trayectorias técnicas anteriores que les dieron sustento. Los temas seleccionados son las tecnologías de control, las comunicaciones y la fotografía. A propósito de ellas, se desarrollan secuencias didácticas que, a modo de ejemplo, puedan orientar las prácticas docentes en la búsqueda de estrategias para desarrollar la comprensión, la capacidad de resolución de problemas y las posibilidades de representación de los alumnos en este nivel educativo. También se trata de brindar oportunidades para realizar experimentaciones e indagaciones, y de desarrollar diseños y construcciones diversas.



FORMACIÓN ÉTICA Y CIUDADANA

Pensar la justicia desde la escuela

Isabelino A. Siede

Las preguntas sobre la justicia tienen una larga historia en los debates de la sociedad, desde que las relaciones entre sujetos y grupos debieron plasmarse en normas, distribución de tareas y criterios de intercambio. ¿Qué rasgos caracterizan a una sociedad justa? ¿Qué es una persona justa? Se trata de temas que invitan a la reflexión persistente y la crítica de los discursos sociales que circulan por diferentes medios. En tiempos de cambios culturales acelerados, la escuela puede ofrecer oportunidades para revisar algunos postulados clásicos de la filosofía y ponerlos en relación con nuestros problemas y desafíos del presente. Este cuadernillo ofrece casos para la discusión, fragmentos de fuentes fundamentales y consignas de trabajo para espacios de capacitación, como así también algunas sugerencias para el abordaje de la justicia en el trabajo con estudiantes de diferentes niveles.



La mirada ética del reconocimiento

Martín Glatsman

El material desarrolla un tema central de la formación ética y ciudadana: el reconocimiento de las acciones éticas como fundamento. Con este fin, se estudia la concepción filosófica de la mirada y la importancia que ésta ejerce en el encuentro con el prójimo y el reconocimiento con el Otro. El itinerario incluye un breve recorrido por distintas posturas ético-filosóficas relacionadas con estos temas (Sartre, Buber, Todorov). También se proponen interpretaciones acerca de algunas manifestaciones artísticas (películas, libros-álbum, textos literarios) que ilustran y amplían esta problemática. Para finalizar, se ofrece una serie de propuestas didácticas y de lectura tanto para el/la maestro/a como para los/as alumnos/as, acerca del reconocimiento en la ética y su tratamiento en el aula.



MATEMÁTICA

Tensiones en el tratamiento de los contenidos del eje Medida en el Nivel Inicial. Aportes para la capacitación docente

Fabiana Tasca y Silvina Ponzetti

La medida es uno de los ejes de contenidos que habitualmente se trabaja a través de actividades con un alto componente práctico. Desde el marco de la capacitación docente nos preguntamos: ¿En qué piensa un docente del nivel inicial al trabajar Medida en la sala? ¿Cuáles son los aspectos que incluye y cuáles deja fuera? ¿Desde qué mirada matemática? ¿Qué conocimientos posee el docente del contenido que quiere enseñar? ¿Qué concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje subyacen en sus propuestas? ¿Cómo las desarrolla? ¿Para qué lo hace? ¿Qué aspecto de la enseñanza de la Medida son buenos vehículos para la reflexión didáctica? Partir de preguntas permite abordar las instancias de la formación continua desde un marco exploratorio y proponer actividades de capacitación que aporten a la tarea tanto desde el plano instrumental como desde una mirada de corte reflexivo.

