Una mirada retrospectiva y algunas líneas de hoy hacia adelante en la enseñanza de la matemática.

Mirta Hanfling

Me complace mucho estar con Ustedes en el marco del postítulo para conversar sobre la enseñanza de la matemática a lo largo del tiempo y sobre algunas de las líneas de hoy hacia adelante, aunque este último punto será desarrollado en profundidad en otra conferencia. Agradezco la invitación a la coordinación en especial por la oportunidad de hacerlo con ustedes y por lo que significó para mí -al preparar esta conferencia- el poder repensar algunas ideas sobre las que siempre es bueno volver.

No tengo dudas respecto de que parte de los recorridos que vamos a evocar están ligados a nuestras historias personales y profesionales como alumnos y como miembros de la comunidad, y en el caso de muchos de nosotros como docentes.

Lo que les vengo a proponer es dar una mirada retrospectiva a la luz de un cierto enfoque.

Dije mirada, luz y enfoque, estoy de alguna manera utilizando estos términos para mostrar algo de lo que se vemos y de qué color es el cristal con que lo estamos mirando. ¿Qué estoy diciendo con esto? Que el recorrido que los invito a hacer no lo haremos desde una mirada neutral, sino desde un cierto marco, o si prefieren desde una cierta posición intelectual, política, teórica, ideológica o como quieran llamarla.

Quiero decirles que pretendo ser cuidadosa con como digo lo que digo, porque voy a hacer un paneo que será crítico, pero que de ninguna manera está destinado a responsabilizar o culpabilizar a nadie. Pretendo por el contrario poner un lente gran angular, de esos que abarcan el paisaje completo (Para seguir con la metáfora del color del cristal con que se mira...)

Desde esta posición trataré de reflexionar en torno a algunas preguntas:

<u>¿Por qué está la matemática en la escuela y desde cuándo?</u>
<u>¿Puede la enseñanza de la matemática estar ligada con problemas como equidad social, o igualdad educativa?</u>
<u>¿De qué matemática hablamos?</u>
<u>¿qué relación hay entre el modo en que se concibe a la matemática y el modo en que se concibe a su aprendizaje y por ende a su enseñanza?</u>

Después de esta introducción voy a comentar brevemente el marco desde el cual analizaremos este recorrido, el marco teórico, es el de la didáctica de la matemática o didáctica fundamental, y las sucesivas ampliaciones ligadas a la teoría antropológica de lo didáctico. Este enfoque a partir de los años 70 produjo un crecimiento significativo de la producción referida a la enseñanza de la matemática, proveniente, en gran parte, de la escuela francesa, y ha sido considerado también como un aporte valioso tanto para la didáctica de la matemática como para otras didácticas específicas.

El punto crucial respecto de este enfoque es que sitúa la actividad matemática, en el conjunto de actividades humanas y en relación con el conjunto de las instituciones sociales.

Esta postura epistemológica conduce a atravesar en todos los sentidos muchas fronteras institucionales a pesar de que la tradición social da por sentado un reparto de temas que se presenta como casi *natural*, cuando se trata de hablar de enseñanza de la matemática.

Según lo “culturalmente correcto”, hablar de enseñanza de la matemática o de didáctica de la matemática supone, por ejemplo, hablar de la matemática, y después de los alumnos, de los docentes y de los textos, excluyendo casi todos los demás objetos, y en particular de todos aquellos que considerados rápidamente como no pertinentes científicamente entre ellos: los contextos socio culturales y los modelos políticos y económicos; y en consecuencia: la pobreza y la marginación, la diversidad social y cultural, etc...

Desde el enfoque elegido todas estas dimensiones se cruzan también a la hora de reflexionar sobre enseñanza de la matemática. Quiero citar las palabras de un especialista que para nosotros es un referente de estas ideas y se llama Rudolf Bkouche : *Toda reflexión sobre la enseñanza de la matemática debe ser una reflexión sobre sus objetivos internos(en la escuela) y externos(fuera de la escuela), es decir una reflexión política*

<u>¿Por qué está la matemática en la escuela y desde cuándo?</u>

He aquí algunos enunciados compatibles con esta mirada a la que estoy aludiendo y que sirven para ubicar la actividad de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en un marco más amplio:

- La sociedad en que vivimos puede ser descripta como una "obra" o construcción humana que, a su vez está repleta de "obras" fruto de la acción de los hombres.
- La escuela es un ejemplo de una obra humana, y en ella se pone a los alumnos en contacto con otras obras, como por ejemplo, la matemática, la música, la lengua materna, la gimnasia, la geografía, etc...

- Las obras humanas evolucionan y tanto la escuela como lo que se enseña en ella son obras abiertas, siempre inacabadas, en permanente reconstrucción y que evolucionan con la sociedad.
- El que una obra se enseñe o no se enseñe en la escuela es el resultado de decisiones (o ausencia de decisiones) tomadas por el hombre a lo largo de la historia, en la construcción de una obra, llamada curriculum obligatorio.
- Para construir el curriculum obligatorio, se hace una selección de entre las infinitas obras que componen nuestra sociedad, es decir, en la escuela, se pone a los jóvenes en contacto con cierto número de obras y sobre ellas se deberían identificar sus razones de ser y las preguntas a las que se supone que responden.

En este marco se concibe la educación como un proceso que debería facilitar a todos entrar en la sociedad, esto es, conocer sus obras, saberlas aprovecharlas y, si es necesario, ayudar a cambiarlas.

¿cómo se hace la selección de las obras? ¿esa selección de la que se habla es arbitraria?
¿Por qué, por ejemplo, se selecciona la matemática?
¿Y, dentro de la matemática, por qué se eligieron tales o cuales objetos matemáticos en particular?

Los textos acerca de la finalidad de las matemáticas abundan. Explican la necesidad, para una sociedad, de que cada ciudadano disponga de una cultura matemática suficiente, y a la vez, también explican la necesidad social de disponer de la cantidad suficiente de técnicos y de científicos para enfrentar los desafíos del futuro. Todo tiende a convencernos de que las matemáticas juegan un papel importante.

Todos esos textos, con los que acordamos plenamente, explican también la importancia de las propiedades formativas inherentes a las matemáticas, tanto a nivel individual, por las capacidades que parecen desarrollar, como a nivel de la vida colectiva.

El comportamiento racional de una sociedad, es decir, su relación tanto con la verdad como con la realidad, no descansa únicamente en las virtudes individuales de sus miembros. Exige una práctica social y una cultura que deben enseñarse en la escuela. Tomo aquí prestadas las palabras de G. Brousseau: *Las matemáticas constituyen el campo en el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales.*

De hecho se ha hablado muchísimo sobre el interés social de tener todos una cultura matemática básica y esto no se discute, es más, casi resulta una obviedad hablar de la importancia de la presencia de la matemática en la alfabetización básica.

Pero, ¿siempre fue así?

Muchos creen que desde siempre la matemática ha formado parte del currículum, por lo menos desde la antigua Grecia, sin embargo antes del siglo XVI, casi no había matemática en las instituciones de enseñanza.

La matemática no logró ocupar un puesto importante en el currículo hasta muy tarde en la historia de nuestras sociedades. La poca matemática que se estudiaba en la enseñanza medieval resultaba de la clasificación aristotélica: la lógica, la física, la metafísica y la ética, etc. Hubo grandes luchas para introducirla en la enseñanza y se tuvieron que tomar decisiones importantes.

En el siglo XVII, Juan Amos Comenio, en su Didáctica Magna, no menciona a la matemática pero habla de ciencias y de que hay que "enseñar a deducir"

Los cursos de matemática propiamente dichos aparecieron muy lenta y progresivamente. Y por si fuera poco, su presencia sólo afectaba a una población de alumnos reducidísima, y para eso no hay que ir muy atrás en el tiempo. Hace tan sólo algunas décadas, la enseñanza secundaria sólo educaba a un número ínfimo de jóvenes.

Incluso más, del mismo modo que no siempre hubo matemática en el currículo, y del mismo modo que fueron en aumento desde aquel entonces, si pensamos en la sociedad como una obra flexible y cambiante…en un futuro podría disminuir su presencia.

Si pensamos en la sociedad como una obra abierta, nadie asegura que mañana sea igual que hoy. Sólo que, si uno no quiere tener una actitud pasiva ante los cambios que la afectan, ante las decisiones que se toman y las que no se toman, hay que plantear la cuestión y ser capaz de mirarla de frente.

Volvemos a las preguntas:

¿Cómo se elige aquello que conforma el currículo?

¿Por qué la escuela pone a los niños y jóvenes en contacto con unas obras y no con otras?

Podría suponerse que la elección consiste en incluir lo más fundamental, pero ¿qué se considerará como lo más fundamental y por qué?

Según Chevallard:

> *Una obra puede parecernos fundamental o no parecérnoslo, independientemente de que lo sea en realidad y en este punto lo que interviene es la imagen que tiene una sociedad sobre sí misma en un determinado momento.*

Se transcribe a continuación el artículo 6º de la Ley 1420 de educación fundante, que organizó el Sistema Educativo Argentino desde 1884 y que convertía a la enseñanza elemental en obligatoria, gratuita y laica.

> LEY Nº 1420 DE EDUCACIÓN COMÚN
>
> (8 DE JULIO DE 1884)
>
> Capítulo I

Artículo 6º- El minimum de instrucción obligatoria, comprende las siguientes materias: Lectura y Escritura; Aritmética (las cuatro primeras reglas de los números enteros y el conocimiento del sistema métrico decimal y la ley nacional de monedas, pesas y medidas); Geografía particular de la República y nociones de Geografía Universal; de Historia particular de la República y nociones de Historia General; Idioma nacional, moral y urbanidad; nociones de higiene: nociones de Ciencias Matemáticas, Físicas y Naturales; nociones de Dibujo y Música vocal; Gimnástica y conocimiento de la Constitución Nacional, para las niñas será obligatorio, además, los conocimientos de labores de manos y nociones de economía doméstica. Para los varones el conocimiento de los ejercicios y evoluciones militares más sencillas, y en las campañas, nociones de agricultura y ganadería.

Este artículo de la ley 1420 traduce, aunque parcialmente, aquello que se consideraba fundamental a fines del siglo XIX en relación con un cierto proyecto de país. De hecho la aplicación de esta ley redujo el analfabetismo un 50 % en un año.

Ocurre, no obstante, que en ocasiones, una obra que fue fundamental en su tiempo, y por lo tanto formaba parte del currículo, se sigue estudiando en la escuela aunque haya dejado de ser fundamental para la sociedad. Casi a la inversa, puede ocurrir también que haya obras verdaderamente fundamentales para la sociedad en un cierto momento histórico y que no se consideren fundamentales para la escuela.

Es decir, no habría que confundir las obras fundamentales para la sociedad en general con las obras fundamentales para la educación en esa misma sociedad.

Para nuestra sociedad podría suponerse que si la matemática desaparece del currículo, o fuera algo puramente residual, habría consecuencias nefastas sobre el sistema de formación superior para las ciencias y las técnicas –que constituyen ciertamente una obra fundamental de nuestra sociedad-. Aquellos que quisieran aprender física, tecnología, química, etc., deberían estudiar al mismo tiempo toda la matemática que se necesita en esos ámbitos.

Vemos, como en este ejemplo, que el estudio de una obra dada pueda facilitar el acceso a otras obras, aun cuando estas otras no se estudien en la escuela. En nuestra sociedad el hecho de saber leer y escribir con soltura nos acerca muchísimo a un montón de obras. No a todas, claro; pero sí a muchas.

Entre las obras que nos abren más puertas, hay algunas que resultan especiales, que poseen una naturaleza particular. Son los saberes, la mayoría de las obras que se estudian en la escuela son saberes: matemáticas, biología, gramática, historia, etc.

Decimos que los saberes que se estudian en la escuela son vías de acceso a otras obras de la sociedad.

El principio podría ser el siguiente: una obra es vital si resulta indispensable para entrar en las obras en las que debemos vivir. Hoy en día es vital saber leer y escribir, pero esto no era así, en el siglo XIX. La mayoría de la gente no sabía leer ni escribir.

Lo mismo ocurre con la matemática, hoy es vital disponer de una alfabetización matemática básica. Sin embargo, pese a que esto es reconocido:

- Muchos creen que la matemática no está hecha para todos.
- Hay muchos que piensan que no están hechos para la matemática.
- Hay quienes creen, por ejemplo, que la matemática no es para gente de tal clase social o de determinado nivel de inteligencia.

Estas creencias son difíciles de cambiar y la escuela puede hacer mucho en ese sentido.

Partimos aquí de entender que la matemática está hecha potencialmente para todos. Desde ahí, desde esta afirmación vamos a hacer una escala para detenernos en algunas cuestiones de las que habitualmente no se habla cuando se habla de enseñanza de la matemática.

<u>¿Todos tiene iguales oportunidades de aprender matemática?</u>

La pregunta podría también formularse así: ¿La enseñanza de la matemática está ligada con problemas como equidad social, o igualdad educativa?

Desde una perspectiva local, los argentinos tuvimos la suerte de iniciar en forma relativamente temprana la construcción de un sistema nacional de educación básica universal, gratuita y obligatoria con una fuerte vocación por incluir a las masas de inmigrantes. Ya en los albores del siglo XX los progresos alcanzados en materia de desarrollo educativo y cultural nos colocaban en una posición de privilegio en el concierto de las nuevas naciones latinoamericanas.

La escuela y el resto de las instituciones clásicas obedecieron a un modelo de organización según los patrones políticos, económicos y culturales de una época de expansión de nuestra sociedad y gozó de un sólido reconocimiento y prestigio social, a la vez que constituyó un motor poderoso de ascenso y movilidad social.

En la Argentina, entonces, la escuela es una institución con una historia que en su momento significó una proyección para la vida de las personas. Esta historia de alguna manera orienta y determina nuestras prácticas y nuestras relaciones.

Pero hoy son otras las condiciones del desarrollo de la ciencia, la economía y la cultura. Las relaciones entre los hombres, la división del trabajo, los estilos de organización y gestión y las expectativas sociales son distintas. Y la conformación cultural de la niñez, la adolescencia y la juventud es distinta.

Hoy, aunque resulta imprescindible la aspiración de universalización de la escolarización, , insuficiente.

No es preciso abundar en argumentos para mostrar que la enseñanza media de hoy tiene un significado distinto al que tenía en el proyecto fundacional de los sistemas educativos occidentales. En un principio se trataba era una antesala de los estudios universitarios (y de ciertas posiciones en las burocracias públicas y privadas) y estaba reservada sólo a los hijos de las clases dominantes y a algunos pobres meritorios (los “becarios”).

El deterioro vivido es muy complejo de analizar, ese deterioro condiciona en la juventud la pérdida de expectativas y de confianza en la educación como un medio de asegurarse el ascenso social y el éxito personal y familiar.

A ese proyecto educativo que describíamos sobrevino un proyecto educativo conservador que concibió la educación como un instrumento para preservar los derechos de las élites en sociedades injustas. La función de la escuela como reproductora de desigualdades sociales ha sido ampliamente documentada en la literatura especializada. Y esto excede los análisis locales.

Según J. Brunner:

> *"La mayoría de los estudiantes que repiten o desertan son pobres e incluso cuando los pobres permanecen en la escuela, tienden a aprender menos. En efecto, las investigaciones indican frecuentemente que los niveles de desempeño entre los alumnos de la escuela primaria están directamente relacionados con los niveles de ingreso familiar: los niveles de desempeño promedio de los niños que provienen de las familias más pobres tienden a ser significativamente más bajos que los niños de la clase media y alta”*.

Este fenómeno es constatado en sociedades injustas, en las que, en general, todos están preocupados por **garantizar a todos sus miembros el acceso a la escuela**, lo cual, como vemos no garantiza a todos el acceso al conocimiento.

De hecho hay sociedades más injustas que otras, y nuestra sociedad es injusta.

¿Cómo sabemos cuándo una sociedad se hace más o menos justa? Consideremos que es más justa aquella sociedad en la que es más aceptable para cualquiera de sus miembros vivir en las condiciones en que viven los que tienen menos estatus y recursos.

Utilizando este criterio es posible concluir que las sociedades latinoamericanas son injustas.

Cabe preguntarnos entonces ¿hasta dónde se puede avanzar en la equidad educativa si no se revierte la inequidad social? En este escenario de incertidumbre, la educación, o sea *el logro educativo de la población* sigue siendo una de las pocas -sino la única— opción para que todos puedan intentar insertarse en el mundo laboral y ejercer sus derechos ciudadanos.

No vamos a atribuir los problemas que acarrea la marginación social, o la conducta antisocial de un egresado de primaria a su mal aprendizaje de la matemática. Pero la preguntas es ¿Creemos verdaderamente que lo que se produce o deja de producir la escuela no tiene consecuencias?

Hay numerosas investigaciones que exploran los procesos a través de los cuales la enorme desigualdad social se reproduce en las escuelas.

Así como es posible identificar el interés por lograr la igualdad de oportunidades educativas a partir de los años 50 donde la prioridad fue aumentar el acceso especialmente a la educación primaria; es reconocible otra etapa desde fines de los 80, en la que se busca la inserción de todos los alumnos en los primeros años del nivel medio.

Durante la década del 90, el auge de la globalización impone en la educación categorías como eficiencia, productividad, eficacia que desplazan la preocupación por la equidad, aumenta el número de personas que vive en condiciones de pobreza, y hay un consecuente deterioro en el funcionamiento de los sistemas educativos y en el valor que se les otorga.

De hecho, la falta de escolaridad en sí misma excluye, margina y empobrece porque la imposibilidad de participar de la educación formal margina del acceso de una parte importante de las construcciones culturales y sociales, y disponer de habilidades básicas como saber la lectoescritura, el razonamiento numérico, operaciones causales y razonamiento lógico, permiten entrar en relaciones contractuales en posición de ventaja por sobre quienes no adquirieron tales competencias.

Haber ido a la escuela aumenta las posibilidades de comprender el mundo exterior, aprender más y participar en formas más complejas de organización social, productiva y política. Sin embargo, ... estos esfuerzos por lograr el acceso de todos a la escuela no garantizan la igualdad de oportunidades educativas. ¿Por qué? Porque no todos los que acceden a la escuela aprenden, y esa situación es mucho más grave en sectores desfavorecidos.

¿Cómo se explica la paradoja de que existan iguales oportunidades de escolarización y existan diferentes resultados en los aprendizajes de los distintos grupos sociales?.

La clave estaría en comprender que la oportunidad educativa está ligada a varios niveles de posibilidad:

- la posibilidad para acceder a la escolaridad,
- la de acceder a procesos pedagógicos de calidad, y
- la posibilidad de acceder a aprendizajes efectivos.

Reducir sólo al primer nivel de acceso no permite explicar las altas tasas de repetición de quienes son desfavorecidos socialmente. La respuesta a estas paradojas es compleja y multidimensional.

En un sentido este es un problema del que la didáctica de la matemática se hace cargo y es una de las dimensiones a las que aludía al principio, cuando dije que en el análisis didáctico cruzaríamos fronteras.

En este cuadro de situación que menciono influyen las debilidades estructurales (limitados niveles de financiamiento, bajos salarios a los docentes, excesivo número de docentes no calificados, una demorada actualización de los programas de formación docente, entre otras); pero también inciden fuertemente las bajas expectativas de logro de lo alumnos.

Pedir a la escuela que enseñe a todos los niños, de forma que puedan ser libres y tener en la vida las mismas opciones, es pedirle a la sociedad y al sistema educativo en especial que cambie sus expectativas.

Es pedir a la sociedad, pedirnos a nosotros mismos, cambiar ciertas concepciones, subsidiarias de la teoría del déficit, no ya sobre los derechos de los hijos de los pobres, sino sobre su potencial. Es construir la experiencia educativa desde el reconocimiento de la riqueza de la experiencia de estos niños y no de sus carencias.

No estoy trayendo esto como novedad, claro, sólo quiero ponerlo en primer plano.

En el siglo XVII, Juan Amos Comenio, en su Didáctica Magna, propuso lo que denominó un *“método que permitiera enseñar todo a todos”.*

En el apartado de didáctica general dice:

> *... hay que tomar en cuenta algo importantísimo "nadie" deber ser excluido de una educación ya que es la principal fuente de sabiduría del propio ser humano. A todos por consiguiente hay que tratarlos como se merecen y no menospreciar a otros que les cuesta más trabajo asimilar una cosa, por eso también hay que explicar todo de acuerdo a la capacidad de cada persona.*

Se le llama escuela a la presentación sistemática de hechos, ideas, habilidades y técnicas a los estudiantes. Todos los hombres deben ser encaminados a los mismos fines, todos los hombres son únicos e irrepetibles, con capacidades y limitaciones con virtudes y habilidades, con aptitudes y destrezas....

En la escuela se aprende de los maestros, de los compañeros de clase, de los libros, del ejemplo de los adultos, de la forma en que se organiza y lleva a cabo la tarea escolar, de muchas cosas. Se aprende una relación con el conocimiento y con la realidad a la que ese conocimiento se refiere y sobre la que le permite actuar. Se aprenden formas de relacionarse con otras personas. Se aprenden ideas sobre uno mismo, sobre nuestro lugar en la estructura social, en la vida y en el mundo, se desarrollan esperanzas y expectativas, se adquieren habilidades.... Pero también se puede aprender a reproducir relaciones injustas, se puede aprender que uno no puede aprender, se puede hacer como que se aprende, se puede no aprender... y no es juego de palabras.

La desigualdad social se puede transmitir también a través de algunos procesos educativos:

Uno de ellos es llevar adelante un currículo diluido bajo la presunción de que hay que enseñar “lo fácil” y lo que “da mejor resultado” antes que “lo que tiene sentido” en escuelas que concentran chicos de familias con menores ingresos.

Otro es ver a la diversidad y la heterogeneidad como dificultad y no como desafío pedagógico, o como oportunidad para que las escuelas logren uno de sus propósitos más importantes: contribuir a formar comunidades, permitiendo aprender a valorar a todos y desarrollando experiencias positivas de aprendizaje y cooperación.

La igualdad de oportunidades sociales requiere de la igualdad de oportunidades para aprender. La reflexión didáctica debe incluir el tratamiento de la diversidad como objetivo. Hay otras miradas diferentes, esta es una opción.

Esta opción requiere desarrollar prácticas pedagógicas que tengan como consecuencia mayores niveles de aprendizaje para todos los estudiantes.

Cito nuevamente el texto de la Didáctica Magna, dice...

"No debemos aprenderlo, sino haberlo aprendido"

Trataremos de analizar la incidencia de la ense za de la matemática en este sentido.

<u>¿De qué matemática hablamos? Y ¿qué relación hay entre el modo en que se concibe a la matemática y el modo en que se concibe su enseñanza?(punto de vista epistemológico y didáctico)</u>

Veamos qué aspecto, qué recorte o bajo que concepciones estuvo y está presente el saber matemático en la sociedad y en las escuelas, y veamos también como el tipo de matemática se liga con el tipo de enseñanza y en consecuencia con el acceso al aprendizaje matemático.

Dice Pedro RIVAS, (Universidad de Los Andes, Venezuela) en *La Educación Matemática como factor de deserción escolar y exclusión social,* refiriéndose al sistema educativo venezolano*:*

> *Existe una particular manera de enseñar y de generar aprendizajes matemáticos observada como una constante en la praxis escolar en los diferentes niveles del sistema educativo, especialmente, en los primeros grados básicos que es factor generador de aversión pedagógica temprana, coadyuvante de deserción escolar, responsable en alto grado de una particular manera de exclusión sin deserción que denominaré "segregación académica" y, por supuesto, corresponsable de exclusión social al contribuir a expulsar del sistema escolar a un sujeto al que le será negada su preparación profesional para el desempeño ocupacional posterior.*

Al respecto, algunos afirman que la práctica profesional de quien enseña matemática en el aula está predeterminada, por los modelos docentes habituales, o sea por el modo de actuar de sus colegas y otros afirman que la idea de matemática que posee cada docente se liga al modelo que tomó de sus docentes en su experiencia como alumno.

¿De qué modo el modelo epistemológico de la matemática, puede influir o condicionar las características del modelo de enseñanza(o modelo didáctico), aún cuando esto funcione como modelo implícito?

Algunos afirman que la práctica profesional de quien enseña matemática en el aula está predeterminada, por los modelos docentes habituales, o sea por el modo de actuar de sus colegas y otros afirman que la idea de matemática que posee cada docente se liga al modelo que tomó de sus docentes en su experiencia como alumno.

Hoy apenas alcanzaremos a sobrevolar sobre el modo en que se corresponden muchas decisiones didácticas y los modelos de enseñanza, con los modelos epistemológicos generales que han existido a lo largo de la historia de la matemática (que tiene más de 4000 años) y que, en cierta forma, continúan entremezclados en las diferentes instituciones.

Recuerden que vimos que la historia de la enseñanza de la matemática en instituciones organizadas para ello no tiene más que 300 años.

Tengamos en cuenta que las prácticas docentes participan en mayor o menor medida de los diversos modelos de enseñanza que vamos a describir, por lo que siempre tienen un carácter mixto y complejo.

Distinguimos entre dos grandes grupos de teorías: por un lado las que denominaremos clásicas (o modelos estáticos, o teorías epistemológicas generales: teorías euclídeas y teorías cuasi-empíricas, según la caracterización realizada por Lakatos) y por otro lado las teorías constructivistas.

Estos grupos de teorías dieron lugar a distintas concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática que podemos agrupar en las teorías didácticas clásicas y la didáctica de la matemática o didáctica fundamental

Matemática estática

En epistemología de las matemáticas la controversia se plantea en términos de la posibilidad o imposibilidad de establecer de modo categórico el significado y la verdad. Esta controversia tiene profundas raíces.

El platonismo soslaya la discusión sobre los modos de arribar a la verdad y sostiene que los entes matemáticos existen independientemente del sujeto, que "los objetos matemáticos tienen una existencia, una realidad propia, diferente de la realidad física, independiente del espacio, del tiempo y del hombre que las piensa. Sostiene la existencia de "verdades matemáticas".

Hay un modelo de enseñanza para esta concepción platónica del saber matemático, dentro del platonismo, "enseñar" es dar a conocer la verdad. Por lo cual, su punto de partida es la exposición y el encadenamiento de afirmaciones siempre verdaderas, de manera que cuando el docente llega a su término el alumno no pueda más que reconocer como algo "evidente" el saber al cual se refiere.

De este modo, el docente es el poseedor de la lógica interna del saber matemático que le permite llevar a cabo su tarea.

Dentro de este modelo, entre el saber y la ignorancia, no hay lugar para el error humano. De esta forma, el error es considerado como un signo de la imperfección. Cuando se produce un error, es necesario sancionarlo, y sobre todo no exhibirlo, bajo el supuesto de que “otros alumnos se pueden dejar influenciar, y apartarse del camino recto”.

Como la práctica permite encontrar errores que en este marco se consideran errores de aprendizaje, el docente rectificará la técnica equivocada y procederá al reemplazo inmediato por los procedimientos más apropiados. Desde esta concepción, el término "producción matemática" designa el resultado, la tarea terminada, el trabajo efectuado y no el desarrollo de la tarea, no la actividad de producción.

Las "verdades matemáticas" deben ser transmitidas por el poseedor del saber -el docente-. Este cuenta con la anuencia del alumno que escucha, aplica y ejercita dicho saber.
Desde esta concepción, se considera la enseñanza como un arte y se supone que el aprendizaje depende de las condiciones personales del docente y de la capacidad de los alumnos para dejarse moldear.

En esta perspectiva que algunos autores denominan didáctica clásica, el saber didáctico no es explicativo sino normativo puesto que se supone que debe proporcionar al docente recursos profesionales para desarrollar su labor de manera satisfactoria.

Pero la característica fundamental de la didáctica clásica es que no se interroga (no problematiza) acerca de "los saberes matemáticos" ni tampoco sobre nociones tales como "enseñar matemática" o "aprender matemática".

Volvamos a las teorías sobre la naturaleza de los objetos matemáticos. En la discusión sobre la posibilidad o imposibilidad de establecer de modo categórico el significado y la verdad de los objetos matemáticos, a partir del siglo III AC se desarrolla la teoría euclídea que propone que todo conocimiento matemático puede deducirse de un conjunto de proposiciones verdaderas (*axiomas*) que constan de términos perfectamente conocidos (*términos primitivos*) y que la verdad fluye entonces desde los axiomas hasta los teoremas por los canales deductivos de transmisión de verdad (*pruebas*).

La crítica a esta concepción es de antigua data, persistente e incansable: ¿Son perfectamente conocidos los términos primitivos? ¿Son realmente verdaderos los axiomas? ¿Son nuestros canales deductivos absolutamente seguros? Pero ahora veamos como se tradujo la teoría euclídea.

A fines del siglo XIX y hasta mediados del siglo XX, aparecen fuertemente el ***logicismo*** *(con la lógica matemática)* de Russell (1903 y 1919), el ***formalismo****(y la Teoría de Conjuntos)* de Hilbert (1923) y el ***intuicionismo*** de Brower (1952)

La lógica matemática es la ciencia que estudia los principios por los que se rige un razonamiento correcto. Aunque el objetivo de todas las ciencias sea la búsqueda de la verdad, la lógica matemática se distingue de las otras en que lo que se busca son los métodos para llegar a un razonamiento válido, haciendo abstracción de los contenidos concretos del discurso que se analiza.

Se intentan matematizar los procedimientos mentales y establecer cuando un razonamiento es válido o no.
De esta manera es posible encontrar

- razonamientos válidos cuyas conclusiones son verdaderas

- razonamientos falsos cuyas conclusiones son verdaderas
- razonamientos falsos cuyas conclusiones son falsas
- razonamientos válidos cuyas conclusiones son falsas

Pero esta *lógica* matemática degeneró en un sistema sofisticado que lejos de ser trivial se convirtió en un verdadero laberinto conceptual.

Quienes desde esta concepción han pensado en la enseñanza de la matemática sostienen, por ejemplo, que: "El papel de la formación matemática en la enseñanza secundaria consiste casi exclusivamente, en familiarizar a los alumnos con el método deductivo…"

Como vemos, el acento está puesto en la lógica y en el rigor interno del saber matemático, que constituyen el prototipo y la referencia del pensamiento científico. No se admite la posibilidad de partir de la intuición ni la validez de razonamientos de los alumnos basados en métodos empíricos, ya que en este marco, la única vía para demostrar un teorema es la deducción.

¿Qué es enseñar para el logicismo? Enseñar es organizar el conocimiento en unidades, dividir el saber en unidades aisladas e independientes unas de otras, manipulables, para lograr destacar la continuidad lógica que lo organiza y esto implica que la posibilidad de apropiarse de un nuevo saber depende aquí de la solidez y de la cohesión de los saberes precedentes.

Como se parte del mismo lugar para todos los alumnos, el estado en que se encuentran sus saberes para introducirse en el aprendizaje del nuevo conocimiento debe ser homogéneo. De no ser así, es el docente quien debe ocuparse de evaluar antes de iniciar el aprendizaje el estado de prerrequisito y si es necesario homogeneizar el nivel.

Otros supuestos del logicismo en educación:
La matemática, considerada ciencia exacta, no puede dar lugar al error. Si el profesor hace bien su trabajo y, en particular, si procede por "unidades mínimas de saber" para cada una de las cuales el número de respuestas posibles es una y nada más que una, no es normal que haya desfasaje entre lo que es enseñado y lo que es aprendido.

Desde la perspectiva de la enseñanza, el intento de homogeneización hace que inevitablemente algunos puedan aprender más que otros. Entiendo que viene bien acá aclarar que homogeneizar es muy diferente de dar a todos oportunidad de aprender.

El fracaso de la búsqueda por incluir en la enseñanza esta matemática (la lógica) lleva a concebir a la matemática desde otra perspectiva se privilegia el rol del método axiomático y del lenguaje formalizado.

Estos últimos fueron desarrollados a partir de los problemas encontrados por los matemáticos en el curso de sus trabajos, para separar objetos definidos y no definidos, axiomas y teoremas. La teoría se basaba en la idea de una axiomática formal en el sentido de un *sistema formal consistente* (no contradictorio), en el que todas las verdades matemáticas puedan ser deducidas formalmente.

Como instrumento poderoso de organización de los conocimientos el formalismo desempeña una función de síntesis y de clarificación, pero en la enseñanza..., se lo abordó tempranamente y se transformó en obstáculo.

Durante casi 150 años se concibió y se privilegió la enseñanza de una matemática estática, acabada, en la cual lo importante era retener en la memoria un conjunto de reglas mecánicas, numerosas técnicas algorítmicas, variadas definiciones y un enorme vocabulario.

La preocupación era / es ¿Cómo mecanizar y controlar la transmisión de teorías y el entrenamiento en el uso de técnicas algorítmicas?

Cuando esta manera de interpretar el saber matemático penetró en el Sistema de Enseñanza de las Matemáticas dio origen a modelos de enseñanza, muy simplistas y fuertemente arraigados en la cultura común, según estos modelos también clásicos el proceso de enseñanza es un proceso mecánico y trivial, totalmente controlable por el docente.

Se identifica "enseñar y aprender matemáticas" con "enseñar y aprender una matemática acabada", el proceso didáctico empieza, y prácticamente acaba, en el momento en que el docente "enseña" (en el sentido de "muestra") a los alumnos.

Dado que enseñar matemáticas es mostrar, resulta que la enseñanza de la matemática debería ser, también, un proceso trivial. Pero esta conclusión choca frontalmente con todos los datos empíricos disponibles. En instituciones que suscriben este modelo de enseñanza es muy difícil dar razón de las enormes dificultades que tienen los alumnos para utilizar adecuadamente una operación, aplicar una técnica matemática o comprobar si un objeto matemático cumple o no cumple con una definición. Por lo tanto se opta por atribuir las dificultades a los alumnos.

Se habló mucho de niños dotados para los estudios abstractos y de niños más volcados hacia las actividades concretas (y, queda sobreentendido, menos dotados que los primeros)... a través de esta distinción se olvida que la abstracción no es un dato a priori sino que es un proceso: se abstrae como medio de conocimiento y de comprensión de situaciones muy precisas.

Es el proceso dialéctico de abstracción-concretización lo que es fundamento de la actividad matemática. Ignorarlo significa presentar la actividad científica como una simple acumulación de hechos y enunciados y transformar la enseñanza científica en un espectáculo de esos hechos y enunciados.

En este sentido se habla de la axiomática como la organización del espectáculo de la ciencia.

Dice Rudolf Bkouche (1976)

> *No se trata de dar el espectáculo del rigor, de manera de mostrar una matemática que funciona bien y esperar que algunos "dotados" hayan aprendido algo mientras la mayoría manifiesta admiración arrobada o rechazo. Quiero denunciar aquí una concepción anticientífica y dogmática.*
>
> *A través de este "espectáculo" los alumnos "ven matemática", oyen un discurso matemático riguroso, pero esto no tiene significación y la mayoría de los alumnos no aprende nada más que recetas, no retienen más que la impresión de la inaccesibilidad de la ciencia que se les muestra. En este sentido, la matemática se convierte en instrumentos de selección.*

Sobre ese mismo aspecto, leemos a G. Brousseau:

> *La presentación axiomática es una presentación clásica de las matemáticas.*
>
> *Además de las virtudes científicas que se le conocen, parece maravillosamente adaptada para la enseñanza. Permite en cada instante definir los objetos que estudia con la ayuda de nociones introducidas precedentemente, y así, organizar la adquisición de nuevos conocimientos con la ayuda de adquisiciones anteriores. Ella asegura entonces al estudiante y a su profesor una forma de ordenar su actividad y de acumular en un mínimo de tiempo un máximo de "conocimientos" bastante próximo al "saber sabio". Evidentemente, debe completarse con ejemplos y problemas donde la solución exige emplearlos.*
>
> *Pero esta presentación, oscurece completamente la historia de los conocimientos, es decir la sucesión de dificultades que han provocado la aparición de los conceptos fundamentales, su práctica para plantear nuevos problemas, la introducción de técnicas y de preguntas nacidas de lo progresos en otros sectores, el rechazo de algunos puntos de vista encontrados falsos o burdos, y las innumerables disputas con el sujeto. Disfraza el verdadero*

funcionamiento de la ciencia, imposible de comunicar y de describir fielmente desde el exterior, para colocar en su lugar una génesis ficticia. Para hacer mas fácil la enseñanza, aísla algunas nociones y propiedades de la trama de actividades de las cuales ha tomado su origen, sentido, motivación y empleo.

Las traspone al contexto escolar. Los epistemólogos llaman transposición didáctica a esta operación. Tiene su utilidad, sus inconvenientes y su rol, también en la construcción de la ciencia. Es a la vez inevitable, necesaria y en cierto sentido molesta. La transposición debe ser tomada bajo vigilancia

Los argumentos de los defensores de las reformas que introdujeron esta matemática rigurosa, estática y algoritmizada en la escuela básica, hablan de la necesidad de rigor y precisión del lenguaje, esto es justo pero no es a priori, es la propia práctica matemática y no la intervención del docente o del libro lo que muestra a un niño la necesidad de ese rigor.

Los alumnos, y también muchos docentes, que han "aprendido" esta matemática la vislumbran como algo inalcanzable, que sólo es para los "inteligentes", o predican la famosa frase "yo no nací para la matemática". Es válido pensar entonces que esta opción promueve severas desigualdades en el acceso de los niños a esta porción de la cultura que ha construido la humanidad.

Al respecto dice Bkouche:

"La eliminación por parte de la escuela de la gran mayoría que no tiene más acceso a los conocimientos (que son presentados, además, como indispensables) es la forma moderna de oscurantismo."

Dado el énfasis tan exclusivo que se pone en las técnicas "simples", se tiende a olvidar los "auténticos" problemas que son aquellos cuya dificultad principal consiste en elegir las técnicas adecuadas para construir una "estrategia de resolución". Se parte de ciertas técnicas algorítmicas y se plantean solamente aquellos ejercicios que sirven como "entrenamiento" para llegar a dominarlas; de esta forma se excluyen las resoluciones complejas y no algorítmicas.

En los modelos de enseñanza descriptos anteriormente, la resolución de problemas es considerada como una actividad secundaria dentro del proceso didáctico global y, en todo caso, como auxiliar en el aprendizaje de las teorías. Se la utiliza , exclusivamente, para aplicar los conocimientos aprendidos. Cuando aparece un problema que no puede resolverse mediante la aplicación inmediata de un concepto, entonces los problemas se descomponen en ejercicios rutinarios lo que implica, no sólo la eliminación de la dificultad principal sino, incluso, la desaparición del propio problema.

Dichos modelos comparten una concepción psicologista ingenua del proceso de aprendizaje. Se tiende a concebir al alumno como una "caja vacía" que debe llenarse a lo largo de un proceso gradual que parte de los conceptos lógicamente más simples hasta llegar, paso a paso, a los sistemas conceptuales más complejos.

Recordamos la metáfora utilizada por J.Piaget:

> *"Cuando un conejo come un repollo no se transforma en repollo; es el repollo el que se transforma en conejo".*

Con esta mirada crítica no estamos queriendo decir que la opción es todo técnica o nada de técnica. En la enseñanza primaria, en efecto, el menosprecio por el dominio de las técnicas puede provocar un "vacío" del contenido de la enseñanza hasta el punto de que al final del proceso didáctico los alumnos no puedan mostrar ningún aprendizaje efectivo, ni siquiera el dominio de las operaciones aritméticas.

Santaló Luis, en el libro Enfoques propone:

> *Hay que tender a que los alumnos no solo operen, sino que piensen. No hay duda de que ello es posible... Hay que saber las reglas y la operatoria pero luego hay que saber elegir las reglas apropiadas...De ninguna manera hay que pensar que la matemática debe descuidar el cálculo. Todo lo contrario, se trata de huir del cálculo rutinario sin comprensión de lo que se está haciendo.*

Frente a este estado de situación, aparece en la década del 70, como innovación y cambio, la introducción de la matemática moderna en la escuela básica.

Desde el punto de vista científico, es una maravillosa obra producida por los matemáticos a partir de mediados del siglo XIX para resolver problemas complejos. Hoy toda la matemática pura y aplicada se basa en la Teoría de Conjuntos.

Se suponía que esa matemática iba a dotar a los niños de capacidades diferentes de la "otra" matemática. Que iba a renacer un nuevo vínculo entre alumnos y matemática, y entre docentes y matemática. Así es como comenzó a desplegarse una práctica en las clases de matemática que puso en el centro de atención las estructuras que organizan y fundamentan el conocimiento matemático, quizá suponiendo que, de esta manera, se contribuía a la construcción de las estructuras lógicas por parte de los niños.

La matemática moderna introdujo en el sistema educativo nuevos objetos. Reemplazó a los números por otro tipo de representaciones (palitos, atados, ábacos, círculos, triángulos y cuadrados, etc.) y a las operaciones por diagramas.

Estas modificaciones no tuvieron en cuenta, entre otras cuestiones, los conocimientos que ya tenían los niños sobre los números ni las dificultades que tienen los chicos en transferir lo adquirido en un cierto contexto, directamente a otro.

Dejó de ser prioritario que los niños se vinculen con los números y se abrió paso al trabajo con la Unión, la Intersección y el conjunto vacío. A tal punto, que durante un tiempo, no se podían enseñar los números hasta tanto no se hayan abordado los conceptos básicos de dicha teoría. Aparecieron entonces los diagramas de Venn, los "x tal que x", los ejes cartesianos y un enorme vocabulario conjuntista que los alumnos debían retener para así poder hablar de los números. En esta línea, se potenció el trabajo con variados materiales estructurados que intentaron hacer "más evidentes" las propiedades que rigen la estructura del sistema de numeración y las operaciones.

Según Emma Castelnuovo :

... Como lo ha dicho algún matemático, en una comparación particularmente expresiva: "A semejanza de los seis personajes en busca de autor de Pirandello, los términos de las matemáticas modernas no son más que nombres en busca de entes a los cuales se puedan aplicar"....

¿Cuáles fueron las consecuencias de esta innovación?.

Por un lado, al cambiar los objetos aritméticos por otros, se produjo una especie de vaciamiento en términos de contenidos de enseñanza, en particular, en los primeros grados de escolaridad.

Y si asumimos que el vínculo de los niños con la matemática se ve "marcado" fuertemente en los primeros grados, la actividad matemática como producto cultural se ve seriamente afectada.

Por otro lado, concebir a la matemática escolar como el conjunto de estructuras que fundamentan esta área de conocimiento corre el riesgo de provocar una pérdida de sentido de la matemática como potente herramienta en este nivel.

O sea, queda por fuera de la enseñanza algunos interrogantes fundamentales: ¿qué tipos de problemas permite resolver la suma o la resta?; ¿cómo se pueden validar los resultados que se obtienen al resolver un problema?; ¿qué diferentes recursos de cálculo se pueden desplegar para resolver un problema de división?, etc.

<u>los intentos modernos</u>

Hasta fines de los 70, hay un fuerte impulso del intuicionismo o lo que se dio en llamar los intentos modernos: los conocimientos se presentan apoyándose en la observación de la realidad sensible o de una representación bajo el supuesto de que los alumnos son capaces de apropiár-

selos y entender su empleo en otras situaciones.
Algunos podrán, no todos.!!!

Se buscó acercar a los alumnos una matemática que se pudiera aprender mediante una exploración libre y creativa: el modernismo. Se ven llevados a considerar la actividad de resolución de problemas dentro del proceso didáctico, pero básicamente para "motivar" y "justificar" la introducción de nuevos conceptos mediante problemas que están destinados a desaparecer de la escena.

Leemos en Enseñar matemáticas Claudi Alsina y otros(1996)

> *Hay un aspecto realmente atractivo en educación en general y matemáticas en particular, es la posibilidad de introducir cambios muy grandes en las estrategias de actuación. Los conceptos y los resultados son atemporales y universales pero la educación es un proceso vivo y activo............deberíamos hacer que el acto educativo matemático fuese una vivencia......."vivir" la matemática no depende del programa o los contenidos. Vivir la matemática quiere decir ver los números en el portal de cada casa, sumar las facturas del gas, coger un cubo de cartón y pintarle 6 caras diferentes pero divertidas, quiere decir apretar teclas, , pensar que el número 11 es un buen amigo,..... La clase es un lugar donde se pueden apuntar cosas nuevas en la pizarra, mirar transparencias superpuestas y videos tan instructivos como divertidos, Es un lugar para estudias en silencio o para discutir una estrategia para resolver un problema....*

Estos intentos rescatan la actividad de resolución de problemas en sí misma, escandalosamente ignorada en los modelos clásicos, pero no es tomada como eje y finalidad de la actividad matemática. Muchos de los problemas son triviales, para que los conocimientos sean evaluables se busca la algoritmización y, en muchos casos, los alumnos fracasan cuando se enfrentan con problemas matemáticos no estandarizados.

Se tiende a identificar la actividad matemática con la exploración de problemas interesantes, curiosos, novedosos, es decir con las tareas que se realizan cuando todavía no se sabe gran cosa de la solución; entonces se tantean algunas técnicas, se intenta aplicar éste o aquel resultado, se buscan problemas semejantes, se formulan conjeturas, se buscan contraejemplos, se intenta cambiar ligeramente el enunciado del problema original, etc.

En otras palabras, se identifica "enseñar" y "aprender matemáticas" con enseñar y aprender esta actividad exploratoria, libre y creativa, de problemas no triviales.

La dispersión de los contenidos de estos problemas es una condición perseguida explícitamente ya que se considera esencial que la exploración sea realmente "libre" -también de las teorías y de las técnicas matemáticas- para que sea más "creativa", en el sentido cultural de "no repetitiva", "sorprendente" y "original".

En este modelo se considera al conocimiento como todo aquello que resulta de la interacción del alumno con el medio, con un medio en el que no está la matemática ni el docente. Las situaciones que se plantean están basadas en las necesidades del entorno y en lo cotidiano.

Para quienes utilizan esta estrategia, las situaciones problemáticas vinculadas con las vivencias cotidianas y las curiosidades de los chicos son un punto de partida y el terreno en el cual actuar, pero el contenido puede perder su importancia en manos de la acción.

Si no se da ocasión para la teorización, posterior a la resolución de problemas, el alumno considerará que lo importante es la situación que se resuelve, sin tener en cuenta que esa situación representa muchas situaciones. Como dijo Guy Brousseau : "Sin problemas no se aprende matemática, pero con problemas no siempre se aprende matemática.

<u>¿Cuáles son los debates teóricos actuales en la enseñanza de la matemática?</u>

Las distintas teorías han tratado de dar respuesta a la pregunta:

> ¿Cómo se puede enseñar una noción?.

En los años 60/70 se produjo un cambio sustancial en la pregunta. El surgimiento de importantes investigaciones en el campo de la Teoría del Conocimiento, y su influencia en las Teorías del aprendizaje, mostraron la importancia de considerar los modos en que los alumnos aprenden los conocimientos.

"¿Cómo aprenden los alumnos?", fue entonces la pregunta central, contestada de diferentes maneras, destacándose entre las respuestas, las proporcionadas por dos teorías: el conductismo y el constructivismo.

La primera de estas corrientes teóricas, ubica al sujeto que aprende en una actitud pasiva, al cual hay que estimular convenientemente para que pueda adquirir dicho saber, y la concepción de matemática está asociada con los modelos más clásicos; en tanto, la segunda fue precedida por las revolucionarias investigaciones de Piaget en relación a cómo pasa un sujeto de un estado a otro estado de mayor conocimiento.

Es a principios de los años 70, cuando Brousseau publica las primeras formulaciones de la Teoría de Situaciones, que se incluyó el conocimiento matemático como objeto primario de investigación. En este contexto se reivindicó el status de "saber científico" para la didáctica de la matemática y nació la llamada *didáctica fundamental.*

La didáctica de la matemática aceptó la responsabilidad de utilizar modelos epistemológicos del saber matemático elaborados por la propia didáctica como nueva vía para el estudio de los fenómenos didácticos.

Además del interés por explorar la naturaleza de los objetos matemáticos el interés se desplaza hacia las condiciones de producción de dichos saberes.

Las preguntas pasaron a ser otras:
¿Cuáles son las leyes que rigen la producción, la comunicación y la utilización del saber matemático en el seno de una institución, así como su transposición entre las diferentes instituciones?
¿Cómo se construye el sentido de un conocimiento?
¿Cómo se gestionan las interacciones entre alumnos, docentes y conocimiento matemático en el seno de una clase?
¿Qué tipo de interacciones favorecen las condiciones para que todos puedan apropiarse de los conocimientos?
¿qué papel juega la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática?
¿cuál es la relación entre el aprendizaje de la aritmética, el del álgebra y el de la geometría
qué significa adquirir el concepto de proporcionalidad, o qué significa adquirir el concepto de función.?
¿Cómo posibilitar que todos los alumnos construyan los conocimientos matemáticos siguiendo ciertas etapas en dicho proceso de construcción?
¿Cuáles son las experiencias con el conocimiento matemático que son posibles de proponer en una clase, en un encuentro entre docentes, en una institución didáctica?

Ya no puede hablarse de "modelos de enseñanza" independientes de la naturaleza de la disciplina objeto de estudio (puesto que la dimensión epistemológica ya no puede ser ignorada en el problema didáctico) ni de "modelos epistemológicos" que pretendan dar cuenta únicamente de la estructura, la génesis y el desarrollo del conocimiento matemático a un nivel lógico, histórico y psicogenético; es imprescindible incluir la dimensión didáctica dentro del problema epistemológico.
Ya no puede hablarse de "modelos de enseñanza de la matemática" independientes del proyecto político-social-cultural.

Se entiende desde esta perspectiva que la enseñanza de la matemática debe permitir a los niños "ingresar" a una cultura y una racionalidad matemática bien diferente a la racionalidad cotidiana, diferente a la racionalidad de otras áreas del conocimiento, pensamiento y cultura tan particular que, si no se tiene contacto en ámbitos educativos, no es posible de ser abordado en ningún otro lugar. Es la transmisión de una parte de la cultura, lo que está en juego, y *esto depende de las decisiones didácticas que se adopten.*

He aquí el núcleo duro de esta presentación, las decisiones didácticas tienen consecuencias sociales.

Se abre aquí todo un abanico de cuestiones a explorar que refieren a decisiones didácticas que no son sólo individuales, sino que se construyen en una trama compleja de instituciones sociales.

Es precisamente esta convicción la que pondrá en marcha una posible democratización del aula. Si la escuela tiene la responsabilidad de socializar un recorte del conocimiento que la humanidad ha construido y resulta trascendente, es también responsabilidad de las instituciones educativas gestionar los modos en que estos conocimientos se transforman en un bien social, disponible para las enormes mayorías.

Esto también incide sobre el rol del docente. Deja de ser el portador de la "única verdad" y debe dar paso al debate de razones y motivos por los cuales se afirma una u otra cuestión, se obtiene uno u otro resultado. Debe dejar ese espacio de poder para compartirlo con los alumnos. Sólo así el conocimiento podrá ser propiedad del colectivo y no sólo de algunos individuos.

Para finalizar evocamos palabras de G. Brousseau:

> *"...No se trata solo de enseñar los rudimentos de una técnica, ni siquiera los fundamentos de una cultura científica: la matemática en este nivel es el primer dominio –y el más importante– en que los niños pueden aprender los rudimentos de la gestión individual y social de la verdad. Aprenden en él –o deberían aprender en él– no sólo los fundamentos de su actividad cognitiva, sino también las reglas sociales del debate y de la toma de decisiones pertinentes; cómo convencer respetando al interlocutor; cómo dejarse convencer contra su deseo o su interés; cómo renunciar a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la forma, para compartir lo que será una verdad común... Soy de los que piensan que la educación matemática, y en particular la educación matemática de la que acabo de hablar es necesaria para la cultura de una sociedad que quiere ser una democracia..."*